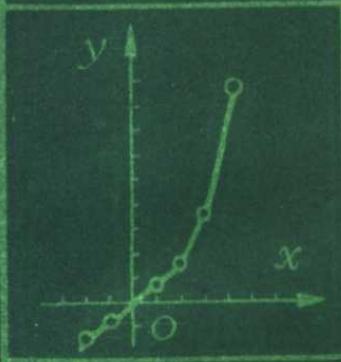
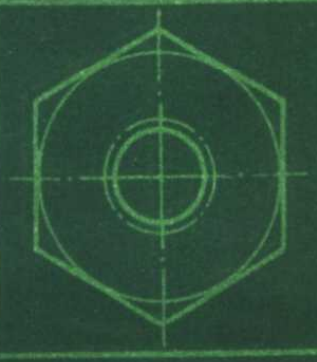
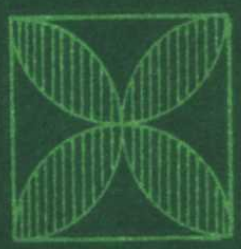
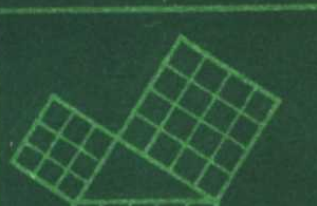
# 中学生数理化手册

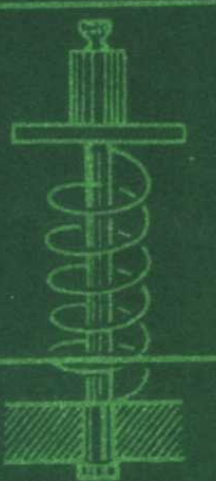
广东省
教育厅
教研室

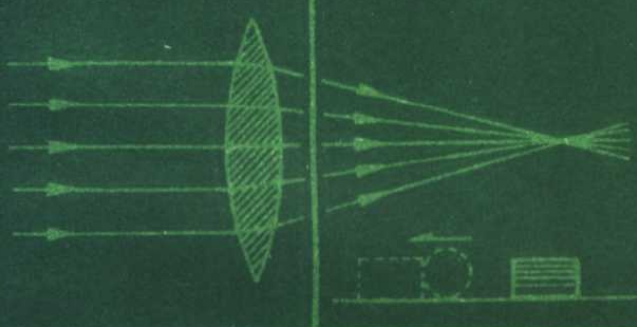


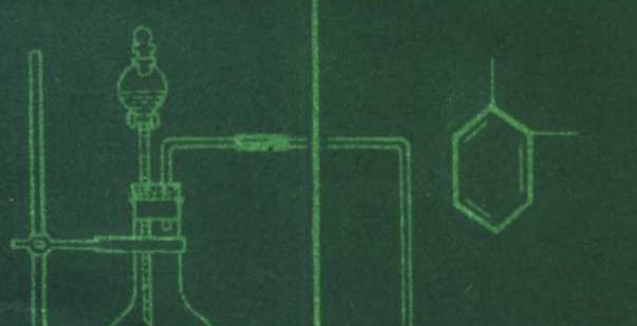



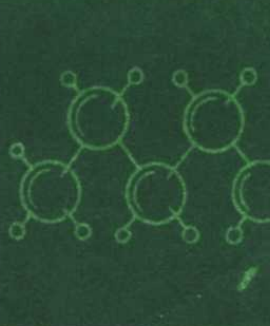


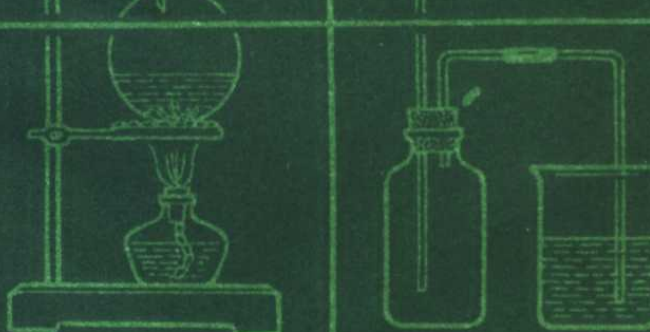












广东
科技出版社

封面设计：曹磊

统一书号 13182·111
定　　价 1.95 元

# 中学生数理化手册

Zhongxuesheng Shulihua Shouce

广东省教育厅教学研究室 编

广东科技出版社

**中学生数理化手册**

广东省教育厅教学研究室　编

•

广东科技出版社出版

广东省新华书店发行

韶关新华印刷厂印刷

787×1092毫米　32开本　14.625印张　320,000字

1985年2月第1版　1985年2月第1次印刷

印数1—144,000册

统一书号13182·111　定价1.95元

# 说　明

为了配合中学生学好数学、物理、化学基础知识，我们编写了这本《中学生数理化手册》，以供学习时查阅使用。

本书是参照教育部制订的中学数学、物理、化学教学大纲和中学数学、物理、化学通用教材的要求编写的，并根据教育部关于高中数学、物理、化学三科两种要求的教学纲要作了修订。主要内容有基本的概念、定律、定理、公式以及有关数据和图表等，也有一些基础知识的简述。内容的取材和编排，力求保持学科知识的系统性，也注意适应中学教学实际和学生学习的需要。

本书的主要对象是中学生，也可供中专、中技的学生以及自学数理化课程的青年参考使用。

本书是在集体讨论的基础上编写的。参加数学部分编写的有张银汉、刘选殷、伍向阳、罗桂瑞、陈礼强、卢玉祥、司徒佩沾等同志；参加物理部分编写的有陆树培、王佳生、陈锦涛、郭伟清、布正明、廖标仁等同志；参加化学部分编写的有陈华乐、高永裕、张仰高、刘立寿等同志。杜锡强同志为物理和化学部分绘图。

本书不妥之处在所难免，诚恳希望读者提出宝贵意见。

广东省教育厅教学研究室

# 总 目 录

## 数 学

代数……（9）
平面几何……（76）
立体几何……（94）
平面三角……（106）
平面解析几何……（121）
微积分初步……（143）

## 物 理

力学……（165）
分子物理学和热学……（204）
电磁学……（220）
光学……（271）
原子物理学……（290）

## 化 学

基本概念和基本定律……（317）
基本理论……（334）
无机化合物……（354）
有机化合物……（395）
化学基本计算……（420）
化学实验……（431）

# 数　学

# 目　录


代数……（9）

一、乘法公式与因式分解……（9）

1.乘法公式⇌因式分解（9） 2.多项式因式分解的基本方法（9）

二、比例……(13)

1.定义(13) 2.比例的基本性质和有关定理(13)

三、分式……(14)

1.分式的概念(14) 2.分式里字母的值的限制(14) 3.分式的基本性质(14) 4.分式变换符号法则(14) 5.分式的运算(15)

四、根式……(15)

1.方根与根式(15) 2.算术根的性质(16) 3.最简根式的条件(17) 4.根式的运算(17) 5.分母有理化(17)

五、指数……(18)

1.定义(18) 2.指数运算法则(18)

六、对数……(18)

1.定义(18) 2. 对数的性质(19) 3. 常用对数首数求法(19) 4.基本公式(19) 5.补充公式(19)

七、方程……(20)

1.方程的概念(20) 2.基本方程(组)的解法与讨论(20)

八、不等式……(28)

1.定义(28) 2.比较两实数大小的法则(28) 3.基本性质和常用的不等式(28) 4.绝对值不等式定理和推论(29) 5.基本不等式的解(29) 6. $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)>0$ 的图解法(30) 7.不等式的证明(31) 8.用不等式求极值(34)

九、集合和对应……(34)

1.集合与元素(34) 2.子集(35) 3.空集(35) 4.交集与并集(36) 5.全集与补集(36) 6.单值对应(36) 7.一一对应(36) 8.逆对应(37)

十、函数……(37)
1.函数的定义(37) 2.区间(37) 3.函数关系的表示法(38)
4.单调函数(38) 5.奇函数和偶函数(39) 6.反函数(39)
7.正比例函数、反比例函数和一次函数(40) 8.二次函数(41)
9.幂函数(42) 10.指数函数(44) 11.对数函数(44)
十一、数列……(45)
1.定义(45) 2.等差数列(46) 3.等比数列(46) 4.常见数列的前n项和(47)
十二、行列式……(48)
1.行列式的展开(48) 2.行列式的性质(49) 3.代数余子式(50)
十三、复数……(51)
1.数的系统(51) 2.复数的概念(51) 3.复数的几何表示法(52) 4.复数的三种表示形式(52) 5.复数的运算(53)
十四、向量和矩阵……(54)
1.向量(54) 2.矩阵(56)
十五、排列与组合……(63)
1.基本原理(63) 2.排列(64) 3.组合(64)
十六、数学归纳法……(64)
十七、二项式定理……(66)
1.定理(66) 2.性质(66)
十八、概率与统计初步……(67)
1.随机事件的概率(67) 2.统计初步(68)
十九、数的进位制和逻辑运算……(70)
1.数的进位制(70) 2.逻辑运算(73)
平面几何……(76)
一、相交线与平行线……(76)
1.直线的性质(76) 2.角和角的平分线(76) 3.垂线与线段的垂直平分线(77) 4.平行线(77) 5.几个有关距离的概念(78)
二、三角形……(78)
1.三角形的主要线段(73) 2.三角形的性质(78) 3.直角三角形的性质(79) 4.等腰三角形和等边三角形(80) 5.全等三角

形(80) 6.相似三角形(80)
三、四边形……(81)
1.平行四边形(81) 2.矩形(81) 3.菱形(82) 4.正方形(82) 5.梯形和特殊梯形(83) 6.三角形和几种特殊四边形的面积(83)
四、多边形……(84)
1.关于多边形的概念(84) 2.正多边形(84) 3.相似多边形(85)
五、圆……(86)
1.圆的概念(86) 2.点和圆的位置关系(86) 3.直线和圆的位置关系(86) 4.圆和圆的位置关系(87) 5.垂直于弦的直径的性质(88) 6.与圆有关的线段(88) 7.与圆有关的角(88) 8.圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系(90) 9.与圆有关的多边形(90) 10.四点共圆的条件(四点同在圆周上)(90) 11.圆周长、弧长与有关面积的计算(91)
六、四种命题的关系与基本轨迹……(92)
1.四种命题(92) 2.点的轨迹概念及基本定理(92)
立体几何……(94)
一、直线与平面……(94)
1.平面的判定(94) 2.平面的基本性质(94) 3.确定平面的条件(94) 4.直线、平面的位置关系(94) 5.直线、平面位置关系的判定(95) 6.直线与平面的性质定理(98) 7.斜线、射影(99) 8.角(100) 9.距离(100)
二、简单几何体……(100)
1.凸多面体(100) 2.旋转体(101) 3.简单几何体面积、体积的计算(102)
平面三角……(106)
一、角的概念……(106)
1.角(106) 2.角度制(106) 3.弧度制(106) 4.角度制与弧度制的换算(106)
二、三角函数的定义……(107)
1.锐角α的三角函数定义(107) 2.任意角α的三角函数定义(107) 3.六个三角函数值的符号与增减变化情况

(107) 4.单位圆内的三角函数线(108)
三、同角三角函数的基本关系式……(109)
四、特殊角的三角函数值……(110)
五、三角函数的诱导公式……(111)
六、三角函数的图象及其性质……(112)
七、三角函数在恒等变换中的主要公式……(113)
1.和(差)角公式(113) 2.倍角公式(113) 3.半角公式(113) 4.积化和差公式(114) 5.和差化积公式(114) 6.万能公式(114)
八、反三角函数……(115)
九、最简单的三角方程的解集……(116)
十、三角形的边角关系及其解法……(116)
1.三角形基本定理(116) 2.直角三角形的解法(117) 3.斜三角形的解法(117)
平面解析几何……(121)
一、基本公式……(121)
1.坐标系中的点的对称关系(121) 2.两点间的距离(121) 3.线段的定比分点(121) 4.三角形的重心(121) 5.三角形的面积(122) 6.三点共线的充要条件(122) 7.直线的斜率(122)
二、直线……(122)
1.直线方程的几种形式(122) 2.点到直线的距离(124) 3.两直线交角的平分线(125) 4.两直线的位置关系(125) 5.三条直线共点的充要条件(126) 6.直线系方程(126)
三、圆锥曲线……(126)
1.圆(126) 2.椭圆(127) 3.双曲线(129) 4.抛物线(130)
四、坐标变换……(131)
1.坐标轴的平移(131) 2.坐标轴的旋转(132) 3.二次曲线的判定(134) 4.圆锥曲线的画图(134)
五、圆锥曲线的切线……(134)
1.圆锥曲线的切线和法线(134) 2.切线的斜率(135) 3.切

线的方程(135)　4.圆锥曲线的切线和法线的性质(136)
六、极坐标……(137)
1.极坐标(137)　2.极坐标和直角坐标的互化(137)　3.几种常见的曲线极坐标方程(138)
七。参数方程……(139)
1.定义(139)　2.参数方程与普通方程的互化(139)　3.几种常用的参数方程(139)
八、轨迹与方程……(140)
1.求轨迹的曲线方程的步骤(140)　2.求轨迹的参数方程的步骤(141)　3.由方程画曲线(141)　4.两曲线的交点(142)
微积分初步……(143)
一、数列的极限与函数的极限……(143)
1.数列的极限(143)　2.函数的极限(143)　3.连续函数(145)
二、导数和微分……(145)
1.导数(145)　2.微分(148)　3.导数及微分基本公式(148)
4.导数和微分的应用(149)
三、不定积分……(151)
1.不定积分(151)　2.不定积分的性质(151)　3.运算法则(152)
4.几何意义(152)　5.基本积分公式(152)　6.积分方法(154)
四、定积分……(155)
1.定积分(155)　2.定积分的性质(155)　3.微积分基本公式(156)　4.定积分的应用(156)

# 代　数

## 一、乘法公式与因式分解

**1.乘法公式⇌因式分解**

(1) $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

(2) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

(3) $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

(4) $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$

(5) $(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$

(6) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

(7) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc)$

$=a^3+b^3+c^3-3abc$

(8) $(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$ **(在复数范围内)**

(9) $(1-x)(1+x+\cdots+x^{n-1})=1-x^n$ **(n为正整数)**

**2.多项式因式分解的基本方法**

(1) 提取公因式法

例　把$3x^2-6x$分解因式。

解　原式$=3x(x-2)$

(2) 应用乘法公式分解法

例　把$x^4-y^4$分解因式。

解　原式$=(x^2)^2-(y^2)^2$

$=(x^2+y^2)(x^2-y^2)$

$=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

**(在实数范围内)**

$=(x+yi)(x-yi)(x+y)(x-y)$

**(在复数范围内)**

(3) 分组分解法

①调项分组法

例　把$x^2+4y^2+z^2-4xy+2xz-4yz$分解因式。

解　原式$=x^2+2xz+z^2-4xy-4yz+4y^2$

$=(x+z)^2-4y(x+z)+4y^2$

$=(x+z-2y)^2$

②拆项分组法

例　把$x^3+6x^2+11x+6$分解因式。

解　原式$=x^3+3x^2+3x^2+11x+6$

$=x^2(x+3)+(x+3)(3x+2)$

$=(x+3)(x^2+3x+2)$

$=(x+3)(x+2)(x+1)$

③添减项分组法

例　把$x^4+x^2+1$分解因式。

解　原式$=x^4+2x^2+1-x^2$

$=(x^2+1)^2-x^2$

$=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

(4) 二次三项式的因式分解法

①配方法　一般二次三项式都可用配方法来分解因式。

例　把$ax^2+bx+c$分解因式。

解　原式$=a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})$

$$=a\left[x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}\right]$$

$$=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$$

$$=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2\right]$$

$$=a\left(x-\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$$

上面所得的结果，可直接作为因式分解的公式来应用，故配方法又称作应用求根公式分解法，即

$$ax^2+bx+c$$

$$=a\left(x-\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x-\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)$$

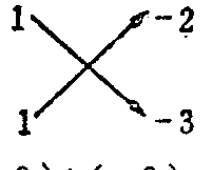
如果$a$，$b$，$c$都是实数，则

当$\Delta=b^2-4ac$ $\begin{cases}>0\text{时，可分解为两个不同的一次因式}\\=0\text{时，可分解为两个相同的一次因式}\\<0\text{时，在实数集合里不能分解因式}\end{cases}$

②十字相乘法

例　把$x^2-5x+6$分解因式。

解　原式$=(x-2)(x-3)$

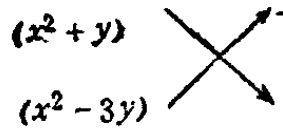



$(-2)+(-3)=-5$

双十字相乘法：

例　把$x^4-2x^2y-3y^2+8y-4$分解因式。

解　∵　$x^4-2x^2y-3y^2=(x^2+y)(x^2-3y)$




$2x^2+2y-2x^2+6y=8y$

∴　原式$=(x^2+y-2)(x^2-3y+2)$

(5)应用综合除法的因式分解法

例　在实数集合里，把$2x^4+3x^3+2x^2-1$分解因式。

解　利用综合除法知原式能被$(x+1)(x-\frac{1}{2})$整除。

$$\begin{array}{r|l} 2+3+2+0-1-1 & \\ \quad -2-1-1+1 & \\ \hline 2+1+1-1+0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2+1+1-1 & \frac{1}{2} \\ \quad +1+1+1 & \\ \hline 2+2+2+0 & \end{array}$$

∴ 原式 $=(x+1)(x-\frac{1}{2})\cdot 2(x^2+x+1)$

$$=2(x+1)(x-\frac{1}{2})(x^2+x+1)$$

(6)应用换元法的因式分解法

例 把$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15$分解因式 （在有理数范围内）.

解 原式$=(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15$

设$x^2+8x=u$，则上式可写成

$$(u+7)(u+15)+15$$
$$=u^2+22u+120$$
$$=(u+10)(u+12)$$

∴ 原式$=(x^2+8x+10)(x^2+8x+12)$

$$=(x^2+8x+10)(x+6)(x+2)$$

(7)待定系数法

例 把$2x^2+7xy-15y^2-4x+19y-6$分解因式.

解 ∵ $2x^2+7xy-15y^2=(2x-3y)(x+5y)$

∴ 可设原式能分解为

$$(2x-3y+m)(x+5y+n)$$

即 $2x^2+7xy-15y^2-4x+19y-6$

$$=2x^2+7xy-15y^2+(m+2n)x+(5m-3n)y+mn$$

这是个恒等式，比较两边对应项的系数，得

$$\begin{cases} m+2n=-4 & (1) \\ 5m-3n=19 & (2) \\ mn=-6 & (3) \end{cases}$$

由式(1)和式(2)得 $m=2$，$n=-3$

这时$m$、$n$的值也满足式(3)，

$$\therefore \begin{cases} m=2 \\ n=-3 \end{cases}$$ 是方程组的解，

故 $$2x^2+7xy-15y^2-4x+19y-6$$
$$=(2x-3y+2)(x+5y-3)$$

## 二、比　例

**1.定义**

当两个比$a:b$和$c:d$的比值相等时，称这四个量$a$，$b$和$c$，$d$成比例，记作，$a:b=c:d$。

**2.比例的基本性质和有关定理**

(1) 若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$（或$a:b=c:d$），则

①$ad=bc$（比例的基本性质：内项积等于外项积）

②$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$　　$\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$（更比定理）

③$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$（反比定理）

④$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$（合比定理）

⑤$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$（分比定理）

⑥$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$（合分比定理）

(2) 若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}$，则

$$①\frac{a+c+e}{b+d+f}=\frac{a}{b}\qquad②\frac{la+mc+ne}{lb+md+nf}=\frac{a}{b}$$

(3) 若$y\propto x$，或$y\propto x$，则

$$①\frac{y}{x}=k\text{或}y=kx\quad(y\propto x)$$

$$②\ y\cdot\frac{1}{x}=k\text{或}\ y=\frac{k}{x}\quad(y\propto x)$$

## 三、分　　式

**1.分式的概念**

除式中含有字母的有理式叫做分式．如$\frac{a}{b}$，$\frac{2}{x+3}$，$\frac{xy}{x-y}$等．

**2.分式里字母的值的限制**

一般地说，在一个分式里，分子中的字母可以取任意的数值，但是分母中的字母只能取不使分母等于零的值．如果分母是零，则分式没有意义．

**3.分式的基本性质**

$$\frac{a}{b}=\frac{a\cdot m}{b\cdot m}$$

$$\frac{a}{b}=\frac{a\div m}{b\div m}\quad(\text{其中}m\text{是不等于零的代数式})$$

**4.分式变换符号法则**

同时改变分子、分母和分式本身符号中的任何两个，分式的值不变，即

$$\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$$

$$\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$$

**5.分式的运算**

(1) 加减法

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{b}=\frac{a\pm c}{b},$$

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$$

(2) 乘法

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

(3) 除法

$$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$$

(4) 乘方

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\quad (n\text{为正整数})$$

(5) 开方

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

## 四、根　　式

**1.方根与根式**

(1) 方根

如果一个数$x$的$n$次方等于$a$，即$x^n=a$，就说$x$是$a$的$n$次方根。

(2) 方根的性质

| 被开方数$a$ | 根指数$n$ | 方　　根 |
|---|---|---|
| $a>0$ | $n$是奇数 | 是一个正数 |
| | $n$是偶数 | 是两个互为相反的数 |
| $a=0$ | $n$是奇数或偶数 | 零 |
| $a<0$ | $n$是奇数 | 是一个负数 |
| | $n$是偶数 | 没有意义 |

(3) 根式

表示方根的代数式叫做根式。根式$\sqrt[n]{a}$成立的条件：

①当$n$是奇数时，$a$可以是任何实数；

②当$n$是偶数时，$a\geqslant 0$。

(4) 根式的性质

在根式$\sqrt[n]{a}$有意义的时候，就有

①$(\sqrt[n]{a})^n=a$　($n$是大于1的整数)

②当$n$为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$　($a$是任何实数)

③　当$n$为偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases} a & (a>0) \\ 0 & (a=0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

**2.算术根的性质**

(1) 算术根

正数的正的方根叫做算术根。零的算术根规定为零。

(2) 算术根的性质

①　$\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}$　($a\geqslant 0$，$n>1$，$m>1$，$p>1$)

②　$\sqrt[p]{a^{mp}}=a^m$　($a\geqslant 0$，$m>1$，$p>1$)

③　$\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$　($a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$，$n>1$)

④　$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$　($a\geqslant 0$，$b>0$，$n>1$)

⑤ $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ $(a \geqslant 0,\ m > 1,\ n > 1)$

⑥ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ $(a \geqslant 0,\ m > 1,\ n > 1)$

**3.最简根式的条件**

(1) 被开方数的指数和根指数(除1外)没有公约数(又称互质)；

(2) 被开方数的每一个因式的指数都小于根指数；

(3) 被开方数不含分母。

**4.根式的运算**

(1) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ $(a \geqslant 0,\ b \geqslant 0)$

(2) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $(a \geqslant 0,\ b > 0)$

(3) $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ $(a \geqslant 0)$

(4) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$ $(a \geqslant 0)$

(5) $\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ $(a > 0)$

(6) $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$

**5.分母有理化**

(1) 法则

把分子和分母同时乘以分母的有理化因式。

(2) 常用的有理化因式

① $\sqrt[n]{a^m}$ 和 $\sqrt[n]{a^{n-m}}$ 互为有理化因式 $(n > m)$；

② $(a + \sqrt{b})$ 和 $(a - \sqrt{b})$ 互为有理化因式；

③ $(a + n\sqrt{b})$ 和 $(a - n\sqrt{b})$ 互为有理化因式；

④ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ 和 $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ 互为有理化因式；

⑤ $(m\sqrt{a} + n\sqrt{b})$ 和 $(m\sqrt{a} - n\sqrt{b})$ 互为有理化因式；

⑥ $(\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b})$ 和 $(\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2})$ 互为有理化因式。

## 五、指　　数

**1.定义**

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots\cdots \cdot a}_{n\text{个}}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0)$$

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a \geqslant 0)$$

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} \quad (a > 0)$$

式中$m$，$n$均为正整数。

**2.指数运算法则**

(1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

(2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(3) $(a^m)^n = a^{mn}$

(4) $(ab)^n = a^n b^n$

(5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

式中$a > 0$，$b > 0$；$m$，$n$为任意实数。

## 六、对　　数

**1.定义**

若$a^b = N$ $(a > 0, a \neq 1)$，则$b$叫做以$a$为底的$N$的对数。记作

$$\log_a N = b$$

$a$叫做底数(或简称底)，$N$叫做真数。

当$a=10$时，$\log_{10}N$记作$\lg N$，叫做常用对数。

当$a=e$时，$\log_e N$记作$\ln N$，叫做自然对数 ($e\approx 2.71828\cdots$)。

**2.对数的性质**

(1) 负数和零没有对数；

(2) $\log_a 1=0$；

(3) $\log_a a=1$；

(4) $a^{\log_a N}=N$；

(5) $\log_a a^b=b$。

**3.常用对数首数求法**

(1) 真数大于1，对数的首数为正数或零，其值比整数的位数少1。

(2) 真数小于1，对数的首数为负数，它的绝对值等于真数首位有效数字前面的0的个数(包括小数点前面的那个0)。

对数的尾数由对数表查出。

**4.基本公式**

(1) $\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$ ($M>0$，$N>0$)

(2) $\log_a\dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$ ($M>0$，$N>0$)

(3) $\log_a M^n=n\log_a M$ ($M>0$)

(4) $\log_a\sqrt[n]{M}=\dfrac{1}{n}\log_a M$ ($M>0$)

(5) $\log_a N=\dfrac{\log_b N}{\log_b a}$ ($b>0$，$b\neq 1$)

$\ln N=\dfrac{\lg N}{\lg e}$ (对数换底公式)

**5.补充公式**

(1) $\dfrac{\log_b N}{\log_b a}=\dfrac{\log_c N}{\log_c a}$ ($c>0$，$c\neq 1$)

(2) $\log_a N = \frac{1}{\log_N a}$ $(N \neq 1)$

(3) $\log_a N = \log_{a^m} N^m$ $(m \neq 0)$

或 $\log_a b = \log_{\sqrt[m]{a}} \sqrt[m]{b}$

(4) $\log_a N = -\log_a \frac{1}{N}$

(5) $\log_a N = -\log_{\frac{1}{a}} N$

## 七、方　程

**1.方程的概念**

(1)定义

含有未知数的等式叫做方程。能使方程左右两边的值相等的未知数的值叫做方程的解。只含有一个未知数的方程的解，也叫做根。

(2)方程的分类

①按照组成等式的解析式的类型分类：

- 方程
  - 代数方程
    - 有理方程
      - 整式方程
      - 分式方程
    - 无理方程
  - 初等超越方程
    - 指数方程
    - 对数方程
    - 三角方程
    - 反三角方程

②按照方程所含的未知数的个数分类：

- 方程
  - 一元方程：一般形式是 $f(x) = 0$
  - 二元方程：一般形式是 $f(x, y) = 0$
  - 多元方程：一般形式是 $f(x, y, \cdots, z) = 0$

**2.基本方程(组)的解法与讨论**

(1)一元一次方程

$ax+b=0 \quad (a\neq 0)$

通过去分母、移项、合并同类项等步骤，把方程化为简单的同解方程，然后求解。

一元一次方程的解有三种情形：

①当$a\neq 0$时，有唯一解 $x=-\frac{b}{a}$；

②当$a=0$，$b\neq 0$时，无解；

③当$a=0$，$b=0$时，有无穷多个解。

(2)二元一次方程组

$$\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1 \\ a_2x+b_2y=c_2 \end{cases}$$

二元一次方程组的解法：

①代入消元法；

②加减消元法。

二元一次方程组的解有下列三种情形：

$$D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1$$

$$D_x=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}=c_1b_2-b_1c_2$$

$$D_y=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}=a_1c_2-c_1a_2$$

①$D\neq 0$时，有唯一解

$$\begin{cases} x=\dfrac{D_x}{D} \\ y=\dfrac{D_y}{D} \end{cases}$$

②$D=0$，但$D_x$，$D_y$中至少有一个不等于零时无解；

③$D=D_x=D_y=0$时，有无穷多解。

(3) 三元一次方程组

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=d_1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=d_2 \\ a_3x+b_3y+c_3z=d_3 \end{cases}$$

三元一次方程组的解有如下情形：

$$D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad D_x=\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$D_y=\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} \qquad D_z=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

①$D\neq 0$ 时，有唯一解

$$\begin{cases} x=\dfrac{D_x}{D} \\ y=\dfrac{D_y}{D} \\ z=\dfrac{D_z}{D} \end{cases}$$

②$D=0$，但$D_x$，$D_y$，$D_z$中至少有一个不等于零时，无解；

③$D=D_x=D_y=D_z=0$ 时，无解或无穷多解。

注：三阶行列式展开的方法，参阅行列式部分(第48页)。

(4) 一元二次方程

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a\neq 0)$$

①根的表达式

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

②根与系数的关系(韦达定理)

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

③判别式

$$\Delta = b^2 - 4ac \begin{cases} > 0 \text{ 时，有两个不相等的实根} \\ = 0 \text{ 时，有两个相等的实根} \\ < 0 \text{ 时，无实数根(有两个共轭的复数根)} \end{cases}$$

(5) 一元三次方程

①$x^3 - 1 = 0$

$x_1 = 1$

$$x_2 = \omega_1 = \frac{-1 + \sqrt{3}\,i}{2}$$

$$x_3 = \omega_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}\,i}{2}$$

②$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

设$x = y - \frac{a}{3}$，代入得

$$y^3 + py + q = 0$$

若它的根为$y_1$，$y_2$，$y_3$，则

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3}}$$

$$y_2 = \omega_1\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3}} + \omega_2\sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3}}$$

$$y_3=\omega_2\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{(\frac{q}{2})^2+(\frac{p}{3})^3}}$$

$$+\omega_1\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{(\frac{q}{2})^2+(\frac{p}{3})^3}}$$

**(6) 特殊方程**

①分式方程

**分母里含有未知数的方程，叫做分式方程。**

**解分式方程，要在方程的两边同乘以最简公分母，约去分母，化成整式方程。这样，有可能产生增根。因此，解分式方程必须进行验根。**

②根式方程(无理方程)

**根号下含有未知数的方程，叫做根式方程(无理方程)。**

**解根式方程时，须将方程的两边作相同次数的乘方，使之变形为有理方程。这样，有可能产生增根。因此，解根式方程必须进行验根。**

③指数方程

在指数里含有未知数的方程，叫做指数方程。如 $2^x=5$，$2^{2x^2+1}=2^{x^2+2}$ 等。

i)最简指数方程

形如$a^x=b$ $(a>0,\ a\neq1)$的方程，叫做最简指数方程。

当$b>0$时，方程有唯一的解$x=\log_a b$；当$b\leqslant$时，方程无解。

ii)形如$a^{f(x)}=a^{\phi(x)}$ $(a>0,\ a\neq1)$的方程，可以用取对数的方法去解。取对数后解方程$f(x)=\phi(x)$。

iii)形如$f(a^x)=0$的方程，可以应用变量代换的方法去解。

令$y=a^x$，方程化为$f(y)=0$，求出$y$后再解方程$a^x=y$ $(y>0)$。

iv)最简指数方程组

$a^x=y_1$，$a^x=y_2$，…，$a^x=y_k$解得原方程组的$k$个解是

$x_1=\log_a y_1$，$x_2=\log_a y_2$，…，$x_k=\log_a y_k$

④对数方程

**在对数符号后面含有未知数的方程，叫做对数方程。**

**i)最简对数方程**

形如$\log_a x = b$ $(a>0, a\neq 1)$的方程，叫做最简对数方程。

无论$b$是何实数，方程都有唯一的解，$x = a^b$。

ii)形如$\log_a f(x) = \log_a \varphi(x)$的方程，由对数的性质知道，原方程的解就是满足方程

$$f(x) = \varphi(x)$$

并能够使$f(x)>0$，$\varphi(x)>0$的一切解。

iii)形如$f(\log_a x) = 0$的方程，可以应用变量代换的方法去解。令$y = \log_a x$，解方程$f(y) = 0$后再解方程$\log_a x = y$。

iv)对数底数里含有未知数的方程，如方程$\log_x 2 = 3$等，通常也叫做对数方程。在特殊情况下，这类方程可用初等方法来解。

例如，方程$\log_x 3 = 2$，根据对数的意义，可化为指数形式

$x^2 = 3$，$\therefore$ $x = \pm\sqrt{3}$，因对数的底不能是负数，所以原方程的解是$x = \sqrt{3}$。

注意：解上述特殊方程，都必须进行验根。造成增根或减根的直接原因和处理方法列于下表。

| | 产生增(减)根的原因 | 处 理 方 法 |
|---|---|---|
| 增根 | ①方程两边同时乘以含有未知数的式子<br>②方程两边同时乘方 | 把解代入乘式，舍去使乘式为零的解<br>把解代入原方程，舍去不适合的解 |
| 减根 | ①方程两边同时除以含有未知数的式子<br>②方程两边同时开平方 | 把除式的根代入原方程，收回适合的解<br>开平方时，方程一边取“+”，一边取“±” |

(7) 高次方程

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_n = 0$$

($a_0$，$a_1$，$a_2$，…，$a_n$是任意复数，$a_0\neq 0$，$n$为自然数)

①性质

i）根的个数(代数式基本定理)。

在复数集合内一元$n$次方程有$n$个根，并且只有$n$个根。

实系数方程虚根成对，若有根$a+bi$，则必有另一根$a-bi$($a,b$为实数,$b\neq 0$)。

有理系数方程若有无理根$a+b\sqrt{c}$，则必有另一根$a-b\sqrt{c}$ ($a$，$b$，$c$为有理数，$b\neq 0$，$\sqrt{c}$为无理数)。

ii)根与系数的关系

若$x_1$，$x_2$，$x_3$，…，$x_n$为方程的$n$个根，则

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n=(-1)^1\cdot\dfrac{a_1}{a_0} \\ x_1x_2+x_1x_3+\cdots+x_{n-1}x_n=(-1)^2\cdot\dfrac{a_2}{a_0} \\ \cdots\cdots \\ x_1\cdot x_2\cdot\cdots\cdot x_n=(-1)^n\cdot\dfrac{a_n}{c_0} \end{cases}$$

整系数方程若有分数根$\dfrac{p}{q}$ ($p$，$q$为整数且互质)，则$p$为$a_n$的约数，$q$为$a_0$的约数。

②解法

具有特殊条件的，用根与系数关系及去根法求解。

③特殊高次方程

i)双二次方程

形如$ax^4+bx^2+c=0$($a\neq 0$，$b\neq 0$)的方程，叫做双二次方程。

双二次方程可用变量代换的方法来解。设$x^2=y$，那末原方程变成

$$ay^2+by+c=0$$

解这个方程得到$y$的值，再解两个二次方程$x^2=y_1$和$x^2=y_2$，即得原方程的根。

ii)二项方程

形如$a_0x^n+a_n=0$ ($n$是自然数，$a_0$和$a_n$是不等于零的复数)的方程，叫做二项方程。

二项方程都能用复数开$n$次方的方法来解。特别是当$n=3$，4，6，而$b$是实数的时候，二项方程$x^n-b=0$也可用因式分解的方法来解。

iii)三项方程

形如$ax^{2n}+bx^n+c=0$　($a$，$b$，$c$都是不等于零的复数)的方程，叫做三项方程。

三项方程可以把它看成是$x^n$的二次方程。设$x^n=y$，得

$$ay^2+by+c=0$$

求出$y$后，再按解二项方程的方法求$x$。

iv)一般高次方程

先用多项式除法试根(判定方程是否有有理根)，再进行因式分解，最后求出方程的解。

例　解方程$x^4-x^3-7x^2+13x-6=0$

解　先用$x-1$除方程左边的多项式：

$$\begin{array}{r|l} & x^3+0-7x+6 \\ \hline x-1 & x^4-x^3-7x^2+13x-6 \\ & x^4-x^3-7x^2+7x \\ \hline & \quad 6x-6 \\ & \quad 6x-6 \\ \hline & \quad 0 \end{array}$$

再用$x-1$除商式$x^3-7x+6$：

$$\begin{array}{r|l} & x^2+x-6 \\ \hline x-1 & x^3+0-7x+6 \\ & x^3-x^2 \\ \hline & \quad x^2-7x \\ & \quad x^2-x \\ \hline & \quad -6x+6 \\ & \quad -6x+6 \\ \hline & \quad 0 \end{array}$$

所以原方程可写成

$$(x^2+x-6)(x-1)(x-1)=0$$

因为方程$x^2+x-6=0$的解为$x_1=2$，$x_2=-3$，

所以原高次方程的解为

$$x_1=2,\ x_2=-3,\ x_{3,4}=1$$

## 八、不 等 式

**1.定义**

用不等号(>或<)把两个代数式(或数)联结起来所成的式子，叫做不等式.

**2.比较两实数大小的法则**

$$a-b>0 \Longleftrightarrow a>b$$

$$a-b=0 \Longleftrightarrow a=b$$

$$a-b<0 \Longleftrightarrow a<b$$

**3.基本性质和常用的不等式**

(1) $a>b \Longleftrightarrow b<a$ (对称性)

(2) $a>b,\ b>c \Longrightarrow a>c$ (传递性)

(3) $a>b \Longrightarrow a+c>b+c$

(4) $a>b,\ c>d \Longrightarrow a+c>b+d$

(5) $a>b,\ c<d \Longrightarrow a-c>b-d$

(6) $a>b,\ c>0 \Longrightarrow ac>bc$

$a>b,\ c<0 \Longrightarrow ac<bc$

(7) $a>b>0,\ c>d>0 \Longrightarrow ac>bd,\ \dfrac{a}{d}>\dfrac{b}{c}$

(8) $a>b>0 \Longrightarrow a^n>b^n$ ($n$为大于1的整数)

(9) $a>b>0 \Longrightarrow \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$ ($n$为大于1的整数)

(10) 如果$a$，$b$都是实数，那么$a^2+b^2\geqslant 2ab$ (当且仅当$a=b$时取"="号)

(11) 如果$a$，$b$都是正数，那么$\dfrac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$ (当且仅当$a=b$时取"="号)

(12) 如果$a$，$b$，$c$都是正数，那么$a^3+b^3+c^3\geqslant 3abc$ （当且仅当$a=b=c$时取“=”号）

(13) 如果$a$，$b$，$c$都是正数，那么$\frac{a+b+c}{3}\geqslant\sqrt[3]{abc}$ （当且仅当$a=b=c$时取“=”号）

(14) 如果$a_1, a_2, \cdots, a_n$是$n$个正数($n>1$)，那么$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$叫做这$n$个正数的算术平均数，$\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}$叫做这$n$个正数的几何平均数。一般地有$n$个($n$是大于1的整数)正数的算术平均数不小于它们的几何平均数，即

$$\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}\leqslant\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$$

(当且仅当$a_1=a_2=\cdots=a_n$时取“=”号)

**4.绝对值不等式定理和推论**

(1) $|a|-|b|\leqslant|a\pm b|\leqslant|a|+|b|$

(2) $|a_1+a_2+\cdots+a_n|\leqslant|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$

(3) $|ab|=|a|\cdot|b|$

(4) $\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{|a|}{|b|}$ $(b\neq 0)$

**5.基本不等式的解**

(1) 一元一次不等式的解

| 不等式 | | $ax>b$ | $ax<b$ |
|---|---|---|---|
| $a>0$ | | 解是$x>\frac{b}{a}$ | 解是$x<\frac{b}{a}$ |
| $a<0$ | | 解是$x<\frac{b}{a}$ | 解是$x>\frac{b}{a}$ |
| $a=0$ | $b>0$ | 无解 | 解是任意实数 |
| | $b=0$ | 无解 | 无解 |
| | $b<0$ | 解是任意实数 | 无解 |

(2) 一元一次不等式组的几种基本情况($\alpha<\beta$)

| 类　型 | $\begin{cases}x>\alpha\\x>\beta\end{cases}$ | $\begin{cases}x<\alpha\\x<\beta\end{cases}$ | $\begin{cases}x>\alpha\\x<\beta\end{cases}$ | $\begin{cases}x<\alpha\\x>\beta\end{cases}$ |
|---|---|---|---|---|
| 解 | $x>\beta$ | $x<\alpha$ | $\alpha<x<\beta$ | 没有解 |

(3) 一元二次不等式

$ax^2+bx+c>0$　($a\neq 0$)的解(设$\Delta=b^2-4ac$)

| 解 \ Δ / a | $\Delta>0$ | $\Delta=0$ | $\Delta<0$ |
|---|---|---|---|
| $a>0$ | $x>\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$，$x<\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ | $x\neq-\dfrac{b}{2a}$ | $-\infty<x<+\infty$ |
| $a<0$ | $\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}<x<\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ | 无　解 | 无　解 |

(4) 一元二次不等式$(x-\alpha)(x-\beta)>0$或$(x-\alpha)(x-\beta)<0$的解(其中$\alpha<\beta$)

| 类　型 | $(x-\alpha)(x-\beta)>0$ | $(x-\alpha)(x-\beta)<0$ |
|---|---|---|
| 归结成不等式组 | $\begin{cases}x-\alpha>0\\x-\beta>0\end{cases}$或$\begin{cases}x-\alpha<0\\x-\beta<0\end{cases}$ | $\begin{cases}x-\alpha>0\\x-\beta<0\end{cases}$或$\begin{cases}x-\alpha<0\\x-\beta>0\end{cases}$ |
| 解 | $x>\beta$ 或 $x<\alpha$ | $\alpha<x<\beta$ |

(5) 含有绝对值符号的不等式的解

| 类　型 | | $\lvert x\rvert>a$ | $\lvert x\rvert<a$ | $\lvert x-b\rvert>a$ | $\lvert x-b\rvert<a$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 解 | $a>0$ | $x<-a$或$x>a$ | $-a<x<a$ | $x<b-a$或$x>b+a$ | $b-a<x<b+a$ |
| | $a=0$ | $x\neq 0$ | 无　解 | $x\neq b$ | 无　解 |
| | $a<0$ | 全体实数 | 无　解 | 全体实数 | 无　解 |

6. $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_n)>0$的图解法

设$x_1<x_2<\cdots<x_n$，先任取小于$x_1$的一个值$\alpha$以确定$f(\alpha)$的符号，

然后根据“一切整代数函数，在经过它的零点时，其值改变符号”这一事实，画一根光滑的曲线，使它依次经过点$(a, f(a))$，$(x_1, 0)$，$(x_2, 0)$，$(x_3, 0)$，…，$(x_n, 0)$，并继续延伸，即从图示直接得出不等式的解。

例　解不等式 $5(x+2)(x-1)(x-3)>0$

解　取小于$-2$的值，例如$-3$，有$f(-3)<0$，依上述方法作图如下

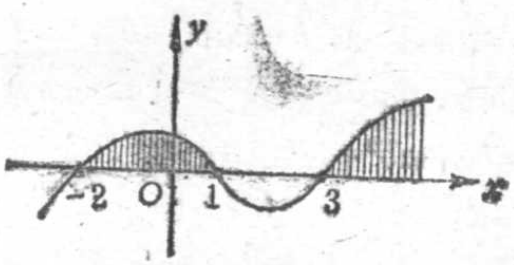



图1-1

显然其解为

$-2<x<1$和$x>3$

**7.不等式的证明**

(1) 基本依据

① $a-b>0 \Longleftrightarrow a>b$

$a-b<0 \Longleftrightarrow a<b$

② $b>0$时，$\frac{a}{b}>1 \Longleftrightarrow a>b$

$\frac{a}{b}<1 \Longleftrightarrow a<b$

③利用一些重要不等式，如

$a^2 \geqslant 0$

$a^2+b^2 \geqslant 2ab$

$\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \geqslant 2$　($a$，$b$同号)

$\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}$　($a$，$b$为正数)

$a^3+b^3+c^3 \geqslant 3abc$，($a$，$b$，$c$为正数)

$$\frac{a+b+c}{3}\geqslant\sqrt[3]{abc}\quad(a,\ b,\ c\text{为正数})$$

(2) 常用的方法

①比较法

i)将不等式左边减去右边，如果大于0，则左边>右边；如果小于0，则左边<右边.

例1　已知$a>0$，$b>0$，求证

$$a^3+5a^2b-3ab^2>2a^2b-6ab^2-b^3$$

证明　$(a^3+5a^2b-3ab^2)-(2a^2b-6ab^2-b^3)$

$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$

$\because$　$a>0$，$b>0$，$\therefore$　$(a+b)^3>0$

即　$(a^3+5a^2b-3ab^2)-(2a^2b-6ab^2-b^3)>0$

$\therefore$　$a^3+5a^2b-3ab^2>2a^2b-6ab^2-b^3$

ii)若不等式右边>0，若$\frac{\text{左边}}{\text{右边}}>1$，则左边>右边；若$\frac{\text{左边}}{\text{右边}}<1$，则左边<右边，若右边<0，结果恰好相反.

例2　已知$0<b<a<b+1$，求证

$$a^2+2b>a^3+2ab-a^2b-2b^2$$

证明

$\because$　$\frac{a^2+2b}{a^3+2ab-a^2b-2b^2}=\frac{a^2+2b}{(a^2+2b)(a-b)}=\frac{1}{a-b}>1$

分母$=(a-b)(a^2+2b)>0$

$\therefore$　$a^2+2b>a^3+2ab-a^2b-2b^2$

②综合法

由已知条件和基本不等式出发，逐步推证所证的不等式成立.

例3　已知$a>0$，$b>0$，求证

$$\left(\frac{a^2}{b}\right)^{\frac{1}{2}}+\left(\frac{b^2}{a}\right)^{\frac{1}{2}}\geqslant\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

证明　$\because$　$a>0$，$b>0$

$$\therefore\ \sqrt{a}+\sqrt{b}>0,\ \text{而}(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\geqslant 0$$

$$\therefore\ (\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\geqslant 0$$

即 $$a\sqrt{a}+b\sqrt{b}-a\sqrt{b}-b\sqrt{a}\geqslant 0$$

$$a\sqrt{a}+b\sqrt{b}\geqslant a\sqrt{b}+b\sqrt{a}$$

两端除以$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}>0$，得

$$\frac{a}{\sqrt{b}}+\frac{b}{\sqrt{a}}\geqslant\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

即 $$\left(\frac{a^2}{b}\right)^{\frac{1}{2}}+\left(\frac{b^2}{a}\right)^{\frac{1}{2}}\geqslant\sqrt{a}+\sqrt{b}$$

③分析法

先假定这个不等式(原命题)成立，逐步推导，归结为一个已知的不等式(真命题)，如果推理的每一步都可逆，就可断定所给的不等式(原命题)成立。

例4　求证$\sqrt{5}+\sqrt{3}<4$

证明　设$\sqrt{5}+\sqrt{3}<4$成立，那么有

$$(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2<4^2,\ 8+2\sqrt{15}<16$$

$$\sqrt{15}<4,\ (\sqrt{15})^2<4^2$$

即 $$15<16$$

∵ $15<16$成立，并且上面的推理每一步都是可逆的，

∴ $\sqrt{5}+\sqrt{3}<4$

④反证法

假设要证的不等式不成立，由此导致矛盾，因而证明了要证的不等式成立。

例5　已知$a>b$且$a>0$，$b>0$，$n$是大于1的整数，求证

$$\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$$

证明　∵ $a>0$，$b>0$

∴ $\sqrt[n]{a}>0$，$\sqrt[n]{b}>0$

假定$\sqrt[n]{a}\leqslant\sqrt[n]{b}$，那么$(\sqrt[n]{a})^n\leqslant(\sqrt[n]{b})^n$

即$a \leqslant b$，这与$a > b$矛盾。

∴ $\sqrt[n]{a} \leqslant \sqrt[n]{b}$ 不成立。

故 $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$

**8.用不等式求极值**

$$\frac{x+y}{2} \geqslant \sqrt{xy} \quad (x>0,\ y>0)$$

若$xy$=定值$p$，则当$x=y$时，取得

$$(x+y)_{极小} = 2\sqrt{p}$$

若$x+y$=定值$q$，则当$x=y$时，取得

$$(x\ y)_{极大} = \frac{q^2}{4}$$

## 九、集合和对应

**1.集合与元素**

(1) 定义

具有某种属性的一些对象所形成的一个整体，叫做集合。集合里的各个对象，叫做集合的元素。

(2) 集合的表示法

①列举法：把集合的元素一一列举出来。

例如，20到30之间的奇数的集合，可表示为

{23，29，27，21，25}

②描述法：把集合中元素的公共属性或表示集合中元素的规律，写在大括号内。例如，由高一(1)班学生所组成的集合，可表示为

{高一(1)班学生}

又如，由方程$x^2-1=0$的解组成的集合，可以表示为

$\{x : x^2-1=0\}$ 或 $\{x \mid x^2-1=0\}$

又如，由圆$x^2+y^2=1$上的点所组成的集合可以表示为

$\{(x,\ y) : x^2+y^2=1\}$

③在研究集合时，常用大写拉丁字母表示集合，用小写拉丁字母表示元素．而且常用$N$表示自然数集合，用$Z$表示整数集合，用$R$表示实数集合，用$C$表示复数集合．

若$a$是集合$A$的元素，叫"$a$属于集合$A$"，记作

$$a\in A$$

若$a$不是集合$A$的元素，叫"$a$不属于集合$A$"，记作

$$a\notin A.$$

注意：$a$ 和 $\{a\}$ 不相同，前者是一个元素，后者是只有一个元素$a$的集合．

**2.子集**

(1)子集

对于集合$A$和$B$，如果集合$A$的任何一个元素都是集合 $B$ 的元素，那么，集合$A$就叫做集合$B$的子集，表示为

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A$$

读作"$A$包含于$B$"，或"$B$包含$A$"．

任何一个集合是它自身的子集．即

$$A\subseteq A$$

(2)真子集

如果$A$是$B$的子集，并且$B$ 中至少有一个元素不属于 $A$，那么，集合$A$就叫做集合$B$的真子集，表示为

$$A\subset B \quad 或 \quad B\supset A$$

(3)集合间的相互关系

对于集合$A$，$B$，$C$，若$A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么$A\subseteq C$．

对于集合$A$，$B$，$C$，若$A\subset B$，$B\subset C$，那么$A\subset C$．

对于集合$A$，$B$，若$A\subseteq B$，同时$B\subseteq A$，那么集合$A$和集合$B$就叫做相等，表示为

$$A=B$$

读作"集合$A$等于集合$B$"．

**3.空集**

不含任何元素的集合叫做空集，用符号$\phi$表示．规定空集是任何集合的子集．

**4.交集与并集**

(1)交集

由同时属于$A$和$B$的一切元素所组成的集合，叫做集合$A$与集合$B$的交集，表示为

$$A \cap B$$

对于任何集合$A$，

$$A \cap A = A,\quad A \cap \phi = \phi$$

(2)并集

由属于$A$或者属于$B$的一切元素所组成的集合，叫做集合$A$与集合$B$的并集，表示为

$$A \cup B$$

对于任何集合$A$，

$$A \cup A = A,\quad A \cup \phi = A$$

**5.全集与补集**

(1)全集

在研究集合与集合之间的关系时，有些集合常常是某一个给定集合的子集，这个给定的集合叫做全集，用符号$I$表示。全集包含了所有要研究的各个集合的全部元素。

(2)补集

已知全集$I$，$A \subseteq I$，由$I$中所有不属于$A$的元素组成的集合，叫做集合$A$的补集，表示为$\bar{A}$。

**6.单值对应**

设$A$与$B$是两个集合，如果按照某种对应关系，使$A$的任何一个元素，在$B$中都有唯一的元素和它对应，这样的对应关系叫做从集合$A$到集合$B$的单值对应。

单值对应也叫做映射。在单值对应下，$A$中的元素$a$所对应的$B$中的元素$b$叫做$a$的象，$a$叫做$b$的原象。

**7.一一对应**

设$A$，$B$是两个集合，$f$是从$A$到$B$的单值对应，如果对于集合$A$的不同元素，在$B$中有不同的象，而且$B$中的每一个元素都有原象，这个

单值对应就叫做从$A$到$B$的一一对应。

**8. 逆对应**

设$f$是从集合$A$到集合$B$的一一对应。对于$B$中的每一个元素$b$，找在$A$中$b$的原象$a$和它对应。这样所得的对应叫做对应$f$的逆对应，表示为$f^{-1}$。

注意：只有一一对应才有逆对应。

## 十、函　数

**1. 函数的定义**

(1) 变量与常量

在某一过程中可以取不同数值的量，叫做变量；在过程中保持一定数值的量，叫做常量。表示常量的数叫做常数。

(2) 函数

设在某变化过程中有两个变量$x$和$y$。如果对于$x$在某一范围内的每一个确定的值，按照某个对应关系，$y$都有唯一确定的值和它对应，那么就把$y$叫做$x$的函数，$x$叫做自变量。$x$的取值范围叫做函数的定义域。和$x$的值相对应的$y$的值叫做函数值，函数值的集合叫做函数的值域。

通常用符号

$$y=f(x)$$

表示$y$是$x$的函数。当$x$在定义域中取一个确定的值$a$时，用$f(a)$表示对应的函数值。

在同时研究两个或多个函数时，就要用不同的符号表示不同的函数，如$F(x)$，$G(x)$，$g(x)$等。

**2. 区间**

设$a$、$b$是两个实数，而且$a<b$。则满足$a\leqslant x\leqslant b$的实数$x$的全体的集合，记为$[a, b]$，叫做闭区间；满足$a<x<b$的实数$x$的全体的集合，记为$(a, b)$，叫做开区间；满足$a\leqslant x<b$的实数$x$的全体的集合，记为$[a, b)$；满足$a<x\leqslant b$的实数$x$的全体的集合，记为$(a, b]$；后两者均叫做半开(闭)区间。

全体实数的集合$R$，表示为$(-\infty, +\infty)$，"$\infty$"读作无穷大，"$-\infty$"

读作负无穷大，"+∞"读作正无穷大。满足$x \geqslant a$，$x > a$，$x \leqslant b$，$x < b$的实数$x$全体的集合，分别表示为$[a, +\infty)$，$(a, +\infty)$，$(-\infty, b]$，$(-\infty, b)$。

**3.函数关系的表示法**

**表示函数关系的方法，最常用的有三种：**

(1) 解析法

把两个变量之间的函数关系，**用一个等式来表示的方法。这个等式**叫做函数的解析表达式。

(2) 列表法

列出表格，将自变量和对应的函数值表示出来的方法。

(3) 图象法

用图象来表示两个变量之间的函数关系的方法。

**函数的图象通常是根据函数的解析式，用描点法而作出的。描点法**即先列出一些自变量和函数的对应值，以自变量及其对应值为点的坐标，描出图象上的一些点，然后按照自变量由小到大的顺序，用一条或几条平滑曲线把所描的点连结起来。这样画出的平滑曲线就是函数的图象。

**4.单调函数**

**对于给定区间上的函数**

(1)如果对于属于区间的任意两个自变量的值$x_1$，$x_2$，当$x_1 < x_2$时，都有$f(x_1) < f(x_2)$，就说$f(x)$在这个区间上是增函数(如图1-2 左图)。

(2)如果对于属于区间的任意两个自变量的值$x_1$，$x_2$，当$x_1 < x_2$时，都有$f(x_1) > f(x_2)$，就说$f(x)$在这个区间上是减函数(如图 1 - 2 右图)。

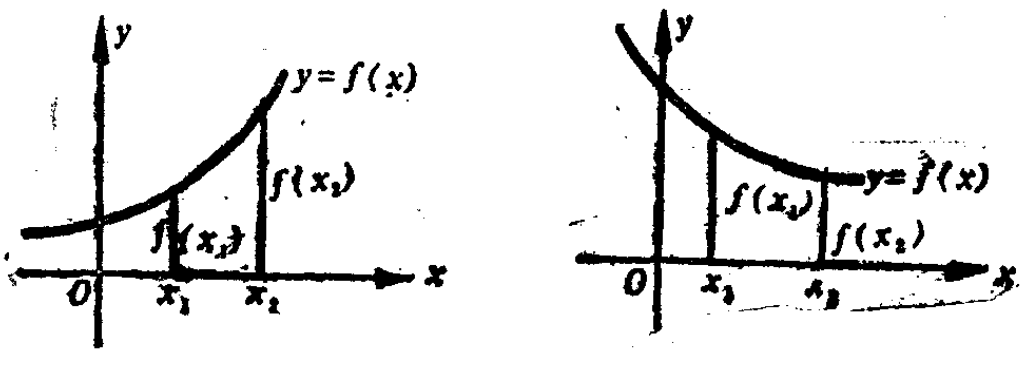



图1-2

在某一区间上的增函数或减函数，叫做这个区间上的单调函数．这个区间叫做函数的单调区间．

**5．奇函数和偶函数**

函数 $y=f(x)$

(1)如果对于函数定义域里任意一个 $x$，都有 $f(-x)=-f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做奇函数．

(2)如果对于函数定义域里任意一个 $x$，都有 $f(-x)=f(x)$，那么函数 $f(x)$ 就叫做偶函数．

奇函数的图象关于原点对称．偶函数的图象关于 $y$ 轴对称．

**6．反函数**

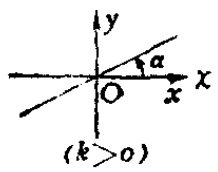
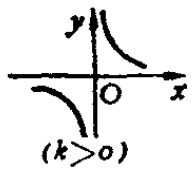
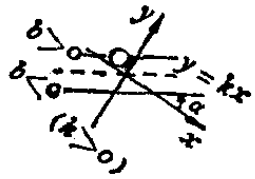
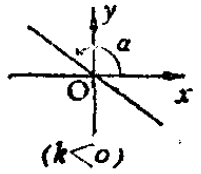
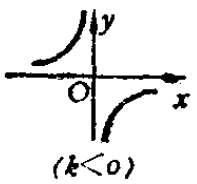
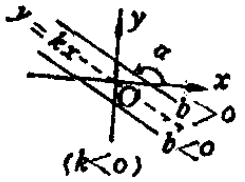
如果给定函数 $y=f(x)$ 的对应关系 $f$ 是一一对应，那么 $f$ 的逆对应 $f^{-1}$ 所确定的函数 $x=f^{-1}(y)$，叫做函数 $y=f(x)$ 的反函数．函数 $y=f(x)$ 的定义域和值域分别是函数 $x=f^{-1}(y)$ 的值域和定义域．

习惯上自变量用 $x$ 来表示，函数用 $y$ 来表示，因此函数 $y=f(x)$ 的反函数 $x=f^{-1}(y)$ 通常用 $y=f^{-1}(x)$ 表示．

求反函数时，先由 $y=f(x)$ 解出 $x=f^{-1}(y)$，再改写为 $y=f^{-1}(x)$．

函数 $y=f(x)$ 的图象和它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称．

## 7.正比例函数、反比例函数和一次函数

| 名 称 | 正比例函数 | 反比例函数 | 一次函数 |
|---|---|---|---|
| 表达式 | $y=kx$ $(k\neq 0)$ | $y=k/x$ $(k\neq 0)$ | $y=kx+b$ $(k\neq 0)$ |
| 定义域 | 全体实数<br>$\{x:x\in R\}$ | 非零实数<br>$\{x:x\in R, x\neq 0\}$ | 全体实数<br>$\{x:x\in R\}$. |
| 值 域 | 全体实数<br>$\{y:y\in R\}$ | 非零实数<br>$\{y:y\in R, y\neq 0\}$ | 全体实数<br>$\{y:y\in R\}$ |
| 图象 |  |  |  |
| 象 |  |  |  |
| 性质 | ①图象是过原点和点(1，$k$)的直线<br>②斜率$k=\mathrm{tg}\alpha$<br>③当$k>0$，是增函数；当$k<0$，是减函数<br>④是奇函数 | ①图象是关于原点(0，0)和直线$y=\pm x$对称的双曲线<br>②图象以坐标轴为渐近线<br>③当$k>0$时是减函数；当$k<0$时，是增函数<br>④是奇函数 | ①图象是经过点(0，$b$)且和$y=kx$图象平行的直线<br>②斜率$k=\mathrm{tg}\alpha$<br>③$b$是直线在$y$轴上的截距<br>④$k>0$时，是增函数；$k<0$时，是减函数 |

**8.二次函数**

(1) 定义

形如$y=ax^2+bx+c$ ($a,b,c$是常数，且$a\neq0$)的函数，叫做二次函数。

(2) 定义域

全体实数。

(3) 图象和性质

$$y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$$

①图象：以直线$x=-\frac{b}{2a}$为对称轴，以$\left(-\frac{b}{2a},\ \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$为顶点(即抛物线和对称轴的交点)的抛物线。当$a>0$时，抛物线的开口向上；当$a<0$时，抛物线的开口向下。

②增减性：如果$a>0$，则函数在区间$\left(-\infty,\ -\frac{b}{2a}\right]$上是减函数，在区间$\left[-\frac{b}{2a},\ +\infty\right)$上是增函数。如果$a<0$，则函数在区间$\left(-\infty,\ -\frac{b}{2a}\right]$上是增函数，在区间$\left[-\frac{b}{2a},\ +\infty\right)$上是减函数。

③值域：如果$a>0$，值域是$\left\{y:\ \frac{4ac-b^2}{4a}\leqslant y<+\infty\right\}$；当$x=-\frac{b}{2a}$时有极小值

$$y_{极小}=\frac{4ac-b^2}{4a}$$

如果$a<0$，值域是$\{y:\ -\infty<y\leqslant\frac{4ac-b^2}{4a}\}$；当$x=-\frac{b}{2a}$时有极大值

$$y_{极大}=\frac{4ac-b^2}{4a}$$

**3.幂函数**

(1) 定义

形如$y=x^n$ ($n$是有理数)*的函数叫做幂函数。

(2) 定义域

使$x^n$有意义的实数的集合。

(3) 性质

①当$n>0$时，

1)图象都经过点(1, 1)和(0, 0)；

2)在区间$[0,+\infty)$内是增函数。

②当$n<0$时，

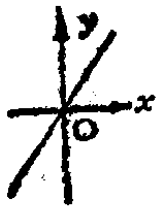
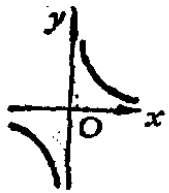
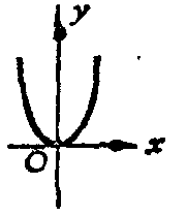
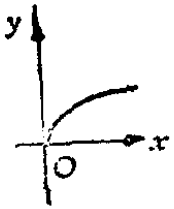
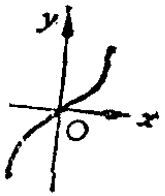
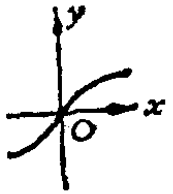
1)图象都经过点(1, 1)；

2)在$(0,+\infty)$内是减函数；

3)在第一象限内，图象向上与$y$轴无限地靠近，向右与$x$轴无限靠近。即在第一象限内图象以两个坐标轴的正向半轴为渐近线。

(4) 几种常见的幂函数

* n可以推广到实数。

| 函数 | $y=x$ | $y=x^{-1}$ | $y=x^2$ | $y=x^{\frac{1}{2}}$ | $y=x^3$ | $y=x^{\frac{1}{3}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 定义域 | 全体实数 | 非零实数 $(x\neq 0)$ | 全体实数 | 非负实数 $(x\geqslant 0)$ | 全体实数 | 全体实数 |
| 值域 | 全体实数 | 非零实数 $(y\neq 0)$ | 非负实数 $(y\geqslant 0)$ | 非负实数 $(y\geqslant 0)$ | 全体实数 | 全体实数 |
| 单调性 | 递　增 | 在 $-\infty<x<0$ 及 $0<x<+\infty$ 内递减 | 在 $-\infty<x\leqslant 0$ 内递减，在 $0\leqslant x<+\infty$ 内递增 | 递　增 | 递　增 | 递　增 |
| 奇偶性 | 奇函数 | 奇函数 | 偶函数 | 非奇非偶 | 奇函数 | 奇函数 |
| 图象 |  |  |  |  |  |  |

## 10. 指数函数

(1) 定义

函数$y=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$叫做指数函数。

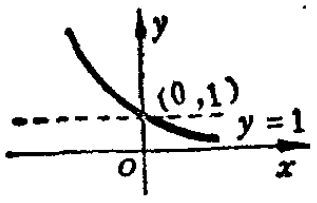
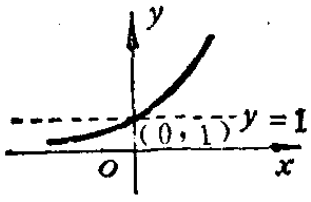
(2) 定义域

全体实数。

(3) 值域

全体正实数。

(4) 图象和性质

| $a$ | $0<a<1$ | $a>1$ |
|---|---|---|
| 图象 |  |  |
| 图象性质 | ①在$x$轴上方<br>②经过(0, 1)点<br>③当$x>0$时，在直线$y=1$的下方<br>当$x<0$时，在直线$y=1$的上方 | ①同左<br>②同左<br>③当$x>0$时，在直线$y=1$的上方<br>当$x<0$时，在直线$y=1$的下方 |
| 函数性质 | ①$x$取任何实数值时，$a^x$的值总是正的<br>②不论底数$a$为任何正数，当$x=0$时，$a^x$的值都是1<br>③$a^x\begin{cases}<1 & (x>0)\\ >1 & (x<0)\end{cases}$<br>④$a^x$是减函数 | ①同左<br>②同左<br>③$a^x\begin{cases}>1 & (x>0)\\ <1 & (x<0)\end{cases}$<br>④$a^x$是增函数 |

## 11. 对数函数

(1) 定义

函数$y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$叫做对数函数。

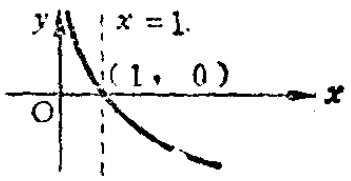
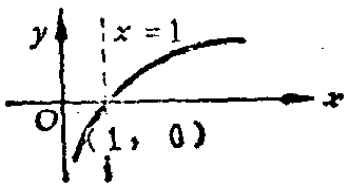
(2) 定义域

全体正实数。

(3) 值域

全体实数。

(4) 图象和性质

| $a$ | $0<a<1$ | $a>1$ |
|---|---|---|
| 图象 |  |  |
| 图象性质 | ①在$y$轴的右方<br>②经过(1, 0)点<br>③当$x>1$，在$x$轴下方<br>当$0<x<1$，在$x$轴上方 | ①同左<br>②同左<br>③当$x>1$，在$x$轴上方<br>当$0<x<1$，在$x$轴下方 |
| 函数性质 | ①1的对数是零<br>②$\log_a x$ $\begin{cases}<0 & (x>1)\\ >0 & (0<x<1)\end{cases}$<br>③$\log_a x$是减函数 | ①同左<br>②$\log_a x$ $\begin{cases}>0 & (x>1)\\ <0 & (0<x<1)\end{cases}$<br>③$\log_a x$是增函数 |

## 十一、数　　列

**1.定义**

按一定次序排列的一列数，叫做数列。数列中的每一个数叫做这个数列的一项。各项依次叫做这个数列的第1项(或首项)，第2项，…，第$n$项，…。数列的一般形式可表示为

$$a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n, \cdots$$

也可简记作$\{a_n\}$。

如果一个数列的第$n$项$a_n$与项数$n$之间的函数关系可用一个公式来表示，这个公式就叫做这个数列的通项公式。

项数有限的数列叫做有穷数列，项数无限的数列叫做无穷数列。

**2.等差数列**

(1) 定义

如果一个数列从第2项起，每一项与它前一项的差等于同一个常数，这个数列就叫做等差数列，这个常数叫做等差数列的公差，通常用字母$d$来表示。等差数列可表示为

$$a_1,\ a_1+d,\ a_1+2d,\ \cdots,\ a_1+(n-1)d,\ \cdots$$

(2) 通项公式

$$a_n=a_1+(n-1)d$$

(3) 前$n$项和公式

$$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d$$

(当 $d=0$时，$S_n=na_1$)

(4) 等差中项

如果在$a$与$b$中间插入一个数$A$，使$a$，$A$，$b$成等差数列，那么$A$叫做$a$与$b$的等差中项。即

$$A=\frac{a+b}{2}\quad(\text{或}2A=a+b)$$

**3.等比数列**

(1) 定义

如果一个数列从第2项起，每一项与它前一项的比等于同一个常数，这个数列就叫等比数列，这个常数叫做等比数列的公比，通常用字母$q$来表示。等比数列可表示为

$$a_1,\ a_1q,\ a_1q^2,\ \cdots,\ a_1q^{n-1},\ \cdots\quad(q\text{和}a_1\text{均不为}0)$$

(2) 通项公式

$$a_n=a_1q^{n-1}$$

(3) 前$n$项和公式

$$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\frac{a_1-a_nq}{1-q}\quad(q\neq1)$$

$$S_n=na_1\quad(q=1)$$

(4) 等比中项

如果在$a$与$b$中间插入一个数$G$，使$a$，$G$，$b$成等比数列，那么$G$叫做$a$与$b$的等比中项。即

$$G=\pm\sqrt{ab}\quad(\text{或}G^2=ab)。$$

(5) 无穷递缩等比数列

无穷等比数列

$$a_1,\ a_1q,\ a_1q^2,\ \cdots,\ a_1q^{n-1},\ \cdots$$

在$|q|<1$时，叫做无穷递缩等比数列。

无穷递缩等比数列前$n$项和当$n$无限增大时的极限，叫做这个无穷递缩等比数列各项的和，并且用符号$S$表示：

$$S=\frac{a_1}{1-q}$$

**4. 常见数列的前$n$项和**

(1) $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

(2) $1^2+3^2+5^2+\cdots+(2n-1)^2=\frac{1}{3}n(4n^2-1)$

(3) $1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\frac{1}{4}n^2(n+1)^2$

(4) $1^3+3^3+5^3+\cdots+(2n-1)^3=n^2(2n^2-1)$

(5) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

(6) $1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot4+3\cdot4\cdot5+\cdots+n(n+1)(n+2)$

$$=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$$

(7) $\frac{1}{1\cdot2}+\frac{1}{2\cdot3}+\frac{1}{3\cdot4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}=1-\frac{1}{n+1}$

(8) $\dfrac{1}{1\cdot2\cdot3}+\dfrac{1}{2\cdot3\cdot4}+\dfrac{1}{3\cdot4\cdot5}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}$

$=\dfrac{1}{2}\left[\dfrac{1}{1\cdot2}-\dfrac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$

对于既不是等比数列也不是等差数列的一些数列，求其前$n$项和时常采用拆项的方法，即把每一项拆成若干项来解决。这里除了运用等差和等比数列的公式外，也可把上述的(1)和(7)改写成下面的形式，作为公式使用：

$$\sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+p)}=\frac{1}{p}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+p}\right)$$

## 十二、行 列 式

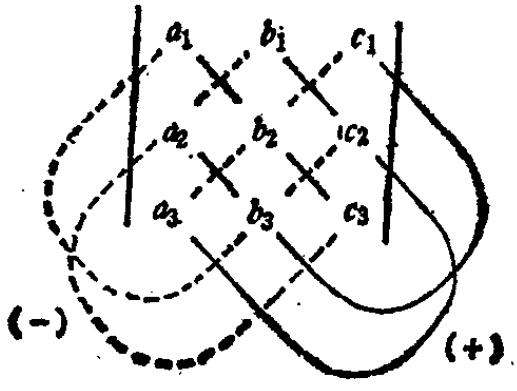
### 1.行列式的展开

(1) 二阶行列式

$$\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\ a_2 & b_2\end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1$$

(2) 三阶行列式

可按下图1-3用对角线法则展开：



实线上三个元素的积取正号，虚线上三个元素的积取负号。

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2 - a_3b_2c_1 - a_2b_1c_3 - a_1b_3c_2$$

**2.行列式的性质**

(1) 把行列式的各行变为相应各列(就是第$i$行变为第$i$列)，行列式的值不变。例如

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

(2) 把行列式的两行(或两列)对调，所得行列式与原行列式的绝对值相等，符号相反。例如

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

(3) 如果行列式某两行(或两列)的对应元素相同，那么这个行列式的值等于零。

(4) 用某数$k$乘行列式的某一行(或一列)的所有元素，等于用数$k$乘以原行列式。例如

$$\begin{vmatrix} ka_1 & b_1 & c_1 \\ kc_2 & b_2 & c_2 \\ ka_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

从而有如下推论：

①行列式的某一行(或一列)有公因式时，可把公因式提到行列式外面。

②如果行列式某一行(或一列)的所有元素都是零，那么行列式的值等于零。

(5) 如果行列式某两行(或两列)的对应元素成比例，那么行列式的值等于零。

(6) 如果行列式的某一行(或列)的元素都是二项式，那么这个行列式等于把这些二项式各取一项作成对应行(或列)，而其余行(或列)不变

的两个行列式的和。例如

$$\begin{vmatrix} a_1+a_1' & b_1+b_1' & c_1+c_1' \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_1' & b_1' & c_1' \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

(7)把行列式某一行(或一列)的所有元素同乘一个数$k$后，加到另一行(或另一列)的对应元素上，行列式的值不变。例如

$$\begin{vmatrix} a_1+ka_2 & b_1+kb_2 & c_1+kc_2 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

(8) 行列式等于它的任一行(或一列)的各元素与对应于它们的代数余子式的乘积的和。

(9) 行列式某一行(或一列)的各元素与另一行(或另一列)对应元素的代数余子式的积的和等于零。

上面性质，对于任意阶行列式都成立。

**注意：对角线法则不再适用于高于三阶的行列式。**

**3.代数余子式**

**把$n$阶行列式中某一元素所在的第$i$行第$j$列划去，剩下的元素不改变它们的前后左右的位置关系，所得的$n-1$阶行列式，叫做对应于这个元素的余子式。余子式乘上$(-1)^{i+j}$后所得到的式子，叫做对应于这个元素的代数余子式。**

例如在三阶行列式中，元素$a_2$位于第二行第一列，所以对应于$a_2$的代数余子式为

$$(-1)^{2+1}\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

三阶行列式的代数余子式的符号$(-1)^{i+j}$可以用下图来帮助记忆

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

# 十三、复　数

## 1.数的系统

复数$(a+bi)$
- 实数$(b=0)$
  - 有理数
    - 正有理数：正整数(自然数)；正分数
    - 零
    - 负有理数：负整数；负分数
  - 无理数：正无理数；负无理数　无限不循环小数
- 虚数$(b\neq 0)$
  - 纯虚数　$(a=0)$
  - 非纯虚数　$(a\neq 0)$

## 2.复数的概念

(1) 复数

复数$z$一般表示为$z=a+bi$.其中$i$称为虚数单位($i^2=-1$或$i=\sqrt{-1}$)，$a$和$b$均为实数．当$b=0$时$z$为实数；当$b\neq 0$时$z$为虚数；当$a=0$且$b\neq 0$时$z$为纯虚数．$a$与$b$分别称为$z$的实部与虚部，记为$a=\mathrm{Re}z$，$b=\mathrm{Im}z$。

(2) 复数相等

两个复数，当且仅当实部和虚部分别相等时才相等．两个复数，如果都是实数，可以比较它们的大小；如果不全是实数，就不能比较它们的大小．

(3) 复数的模

用坐标平面内的$Z$点来表示复数$z=a+bi$，相应的向量$\overrightarrow{OZ}$的长度$r$，叫做复数$z$的模(或绝对值)，记为$|z|$，即

$$|z|=|a+bi|=r=\sqrt{a^2+b^2}$$

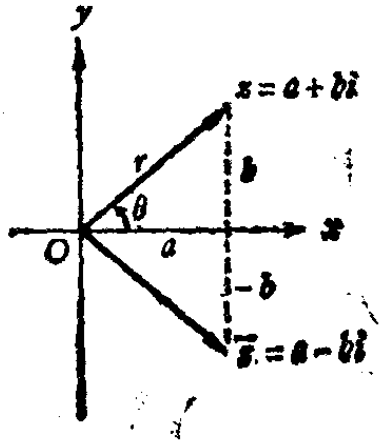


图1-3

(4) 复数的辐角

$x$轴的正方向到向量$\overrightarrow{OZ}$的角$\theta$，叫做复数$z$的幅角，记为$\mathrm{Arg}z$。不等于零的复数$z$的幅角有无数个值，这些值相差$2\pi$的整数倍。适合于$0\leqslant\theta<2\pi$的幅角$\theta$的值，叫做幅角的主值，记为$\arg z$。因此，

$$\mathrm{Arg}z=\arg z+2k\pi \quad (k\text{是整数})$$

(5) 共轭复数

$z=a+bi$与$\bar{z}=a-bi$互为共轭复数。

(6) 虚数单位的乘方

$$i=\sqrt{-1},\ i^2=-1,\quad i^3=-i,\quad i^4=1$$

$$i^{4n+1}=i,\quad i^{4n+2}=-1,\quad i^{4n+3}=-i,\quad i^{4n}=1\ .\ (n\text{为正整数}^{\bullet})$$

**3.复数的几何表示法**

(1) 用坐标表示

任何一个复数$z=a+bi$都可用坐标平面内的点$Z$来表示。这个点的横坐标是$a$，纵坐标是$b$。这个坐标平面叫做复平面，$x$轴叫做实轴，$y$轴叫做虚轴。

(2) 用向量表示

把$a$，$b$视为向量$\overrightarrow{OZ}$在$x$轴和$y$轴上的投影，则向量$\overrightarrow{OZ}$表示复数$z=a+bi$。与$Z$点关于$x$轴对称的点记为$\bar{Z}$，向量$\overrightarrow{O\bar{Z}}$表示共轭复数$\bar{z}=a-bi$。

复数$z=a+bi$，点$Z(a,b)$和向量$\overrightarrow{OZ}$两两之间具有一一对应的关系。

**4.复数的三种表示形式**

(1) 代数形式

$$z=a+bi$$

(2) 三角形式

$$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$$

(3) 指数形式

$$z=re^{i\theta}$$

上述表示式中$a$，$b$与$r$，$\theta$间的相互关系为

• $n$可以推广到任意整数。

$$a=r\cos\theta, \qquad b=r\sin\theta$$

$$r=\sqrt{a^2+b^2}, \qquad \cos\theta=\frac{a}{r}, \qquad \sin\theta=\frac{b}{r}$$

**5.复数的运算**

(1) 代数式的运算

$$(a+bi)\pm(c+di)=(a\pm c)+(b\pm d)i$$

$$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i$$

$$\frac{a+bi}{c+di}=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i \quad (c、d至少有一个不为0)$$

(2) 三角式运算

设$z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$, $z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$, …, $Z_n=r_n(\cos\theta_n+i\sin\theta_n)$, $z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

则 $$z_1\cdot z_2=r_1r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2)]$$

$$z_1\cdot z_2\cdots z_n=r_1r_2\cdots r_n[\cos(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_n)+i\sin(\theta_1+\theta_2+\cdots+\theta_n)]$$

$$z^n=[r(\cos\theta+i\sin\theta)]^n$$

$$=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta) \quad (n是正整数)$$

(上式就是棣莫佛定理)。

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2)]$$

$$z^{\frac{1}{n}}=r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta+2k\pi}{n}+i\sin\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)$$

$$(k=0, 1, 2, \cdots, n-1)$$

(3) 指数式运算

设$z_1=r_1e^{i\theta_1}$, $z_2=r_2e^{i\theta_2}$

则 $$z_1\cdot z_2=r_1r_2e^{i(\theta_1+\theta_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1}{r_2}e^{i(\theta_1-\theta_2)}$$

$$z^n = r^n e^{in\theta}$$

$$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}} e^{i\left(\frac{\theta+2k\pi}{n}\right)} \quad (k=0,1,2,\cdots,n-1)$$

# 十四、向量和矩阵

## 1.向量

### (1) 标量和向量

任何只有大小的量叫做标量(也称为纯量或数量)。任何既有大小又有方向的量叫做向量(也称为矢量)。

### (2) 向量的几何表示法

向量通常用带有箭头的直线段，即有向线段来表示。线段的长度表示向量的大小，箭头的方向表示向量的方向。

如图1-4，它是以$O$为起点，$A$为终点的有向线段，记作$\overrightarrow{OA}$，$\vec{a}$，或用粗体字**a**表示。

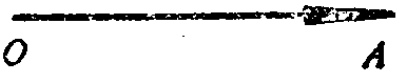



图1-4

### (3) 向量的模、单位向量、零向量

向量**a**的长度叫做向量的模，记作$|\mathbf{a}|$。

模是1个单位的向量叫做单位向量，也就是当且仅当$|\mathbf{a}|=1$时，向量**a**是单位向量。

模是0的向量叫做零向量，它是始点和终点重合的向量，其方向是不确定的。

### (4) 相等的向量、互为相反的向量

在数学上一般是研究与始点无关的向量，并称这种向量为自由向量。

如果两个向量**a**和**b**的模相等，且方向相同，就说这两个向量是相等的，记作$\mathbf{a}=\mathbf{b}$。

如果向量**a**和**b**的模相等，但方向相反，就说这两个向量是互为相反的，记作$\mathbf{a}=-\mathbf{b}$。

### (5) 向量的加减法

①加法　设有向量a，b，规定加法运算如下：

1)平行四边形法则　把a或b平移，使两向量共始点，以a，b为邻边作平行四边形．平行四边形中，和a，b共始点的对角线所表示的向量c，就是向量a，b的和(图1-5)，记作

$$a+b=c$$

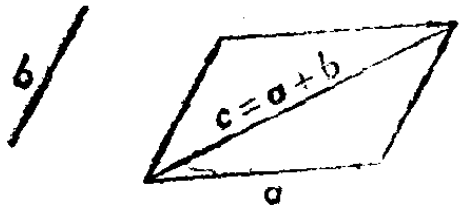



图1-5

2)三角形法则　把向量b平移，使它的始点与向量a的终点重合，则向量a，b的和，就是从a的始点到b的终点的向量c(如图1-6)，记作

$$a+b=c$$

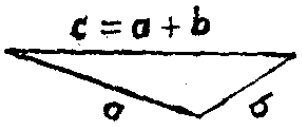



图1-6

三角形法则和平行四边形法则没有本质的差异．

如果向量a，b在同一直线上，则规定它们的和是这样的向量：a，b同向时，和向量的方向与a，b同向，其模等于两向量的模的和；a，b反向时，和向量与较长的向量方向相同，而模等于两向量的模的差．

②减法

向量a，b的减法运算如下：

$$a-b=a+(-b)$$

1)平行四边形法则　把b平移至与a共始点，然后求向量b的反向量$-b$，再以a和$-b$为邻边作平行四边形，与它们的共始点的对角线c就是$a-b$(如图1-7)．

2)三角形法则　把b平移至与a共始点，则以b的终点为始点、以a的终点为终点的向量c就是$a-b$．

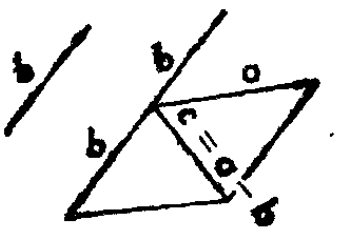



图1-7

③加法规律

$$a+b=b+a$$

$$a+(b+c)=(a+b)+c$$

$$a+0=a$$

$\mathbf{a}+(-\mathbf{a})=0$

(6) 数与向量的乘法

①数$k$与向量$\mathbf{a}$的乘积$k\mathbf{a}$是一个新向量。它的模是$|\mathbf{a}|$的$|k|$倍，即$|k\mathbf{a}|=|k|\cdot|\mathbf{a}|$。它的方向规定如下：当$k>0$时，$k\mathbf{a}$和$\mathbf{a}$的方向相同；当$k<0$时，$k\mathbf{a}$和$\mathbf{a}$的方向相反。如图1-8所示。

如果$k=0$，规定$k\mathbf{a}=0$。

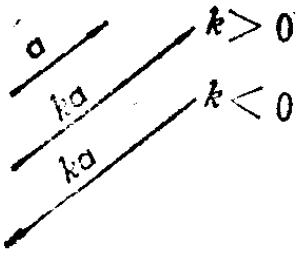


图1-8

②数与向量的乘法规律

$m(k\mathbf{a})=(mk)\mathbf{a}$

$(m+k)\mathbf{a}=m\mathbf{a}+k\mathbf{a}$

$k(\mathbf{a}+\mathbf{b})=k\mathbf{a}+k\mathbf{b}$

$1\cdot\mathbf{a}=\mathbf{a}$，$(-1)\mathbf{a}=-\mathbf{a}$

(7) 向量的数量积

①设有向量$\mathbf{a}$和$\mathbf{b}$，数量$|a|\,|b|\cos(\hat{\mathbf{a},\mathbf{b}})$叫做$\mathbf{a}$和$\mathbf{b}$的数量积（也称为内积或点积），这里$(\hat{\mathbf{a},\mathbf{b}})$表示$\mathbf{a}$和$\mathbf{b}$的夹角。它的几何意义如图1-9所示。

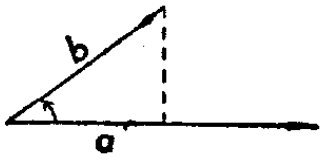


图1-9

②数量积运算规律

$\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=\mathbf{b}\cdot\mathbf{a}$

$(k\mathbf{a})\mathbf{b}=k(\mathbf{ab})$

$(\mathbf{a}+\mathbf{b})\mathbf{c}=\mathbf{ac}+\mathbf{bc}$

(8) 向量的分量、直角分量

由一个向量分解为几个向量，这些分解出来的向量叫做原向量的分量，例如$\mathbf{c}=\mathbf{a}+\mathbf{b}$，$\mathbf{a}$和$\mathbf{b}$都是$\mathbf{c}$的分量。

一个向量在直角坐标系分解成在坐标轴上的两个分量，叫做直角分量。如图1-10，$\mathbf{a}$和$\mathbf{b}$是$\mathbf{c}$的直角分量。

向量$\mathbf{c}$与它的直角分量$\mathbf{a}$和$\mathbf{b}$有如下关系：

$$|\mathbf{a}|=|\mathbf{c}|\cos\theta,\quad |\mathbf{b}|=|\mathbf{c}|\sin\theta$$

式中$\theta$是向量$\mathbf{c}$与$x$轴正向的夹角。

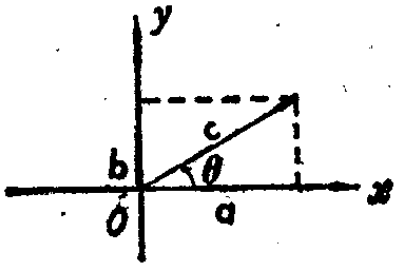


图1-10

2.矩阵

(1) 基本概念

①定义

任意$m\times n$个数$a_{ij}(i=1,2,\cdots,m;\ j=1,2,\cdots,n)$排成的矩形表

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

称为一个$m$行$n$列的矩阵。横排的叫矩阵的行，纵排的叫矩阵的列。$a_{ij}$称为矩阵$A$的第$i$行第$j$列的元素。这个$m\times n$矩阵$A$或$A_{mn}$，也可以记为$(a_{ij})$或$(a_{ij})_{m\times n}$。

特别地，在$A_{m\times n}$中若$m=n$，则矩阵$A_{n\times n}$称为$n$阶方阵；若$m=1$，即$A=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$，称为$n$元行阵（$n$维行向量）；若$n=1$，即$A=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix}$，则称为$m$元列阵（$m$维列向量）。

②零矩阵

元素全为0的矩阵叫做零矩阵，记作$O$或$O_{m\times n}$（也有记作$\theta$或$\theta_{m\times n}$）。

③单位矩阵

主对角线上的元素全是1，而其余元素全是0的$n\times n$方阵

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \text{ 或 } \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$

叫做$n$阶单位矩阵，记作$I$或$I_n$（也有记作$E$或$E_n$）。

④负矩阵

矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$，则矩阵

$$(-a_{ij})_{m\times n}=\begin{pmatrix} -a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & \cdots & -a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -a_{m1} & -a_{m2} & \cdots & -a_{mn} \end{pmatrix}$$

称为$A$的负矩阵，记作$-A$。

⑤转置矩阵

矩阵$A$的行与列互换之后得到的新矩阵$A'$，称为$A$的转置矩阵，即

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$A'=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

转置矩阵的性质：

1) $(A')'=A$

2) $(A+B)'=A'+B'$

3) $(kA)'=kA'$ （$k$为常数）

4) $(AB)'=B'A'$

⑥逆矩阵

设$A$是$n$阶方阵，$I$是$n$阶单位矩阵。若存在$n$阶方阵$B$，使得

$$AB=BA=I$$

则称$A$是一个非奇异矩阵，此时称$B$是$A$的逆矩阵。若这样的矩阵$B$不存在，则称$A$是一个奇异的矩阵。

逆矩阵的性质：

1)若$A$有逆矩阵，则其逆矩阵是唯一的；矩阵$A$的逆矩阵记为$A^{-1}$。

$$(A^{-1})^{-1}=A$$

2)若$A$，$B$都是$n$阶非奇异矩阵，则它们的乘积$AB$也是非奇异的，且$AB$的逆矩阵为

$$(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$$

(2) 矩阵的加减运算

①加法

设$A$，$B$都是$m\times n$矩阵

$$A=(a_{ij})_{mn}=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\a_{m1}&a_{m2}&\cdots&a_{mn}\end{pmatrix}$$

$$B=(b_{ij})_{mn}=\begin{pmatrix}b_{11}&b_{12}&\cdots&b_{1n}\\b_{21}&b_{22}&\cdots&b_{2n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\b_{m1}&b_{m2}&\cdots&b_{mn}\end{pmatrix}$$

作$m$行$n$列的矩阵

$$C=(c_{ij})_{mn}=\begin{pmatrix}c_{11}&c_{12}&\cdots&c_{1n}\\c_{21}&c_{22}&\cdots&c_{2n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\c_{m1}&c_{m2}&\cdots&c_{mn}\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}a_{11}+b_{11}&a_{12}+b_{12}&\cdots&a_{1n}+b_{1n}\\a_{21}+b_{21}&a_{22}+b_{22}&\cdots&a_{2n}+b_{2n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\a_{m1}+b_{m1}&a_{m2}+b_{m2}&\cdots&a_{mn}+b_{mn}\end{pmatrix}$$

则矩阵$C$叫做矩阵$A$与$B$的和，记作$C=A+B$，矩阵对应元素相加的运算叫矩阵的加法。加法运算只有在两个矩阵的行数与列数分别相等时才可进行。

②减法

从$A+(-A)=0$，矩阵的减法定义为

$$A-B=A+(-B)$$

(3) 数与矩阵的乘法

以数$k$乘以矩阵$A=(a_{ij})_{m\times n}$的每一个元素所得的矩阵$(ka_{ij})_{m\times n}$，叫做数$k$与矩阵$A$相乘的积，记作$k\cdot A$或$kA$。

(4) 矩阵的乘法运算

设矩阵

$$A=(a_{ik})_{ms}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1s} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2s} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{ms} \end{pmatrix}$$

$$B=(b_{kj})_{sn}=\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b_{s1} & b_{s2} & \cdots & b_{sn} \end{pmatrix}$$

作一个$m$行$n$列的矩阵

$$C=(c_{ij})_{mn}=\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

其中

$$c_{ij}=a_{i1}b_{1j}+a_{i2}b_{2j}+\cdots+a_{is}b_{sj}=\sum_{k=1}^{s}a_{ik}b_{kj}$$

则矩阵$C$叫做矩阵$A$与矩阵$B$的乘积，记作$C=A\cdot B$或$C=AB$。显然，只有当第一个矩阵的列数与第二个矩阵的行数相同时，这两个矩阵才可以相乘。例如

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}_{2\times 3},\qquad B=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}_{3\times 2}$$

则

$$C_{2\times 2}=AB=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 5 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -4 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 2\times3+1\times(-4)+3\times0 & 2\times1+1\times2+3\times7 \\ -1\times3+5\times(-4)+4\times0 & -1\times1+5\times2+4\times7 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 2 & 25 \\ -23 & 37 \end{pmatrix}$$

(5) 矩阵运算的性质

①$A+B=B+A$ （加法交换律）

②$(A+B)+C=A+(B+C)$ （加法结合律）

③存在$m\times n$零矩阵$\mathbf{O}$，对于任意的$m\times n$矩阵$A$，都有

$A+\mathbf{O}=A$

④对于任意矩阵$A=(\mathbf{a}_{ij})_{m\times n}$，存在矩阵$(-\mathbf{a}_{ij})_{m\times n}$，使得

$(\mathbf{a}_{ij})_{m\times n}+(-\mathbf{a}_{ij})_{m\times n}=\mathbf{O}_{m\times n}$

⑤$1\cdot A=A$，$(-1)A=-A$

⑥$(k_1\cdot k_2)A=k_1(k_2A)$ （数乘矩阵的结合律）

⑦$k(A+B)=kA+kB$

⑧$(k_1+k_2)A=k_1A+k_2A$ （数乘矩阵的分配律）

⑨$(AB)C=A(BC)$ （乘法结合律）

⑩$(A+B)C=AC+BC$ （矩阵乘法对加法的分配律）

$C(A+B)=CA+CB$

⑪$(kA)B=A(kB)=k(AB)$ （$k$表示数）

⑫存在$n$阶单位矩阵$I_n$，对于$A_{m\times n}$和$A_{n\times m}$都有

$A_{m\times n}I_n=A_{m\times n}$，$I_nA_{n\times m}=A_{n\times m}$

与数的运算规律不同的两个性质：

①对于矩阵的乘法，交换律不成立。即一般地$AB\neq BA$。如

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$AB=\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},\quad BA=\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}$$

从而　$AB \neq BA$

$AC = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$，而$CA = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$就没有意义。

所以

$$AC \neq CA$$

②虽然两个矩阵的乘积为零矩阵，但是这两个矩阵可能都不是零矩阵。如

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

若$A \neq 0$，$B \neq 0$，而$AB = 0$，则称$A$和$B$互为真零因子，其中$A$是$B$的左真零因子，$B$是$A$的右真零因子。

(6) 矩阵的初等变换

①将第$i$行与第$j$行对调；

②以不等于0的数$k$乘第$i$行；

③将第$j$行$(1 \leqslant j \leqslant m)$上各个元素的$k$倍加到第$i$行的对应元素上去。

对矩阵进行上述变换叫做关于行的初等变换；若把上述的"行"字都改成"列"字，则叫做关于列的初等变换；二者合称矩阵的初等变换。

(7) 用高斯消去法解线性方程组

对给出的一个线性方程组，列出其增广矩阵，并对其施以矩阵的初等变换，使之变成阶梯形方程组，即可解出。

例　解方程组 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 \quad\quad + 2x_3 = 6 \end{cases}$

解　$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 0 & 2 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow[③+(-1)\times①]{②+(-2)\times①} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$

$$\xrightarrow{③\times(-4)+②}\begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 1\\ 0 & 0 & 3 & -18\\ 0 & 1 & -1 & 5\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{②、③对换}\begin{pmatrix}2 & -1 & 3 & 1\\ 0 & 1 & -1 & 5\\ 0 & 0 & 3 & -18\end{pmatrix}$$

（其中①、②、③分别表示矩阵中第一、二、三行。）

即
$$\begin{cases}2x_1-x_2+3x_3=1\\ x_2-x_3=5\\ 3x_3=-18\end{cases}$$

所以方程组的解为
$$\begin{cases}x_1=9\\ x_2=-1\\ x_3=-6\end{cases}$$

# 十五、排列与组合

## 1.基本原理

（1）加法原理

做一件事，完成它可以有$n$类办法，在第一类办法中有$m_1$种方法，在第二类办法中有$m_2$种方法，……，在第$n$类办法中有$m_n$种方法，那么完成这件事共有

$$N=m_1+m_2+\cdots+m_n$$

种不同的方法。

（2）乘法原理

做一件事，完成它需要分成$n$个步骤，做第一步有$m_1$种方法，做第二步有$m_2$种方法，……，做第$n$步有$m_n$种方法，那么完成这件事共有

$$N=m_1\times m_2\times\cdots\times m_n$$

种不同的方法。

2.排列

(1) 定义

从$n$个不同元素中，每次取出$m$个不同元素，按照一定的顺序排成一列，叫做从$n$个不同元素中每次取出$m$个不同元素的排列(其中$m$，$n$是正整数，且$1 \leqslant m \leqslant n$)，记作$P_n^m$。当$m=n$时，叫做$n$个不同元素的全排列。

(2) 排列数公式

$$P_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$$P_n^n = n!$$

式中$n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot\cdots\cdot(n-1)\cdot n$，读作$n$的阶乘，并规定$0! = 1$。

3.组合

(1) 定义

从$n$个不同元素里，每次取出$m$个不同元素，不管怎样的顺序并成一组，叫做从$n$个不同的元素中每次取出$m$个不同元素的组合(其中$m$，$n$是正整数，且$1 \leqslant m \leqslant n$)。

(2) 组合数公式

$$C_n^m = \frac{P_n^m}{P_m^m} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}$$

$$= \frac{n!}{m!\,(n-m)!}$$

(3) 性质

① $C_n^m = C_n^{n-m}$ (特殊地，$C_m^0 = 1$)

② $C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1}$

## 十六、数学归纳法

数学归纳法是用来证明某一论断，从某一个自然数起至任意的自然

数$n$都是正确的一种重要数学方法．其证明步骤是：

(1) 证明当$n$取第一个值(例如$n=1$或者$n=2$)时，这个论断是正确的；

(2) 假设当$n=k$时($k$是一个自然数)，这个论断是正确的，进一步证明当$n=k+1$时这个论断也是正确的．

由(1)和(2)的证明，就可以作出论断：对于从第一个值开始的任何自然数都是正确的．

例　证明　$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

证　(1) 当$n=1$时，

$$左=1^2=1,\quad 右=\frac{1\cdot 2\cdot 3}{6}=1$$

∴　左＝右，等式成立．

(2) 假设当$n=k$时等式成立，就是

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$$

而

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+k^2+(k+1)^2$$

$$=\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}+(k+1)^2$$

$$=\frac{k(k+1)(2k+1)+6(k+1)^2}{6}$$

$$=\frac{(k+1)[k(2k+1)+6(k+1)]}{6}$$

$$=\frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$

$$=\frac{(k+1)[(k+1)+1][2(k+1)+1]}{6}$$

可知，当$n=k+1$时等式也是成立的．根据(1)、(2)，即能断定对于任意自然数$n$，这个等式都能成立．

# 十七、二项式定理

**1.定理**

$(a+b)^n$

$=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b^1+\cdots+C_n^ra^{n-r}b^r+\cdots+C_n^nb^n$ （$n$是自然数）

**2.性质**

（1）项数

共$n+1$项.

（2）各项指数的规律

$a$的指数由$n$递降到0，而$b$的指数由0递升到$n$．各项中$a$与$b$的指数和为$n$.

（3）通项

$T_{r+1}=C_n^ra^{n-r}b^r$

（4）系数

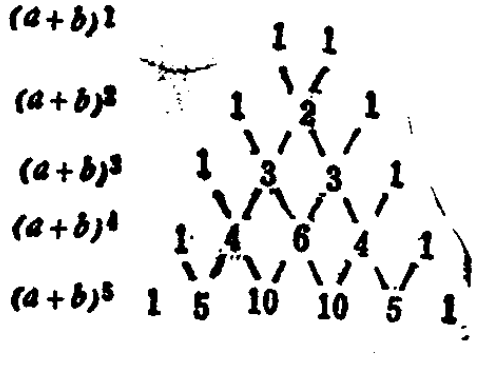
①与首末两端等距离的两项系数相等.

②当$n=2k$时，中间项$T_{k+1}$的系数最大；当$n=2k+1$时，中间两项$T_k$和$T_{k+1}$的系数最大.

③系数的总和：$C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n=2^n$

④偶数项系数和＝奇数项系数和$=2^{n-1}$

⑤系数表（杨辉三角）



表中1以外的每一个数都等于它肩上两个数的和。

## 十八、概率与统计初步

### 1.随机事件的概率

在一定条件下必然要发生的事件，叫做必然事件。在一定条件下不可能发生的事件，叫做不可能事件。在一定条件下可能发生也可能不发生的事件，叫做随机事件。

(1) 定义

在大量重复进行同一试验时，事件$A$发生的频率$\frac{m}{n}$（其中$n$是试验的次数，$m$是事件$A$发生的次数）总是接近于某个常数，在它附近摆动。这时就把这个常数叫做事件$A$的概率，记作$P(A)$。

(2) 概率的几个性质

①任何事件$A$的概率$P(A)$总是介于0与1之间，即

$$0 \leqslant P(A) \leqslant 1$$

②必然事件的概率是1，不可能事件的概率是0。

(3) 几种事件的概率

①等可能性事件的概率

如果一次试验中共有$n$种等可能出现的结果，其中事件$A$包含的结果有$m$种，那么事件$A$的概率$P(A)$是$\frac{m}{n}$。

②互斥事件有一个发生的概率

不可能同时发生的两个事件，叫做互斥事件。如果事件$A_1$，$A_2$，…，$A_n$中任何两个都是互斥事件，那么就说事件$A_1$，$A_2$，…，$A_n$彼此互斥。

如果事件$A$，$B$互斥，那么事件"$A+B$"发生(即$A$，$B$中必有一个发生)的概率，等于事件$A$，$B$分别发生的概率的和，即

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

一般地，如果事件$A_1$，$A_2$，…，$A_n$彼此互斥，那么事件"$A_1+A_2+$

"$A_1+A_2+\cdots+A_n$"发生(即$A_1$，$A_2$，…，$A_n$中有一个发生)的概率，等于这$n$个事件分别发生的概率的和，即

$$P(A_1+A_2+\cdots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\cdots+P(A_n)$$

其中必有一个发生的两个互斥事件，叫做对立事件。一个事件$A$的对立事件通常记作$\bar{A}$。

两个对立事件的概率的和等于1，即

$$P(A)+P(\bar{A})=P(A+\bar{A})=1$$

或

$$P(\bar{A})=1-P(A)$$

③互相独立事件同时发生的概率

如果事件$A$(或$B$)是否发生，对事件$B$(或$A$)发生的概率没有影响，那么，这两个事件叫做互相独立事件。

两个互相独立事件同时发生的概率，等于每个事件发生的概率的积，即

$$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$$

一般地，如果事件$A_1$，$A_2$，…，$A_n$互相独立，那么这$n$个事件同时发生的概率，等于每个事件发生的概率的积，即

$$P(A_1\cdot A_2\cdot\cdots\cdot A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\cdot\cdots\cdot P(A_n)$$

④条件概率

在事件$B$发生的条件下事件$A$发生的概率，叫做事件$A$关于事件$B$($P(B)>0$)的条件概率，记作$P(A|B)$。

对于任两随机事件$A$与$B$，若$P(B)>0$，则

$$P(A|B)=\frac{P(A\cdot B)}{P(B)}$$

⑤独立重复试验

如果在一次试验中，事件$A$发生的概率是$P$，那么在$n$次独立重复试验中事件$A$恰好发生$k$次的概率

$$P_n(k)=C_n^kP^k(1-P)^{n-k}$$

**2.统计初步**

(1) 总体和样本

考察的对象的全体叫做总体，其中每一个考察的对象叫做个体，从总体中取出的一部分个体叫做总体的一个样本，样本中个体的数目叫做样本的容量。

(2) 平均数

总体中所有个体的平均数叫做总体平均数，样本中所有个体的平均数叫做样本平均数。

如果有$n$个数$x_1$，$x_2$，…，$x_n$，那么

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$$

叫做这$n$个数的平均数。

如果将一组数据$x_1, x_2, \cdots, x_i, \cdots, x_n$同时减去一个适当的常数$a$(通常取接近于样本平均数的较整齐的数)，得到

$$x'_1=x_1-a,\ x'_2=x_2-a,\ \cdots,\ x'_n=x_n-a$$

那么$x_1$，$x_2$，…，$x_n$的平均数可表示为

$$\bar{x}=\bar{x}'+a$$

如果在$n$个数中，$x_1$出现$f_1$次，$x_2$出现$f_2$次，…，$x_k$出现$f_k$次（这里$f_1+f_2+\cdots+f_k=n$），那么，这$n$个数的平均数可表示为

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}x_if_i=\frac{x_1f_1+x_2f_2+\cdots+x_kf_k}{n}$$

这个平均数叫做加权平均数，其中$f_1$，$f_2$，…，$f_k$叫做权。

(3) 方差

样本中各个数据与样本平均数的差的平方的平均数

$$s^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$$

$$=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$$

叫做样本方差。

样本方差的算术平方根

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$$

叫做样本标准差。

如果样本的容量是$n$，那么样本方差可以用下面公式计算：

$$s^2=\frac{1}{n}[(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2)-n\bar{x}^2]$$

或简记为

$$s^2=\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2)$$

如果样本的容量是$n$，那么样本方差也可以用下面公式计算：

$$s^2=\frac{1}{n}[(x'_1{}^2+x'_2{}^2+\cdots+x'_n{}^2)-n\bar{x}'^2]$$

或简记为

$$s^2=\frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n}x'_i{}^2-n\bar{x}'^2)$$

其中$x_i'=x_i-a$，这里$a$是接近于样本平均数的常数。

(4) 频率分布

要得到一个样本的频率分布情况，可按下列步骤进行：计算样本中最大值与最小值的差，决定组距与组数，决定分点，列频率分布表，绘频率分布直方图。

## 十九、数的进位制和逻辑运算

### 1.数的进位制

(1) $r$进数

①定义：如果$r$是大于1的整数，那么以$r$为基数，把$n+1$ $(n\geqslant 0)$个数字(每个数字都小于$r$而大于或等于0的整数)连写在一起的$r$进数$a_na_{n-1}a_{n-2}\cdots a_1a_0$，就表示

$$a_nr^n+a_{n-1}r^{n-1}+a_{n-2}r^{n-2}+\cdots+a_1r^1+a_0r^0$$

记作$a_n a_{n-1} a_{n-2} \cdots a_1 a_0{}_r$ 。

②计算法则：与十进制的计算法则相同。

③进退位法则：逢$r$进一，退一当$r$。

(2) 数制的转换

①$r$进数转换成十进数

把$r$进数转换成十进数，只要把$r$进数写成$r$的各次幂的和的形式，然后按十进数计算其结果。

例　把下列各数转换成十进数。

(1) $101.11_2$；　　(2) $23.25_8$。

解　(1) $101.11_2 = 1\times2^2 + 0\times2^1 + 1\times2^0 + 1\times2^{-1} + 1\times2^{-2}$

$= 4 + 1 + 0.5 + 0.25$

$= 5.75$

(2) $23.25_8 = 2\times8^1 + 3\times8^0 + 2\times8^{-1} + 5\times8^{-2}$

$= 16 + 3 + 0.25 + \frac{5}{64}$

$= 19.328125$

②十进数转换成$r$进数

把十进数转换成$r$进数，可以把十进数化成$r$的各次幂（各次幂的系数是小于$r$而大于或等于0的整数）的和，从最高次幂起，各次幂的系数依次是$r$进数从左到右各个数位上的数字。

$r$除取余法：把十进整数转换成$r$进数的方法。

例　把669转换成八进数。

解

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 669 | | |
| 8 | 83 | …5 | （余数5就是$8^0$的系数） |
| 8 | 10 | …3 | （余数3就是$8^1$的系数） |
| 8 | 1 | …2 | （余数2就是$8^2$的系数） |
| | 0 | …1 | （余数1就是$8^3$的系数） |

∴　$669 = 1235_8$

$r$乘取整法：把十进数的小数部分转换成$r$进数的小数部分的方法。

例　把0.7转换成二进数(精确到小数点后第3位)。

解　0.7

$$
\begin{array}{r|l}
\times\ 2 & \\
\hline
1. & 4 \quad \text{(整数部分1就是}2^{-1}\text{的系数)} \\
\times\ 2 & \\
\hline
0. & 8 \quad \text{(整数部分0就是}2^{-2}\text{的系数)} \\
\times\ 2 & \\
\hline
1. & 6 \quad \text{(整数部分1就是}2^{-3}\text{的系数)} \\
\times\ 2 & \\
\hline
1. & 2 \quad \text{(整数部分1就是}2^{-4}\text{的系数)}
\end{array}
$$

∴ $0.7 = 0.1011\cdots_2$

按照"零舍一入"的法则，得

$0.7 \approx 0.110_2$

例　把24.375转换成二进数。

解　用2除取余法，得　　再用2乘取整法，得

$24 = 11000_2$　　$0.375 = 0.011_2$

$$
\begin{array}{r|l}
2 & 24 \\
\hline
2 & 12 \quad \cdots 0 \\
\hline
2 & 6 \quad \cdots 0 \\
\hline
2 & 3 \quad \cdots 0 \\
\hline
2 & 1 \quad \cdots 1 \\
\hline
 & 0 \quad \cdots 1
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
0.375 & \\
\times\ 2 & \\
\hline
0.750 & \\
\times\ 2 & \\
\hline
1.500 & \\
\times\ 2 & \\
\hline
1.000 &
\end{array}
$$

∴ $24.375 = 11000.011_2$

③$r_1$进数转换成$r_2$进数

把$r_1$进数转换成$r_2$进数，一般可把$r_1$进数转换成十进数，再转换成$r_2$进数。由于8是2的整数次幂，所以二进数和八进数直接转换比较方便。

八进数与二进数的对照表

| 八进数 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 二进数 | 0 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 |

例　把$240_8$；$3.24_8$转换成二进数。

解　$240_8 = 010100000_2 = 10100000_2$

$3.24_8 = 011.010100 = 11.0101_2$

例　把$11101111_2$；$10.01101_2$转换成八进数。

解　$11101111_2 = 011101111_2 = 357_8$

$10.01101_2 = 010.011010_2 = 2.32_8$

**2.逻辑运算**

用一个或多个的命题构成新命题的运算，叫做命题运算，也叫逻辑运算。

(1) 电子计算机使用的三种逻辑运算

①逻辑加

给定两个命题$A$，$B$，对它们进行逻辑运算后构成的新命题为$S$，如果$A$，$B$两者中有任何一个成立或者同时成立，命题$S$就成立，否则命题$S$不成立，那么上述$A$，$B$间的逻辑运算，叫做两个命题的或，也叫做命题的加法，简称逻辑加。构成的新命题$S$，叫做命题$A$，$B$的逻辑和。

逻辑加用符号"$\vee$"表示，在不发生误解的情况下，也可以用符号"+"表示。$A$，$B$的逻辑和是$S$，记作$A \vee B = S$，或$A + B = S$。

逻辑加的真值表：

| A | 1 | 1 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|
| B | 1 | 0 | 1 | 0 |
| A+B | 1 | 1 | 1 | 0 |

逻辑加文氏图(图中阴影部分)：

②逻辑乘

给定两个命题$A$，$B$，对它们进行逻辑运算后构成新命题$P$，如果命题$A$，$B$同时成立，命题$P$就成立，否则命题$P$不成立，那么上述$A$，$B$间的逻辑运算，叫做两个命题的与，也叫做命题的乘法，简称逻辑乘。构成的新命题$P$，叫做命题$A$，$B$的逻辑积。

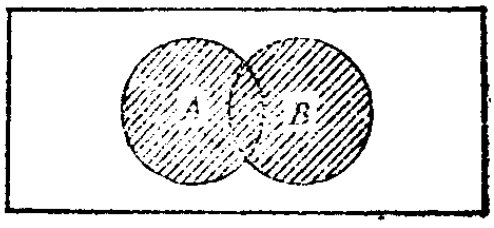



图1-11

逻辑积用符号“∧”表示，也可以用符号“·”表示，或者把两个字母连写，中间不加符号．$A$，$B$的逻辑积是$P$，记作$A \wedge B = P$或者$A \cdot B = P$，或者$AB = P$．

逻辑乘的真值表：

| A | 1 | 1 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|
| B | 1 | 0 | 1 | 0 |
| A·B | 1 | 0 | 0 | 0 |

逻辑乘的文氏图(图中阴影部分)：

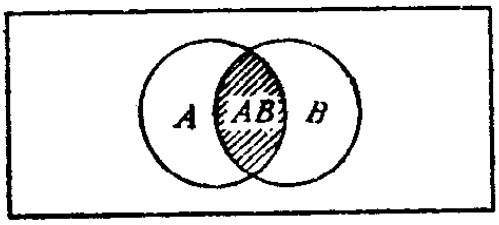



图1-12

③逻辑非

给定一个命题$A$，对它进行逻辑运算后构成的新命题为$F$，如果$A$成立，命题$F$就不成立；命题$A$不成立，命题$F$就成立，那么上述对于$A$所进行的逻辑运算，叫做命题的否定，简称逻辑非．构成的新命题$F$，叫做命题$A$的逻辑非．$A$的逻辑非用$\overline{A}$表示。

逻辑非的真值表：

| A | 1 | 0 |
|---|---|---|
| $\overline{A}$ | 0 | 1 |

逻辑非的文氏图：

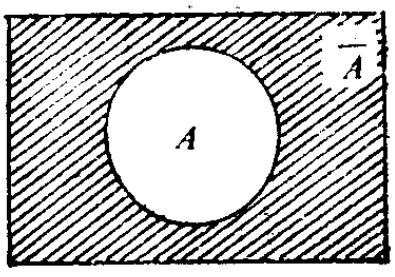



图1-13

$\bar{A}$的否定记作$\overline{\bar{A}}$。

(2) 逻辑运算的性质

①$\overline{\bar{A}} = A$ (对合律)

②$A + B = B + A$，$AB = BA$ (交换律)

③$A + (B + C) = (A + B) + C$

$A(BC) = (AB)C$ (结合律)

④$A + BC = (A + B)(A + C)$

$A(B + C) = AB + AC$ (分配律)

⑤$A + A = A$，$AA = A$ (等幂律)

⑥$A + \bar{A} = 1$，$A\bar{A} = 0$

⑦$A + 0 = A$，$A \cdot 1 = A$

⑧$A + 1 = 1$，$A \cdot 0 = 0$

⑨$A + AB = A$，$A(A + B) = A$ (吸收律)

⑩$\overline{A + B} = \bar{A}\bar{B}$，$\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$ (德·莫干律)

⑪$A + \bar{A}B = A + B$ (重叠律)

⑫$AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$

(3) 逻辑线路

逻辑运算可以通过电子线路来实现，这种线路叫做逻辑线路，或叫门线路。实现逻辑加的门线路叫做"或"门；实现逻辑乘的门线路叫做"与"门；实现逻辑非的门线路，叫做"非"门。如果规定出现信号以"1"表示，没有信号以"0"表示，那么通过"或"门、"与"门、"非"门，就能完成逻辑加、逻辑乘、逻辑非这三种运算。

# 平面几何

## 一、相交线与平行线

**1.直线的性质**

(1) 两点决定一条直线。

(2) 两点之间，线段最短。

(3) 两条直线相交，只有一个交点。

**2.角和角的平分线**

(1) 角的定义

以一点为公共端点的两条射线所组成的图形叫做角。

(2) 角的平分线

①定义

i)从一个角的顶点出发，把这角分成两个相等的角的射线，叫做这个角的平分线。

ii)从一个角的顶点出发，经过到这个角的两边距离相等的点的射线，就是这个角的平分线。

②性质

i) 角是轴对称图形。角的平分线所在的直线是它的对称轴。

ii) 在角平分线上的点，到这个角的两边的距离相等(逆定理也成立)。

iii) 三角形的内角平分线内分对边所得的两条线，与这个角的两边对应成比例。

iv) 若三角形有两边不等，则这两边夹角的外角平分线外分对边所得的两条线段，与这个角的两边对应成比例。

(3) 对顶角

一个角的两条边分别是另一个角的两条边的反向延长线，这两个角叫做对顶角。

对顶角相等。

**3.垂线与线段的垂直平分线**

(1) 垂线定义

两条直线相交成直角，叫做互相垂直，其中的一条直线叫做另一条直线的垂线。

(2) 垂线性质

①经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线。

②从直线外一点到此直线的所有线段中，垂直线段最短。

(3) 线段的垂直平分线定义

垂直于一条线段并且平分这条线段的直线，叫做这条线段的垂直平分线。

(4) 线段的垂直平分线性质

①线段的垂直平分线上的点，到此线段两端点的距离相等。

②到线段两端距离相等的点，一定在这条线段的垂直平分线上。

③一条线段的两个端点，是以这条线段的垂直平分线为对称轴的对称点。

**4.平行线**

(1) 定义

在同一平面内不相交的两条直线，叫做平行线。

(2) 判定

①两条直线与第三条直线相交，若

i)同位角相等，则两直线平行；

ii)内错角相等，则两直线平行；

iii)同旁内角互补，则两直线平行。

②同时平行或垂直于第三条直线的两条直线平行。

③三角形或梯形两腰中点的连线平行于底边。

④若一条直线截三角形的两边所得的线段对应成比例，则这条直线平行于三角形的第三边。

(3) 性质

①经过直线外的一点，有且只有一条直线和这条直线平行。

②两直线平行，则同位角相等，内错角相等，同旁内角互补。

③如果一直线和两条平行线中的一条垂直，则这条直线也和另一条直线垂直.

④夹在两平行线间的平行线段相等.

⑤平行线间的距离处处相等.

⑥经过三角形一边的中点并和另一边平行的直线平分第三边.

⑦如果一组平行线在一条直线上截得的线段相等，那么在任何一条与平行线相交的直线上截得的线段也相等(平行线等分线段定理).

⑧平行于三角形一边的直线，截其他两边所得的线段对应成比例.

**5.几个有关距离的概念**

(1) 两点间的距离：连结两点的线段的长度.

(2) 点到直线的距离：从直线外一点到这条直线的垂直线段的长.

(3) 两条平行线间的距离：两条平行线中一条直线上任意一点到另一条直线的距离.

## 二、三 角 形

**1.三角形的主要线段**

(1) 中线：连结三角形一个顶点和它的对边的中点的线段.

(2) 高：从三角形一个顶点到它的对边所在的直线作垂线，顶点和垂足间的线段就是这一边上的高.

(3) 角平分线：三角形一个角的平分线和对边相交，顶点和交点之间的线段就是这个角的平分线.

(4) 边的中垂线：垂直且平分三角形一边的直线.

**2.三角形的性质**

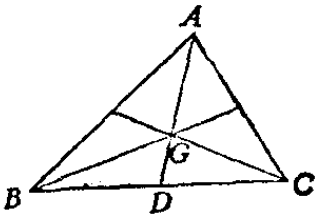
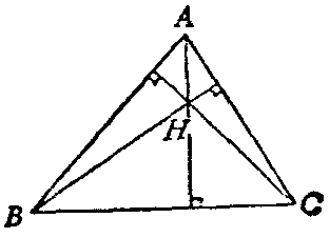
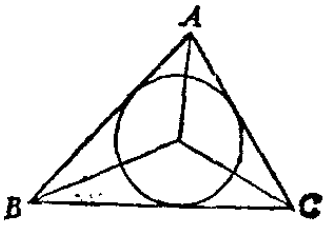
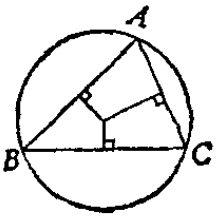
(1) 三角形三个内角的和等于180°.

(2) 三角形一个外角等于与它不相邻的两个内角的和，大于其中任何一个与它不相邻的内角.

(3) 三角形内任何两边之和大于第三边；任两边之差小于第三边.

(4) 三角形内大边对大角，大角对大边.

(5) 三角形的重心，垂心，内心，外心：

| 名称 | 定义和性质 | | 图形 |
|---|---|---|---|
| 重心 | 定义 | 三条中线的交点 |  |
| | 性质 | 重心到各边中点的距离等于这边中线的三分之一（即$DG=\frac{1}{3}AD$） | |
| 垂心 | 定义 | 三条高的交点 |  |
| | 性质 | 锐角三角形的垂心在三角形内<br>直角三角形的垂心是直角顶点<br>钝角三角形的垂心在三角形外 | |
| 内心 | 定义 | 三条内角平分线的交点 |  |
| | 性质 | 内心是三角形内切圆圆心，它到三角形各边的距离相等 | |
| 外心 | 定义 | 三角形的三边的垂直平分线的交点 |  |
| | 性质 | ①锐角三角形的外心在三角形内，直角三角形的外心在斜边中点处，钝角三角形的外心在三角形外<br>②外心是三角形外接圆的圆心，外心到三顶点距离相等 | |

**3.直角三角形的性质**

(1) 具有任意三角形的性质。

(2) 有两个角互为余角，逆定理也成立。

(3) 斜边的平方等于两条直角边的平方和(勾股定理)，逆定理也成立。

(4) 斜边中点到三顶点距离相等，即斜边上的中线等于斜边的一半。

(5) 30°的锐角所对的直角边等于斜边的一半，且逆定理也成立。

(6) 有一个锐角是45°的直角三角形，是等腰直角三角形，且逆定理也成立。

(7) 直角三角形斜边上的高分原三角形为两个三角形，它们与原三角形相似。

(8) 斜边上的高是两条直角边在斜边上的射影的比例中项；每一条直角边是这条直角边在斜边上的射影和斜边的比例中项。

**4.等腰三角形和等边三角形**

等腰三角形的性质

①具有一般三角形所有的性质。

②两腰相等，底角相等。

③顶角的平分线也是底边的高和中线。

④等腰三角形是轴对称图形，顶角平分线是它的对称轴。

⑤四心（重心、垂心、内心、外心)共线。

等边三角形的性质

①具有一般三角形和等腰三角形所有的性质。

②三条边相等，三个内角相等且等于60°。

③四心共点。

**5.全等三角形**

(1) 一般三角形判定

若两个三角形具有下列四个条件之一，则两个三角形全等。

①两边及其夹角对应相等($SAS$)。

②两角及其夹边对应相等($ASA$)。

③两角及其中一角的对边对应相等($AAS$)。

④三边对应相等($SSS$)。

(2) 直角三角形判定

①两边对应相等的直角三角形全等。

②一边和一锐角对应相等的直角三角形全等。

(3) 性质：对应边相等，对应角相等，对应中线、对应高、对应角的平分线相等。

**6.相似三角形**

(1) 判定

若两个三角形具有下列五个条件之一，则两个三角形相似。

①两个角对应相等。

②两边对应成比例，并且夹角相等。

③三条边对应成比例。

④平行于三角形的一边并且和其他两边(或两边延长线)相交的直线所截得(或构成)的三角形和原三角形相似。

⑤两直角三角形两边对应成比例，或一锐角对应相等。

(2) 相似三角形的性质

①对应角相等；对应边成比例。

②对应线段(中线、高、角平分线)的比等于相似比。

③周长比等于相似比。

④面积的比等于相似比的平方。

## 三、四 边 形

### 1.平行四边形

(1) 定义

两组对边分别平行的四边形。

(2) 判定

具有下列四个条件之一的四边形是平行四边形。

①两组对边分别相等的四边形。

②一组对边平行并且相等的四边形。

③两组对角分别相等的四边形。

④两条对角线互相平分的四边形。

(3) 性质

①对边相等，对角相等。

②对角线互相平分。

③平行四边形是中心对称图形，两条对角线的交点是它的对称中心。

### 2.矩形

(1) 定义

有一个角为直角的平行四边形。

(2) 判定

①两条对角线相等的平行四边形。

②有三个角是直角的四边形。

(3) 性质

①具有平行四边形所有的性质。

②四个角都是直角。

③对角线互相平分并且相等。

④矩形既是轴对称图形，又是中心对称图形。经过对边中点的两条直线是它的两条对称轴，它们的交点(即两条对角线的交点)是它的对称中心。

3.菱形

(1) 定义

有一组邻边相等的平行四边形。

(2) 判定

①四边相等的四边形。

②两条对角线互相垂直的平行四边形。

(3) 性质

①具有平行四边形的所有性质。

②四条边都相等。

③对角线互相垂直平分，并且每一条对角线平分一组对角。

④菱形既是轴对称图形，又是中心对称图形。两条对角线所在的直线是它的两条对称轴，对角线的交点是它的对称中心。

4.正方形

(1) 定义

有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形。

(2) 判定

①有一组邻边相等的矩形。

②有一个角是直角的菱形。

(3) 性质

①同时具有平行四边形、矩形和菱形的所有性质。

②四个角都是直角，四条边都相等。

③两条对角线互相平分且相等，每条对角线平分一组对角，对角线与边成45°的角。

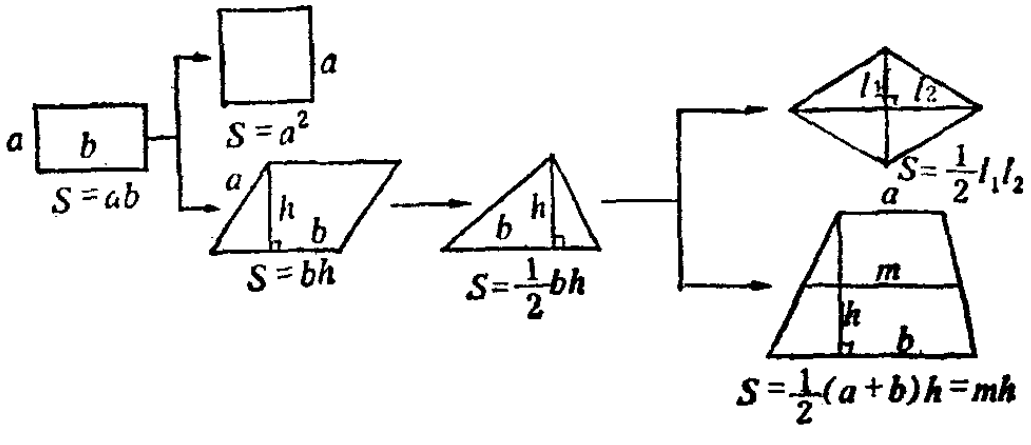
④正方形是轴对称图形，又是中心对称图形。两条对角线和经过对边中点的两条直线都是它的对称轴。两条对角线的交点是它的对称中心。四条对称轴都经过对称中心。

5.梯形和特殊梯形

| 名称 | 判定 | 性质 |
|---|---|---|
| 梯形 | 一组对边平行而另一组对边不平行的四边形 | 梯形的中位线(连结两腰的中点的线段)平行于两底并且等于两底的和的一半 |
| 直角梯形 | 有一腰垂直于底边的梯形 | 具有一般梯形的性质 |
| 等腰梯形 | ①两腰相等的梯形<br>②同一底上的两个角相等的梯形<br>③两对角线相等的梯形 | ①具有一般梯形的性质<br>②两腰相等<br>③同一底上的两个角相等<br>④两对角线相等<br>⑤上、下底中点的连线是对称轴<br>⑥有一个外接圆 |

6.三角形和几种特殊四边形的面积

(1) 有关公式



(2) 有关定理

①等底等高的两个三角形面积相等。

②三角形的中线分三角形为两个面积相等的三角形。

③等底等高的两个平行四边形面积相等。

## 四、多 边 形

### 1.关于多边形的概念

(1) 定义

不在同一直线上的线段顺次首尾连结所构成的图形，叫做多边形。

(2) 凸多边形

多边形任何一边向两方延长，如果其他各边都在延长所得直线的同旁，这个多边形叫做凸多边形。

(3) 多边形的内角

多边形中相邻两边所组成的角，叫做多边形的内角。

任意$n$边形内角的和等于$(n-2)\cdot 180^\circ$。

(4) 多边形的对角线

连结多边形不相邻的两顶点的线段，叫做多边形的对角线。

### 2.正多边形

(1) 定义

各边相等，并且各内角相等的多边形，叫做正多边形。

(2) 性质

①有一个外接圆和一个内切圆，且两圆同心。

②是轴对称图形。

③正$n$边形的$n$条外接圆的半径把正$n$边形分成$n$个全等的等腰三角形，每一个等腰三角形又被相应的边心距分成两个全等的直角三角形。

(3) 正多边形和圆

①圆内接正$n$边形：把圆分成$n(n>2)$等份，依次连结各分点所得的多边形是这个圆的内接正$n$边形(或称这圆是多边形的外接圆)。

②圆外切正$n$边形：把圆分成$n(n>2)$等份，经过各分点作圆的切线，以相邻切线的交点为顶点的多边形是这个圆的一个外切正$n$边形(或

称这圆是正$n$边形的内切圆)。

③正多边形的中心：任何多边形都有一个外接圆和一个内切圆，这两个圆是同心圆。它们的圆心叫做正多边形的中心。

④正多边形的半径和边心距：正多边形外接圆半径叫做正多边形的半径，内切圆半径叫做边心距。

⑤正多边形的中心角：正多边形各边所对的外接圆的圆心角都相等。每边所对的圆心角叫做正多边形的中心角。

(4) 有关的计算

用字母$R$，$r$，$a_n$，$\alpha_n$分别表示正$n$边形的外接圆半径、内切圆半径、边长和中心角。则

$$\alpha_n=\frac{360^\circ}{n} \qquad a_n=2R\sin\frac{180^\circ}{n};$$

$$r(\text{边心距})=R\cos\frac{180^\circ}{n}; \quad R^2=r^2+\frac{1}{4}a_n^2;$$

$$\text{周长}P_n=na_n; \qquad \text{面积}S_n=\frac{1}{2}nra_n=\frac{1}{2}rP_n;$$

$$\text{正}n\text{边形的一个内角}=\frac{n-2}{n}\times180^\circ(n\text{表示边数})。$$

**3.相似多边形**

(1) 定义

两个边数相同的多边形的对应角都相等，对应边都成比例，这两个多边形叫相似多边形。

(2) 性质

①对应角相等。

②对应边成比例。

③周长的比等于它们的相似比。

④面积的比等于它们的相似比的平方。

⑤经过两个相似多边形的一对对应顶点的全部对角线，把两个多边形分成个数相等并且排列顺序相同(或相反)的相似三角形。

(3) 判定

①两个边数相同的多边形被从一对对应顶点出发的对角线分成排列顺序相同(或相反)的相似三角形时，它们相似。

②边数相同的正多边形相似.

## 五、圆

### 1.圆的概念

(1) 定义

平面上到定点的距离等于定长的点的集合。

(2) 确定圆的条件

①圆心和半径。

②不在同一直线上三个点。

### 2.点和圆的位置关系

设圆的半径为$r$，点到圆心的距离为$d$，有以下的关系：

①若$d<r$，则点在圆内；
②若$d=r$，则点在圆上；
③若$d>r$，则点在圆外。

} 反之也成立。

### 3.直线和圆的位置关系

(1) 一条直线和一个圆的位置关系

设$r$为圆的半径，$d$为圆心到直线的距离，则

①若$d<r$，则直线与圆相交；
②若$d=r$，则直线与圆相切；
③若$d>r$，则直线与圆相离.

} 反之也成立。

(2) 圆的切线

①定义

和圆有唯一公共点的直线。

②判定

经过半径外端且垂直于半径的直线，就是圆的切线。

③性质

i)经过圆心垂直于切线的直线必经过切点。

**ii)经过切点垂直于切线的直线必经过圆心.**

**iii)圆的切线垂直于经过切点的半径.**

iv)圆外一点到圆的两条切线长相等（切线长定理），这点和圆心连线平分两切线所夹的角.

**4.圆和圆的位置关系**

| 两圆位置关系 | 圆心距与两圆半径关系 | 外公切线数(条) | 内公切线数(条) | 性质 |
|---|---|---|---|---|
| 外离 | $d>R+r$ | 2 | 2 | ①两圆无公共点，并且每个圆上的点都各在另一个圆的外部<br>②两条外(内)公切线相等 |
| 外切 | $d=R+r$ | 2 | 1 | ①两圆有唯一公共点(切点)，并且除了切点，每个圆上的点都在另一个圆的外部<br>②相切(内切、外切)的两圆的连心线必过切点<br>③两条外公切线长相等 |
| 相交 | $R-r<d<R+r$ $(R>r)$ | 2 | 0 | ①两圆有两个公共点<br>②相交的两圆的连心线垂直平分两圆的公共弦<br>③两条外公切线长相等 |
| 内切 | $d=R-r$ $(R>r)$ | 1 | 0 | 两圆有唯一公共点，除了这个公共点，有一个圆上的点都在另一个圆的内部 |
| 内含 | $d<R-r$ $(R>r)$ | 0 | 0 | 两圆无公共点，并且有一个圆上的点都在另一个圆的内部 |
| 同心圆 | $d=0$ | 0 | 0 | ①两圆无公共点<br>②圆心重合 |

**5.垂直于弦的直径的性质**

(1) 垂直于弦的直径平分该弦，并且平分弦所对的两条弧(垂径定理)。

(2) 一条直线，如果它具有

①经过圆心

②垂直于弦

③平分弦

④平分弦所对的劣弧

⑤平分弦所对的优弧

这五个性质中的任何两个时，则这直线就同时具有其余三个性质。

**6.与圆有关的线段**

(1)相交弦定理

圆的弦相交于圆内的一点，则各弦被这点内分(分点在线段内)成的两线段长的乘积相等(如图1-14)，则有

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

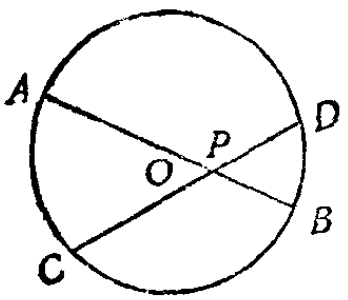



图1-14

(2) 圆幂定理

如图1-15，$AB$为直径，$CD \perp AB$ ($C$在圆上，$D$是垂足)，则

$$CD^2 = AD \cdot DB$$

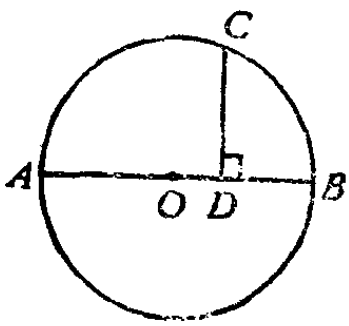



图1-15

(3) 切、割线定理

圆的弦延长相交于圆外的一点，各弦被这点外分（分点在线段的延长线上）成的两线段长的乘积相等，并且等于这点到圆的切线长的平方。图1-16中，有

$$PA \cdot PB = PC \cdot PD = PT^2$$

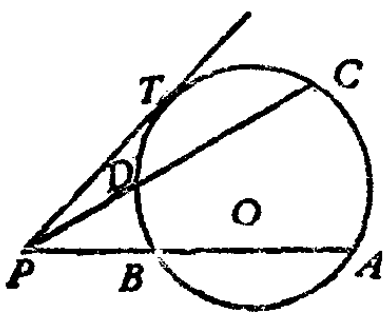



图1-16

**7.与圆有关的角**

(1) 圆心角

①定义：顶点在圆心的角。如图1-17中的$\angle AOB$。

②定理：圆心角的度数等于它所对的弧的度数。

(2) 圆周角

①定义，顶点在圆上并且两边都和圆相交的角。如图1-18中的$\angle BAC$。

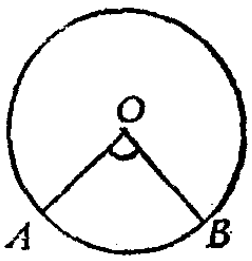



图1-17

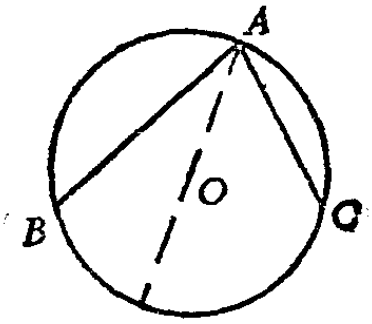



图1-18

②定理：

i)圆周角的度数等于它所对的弧的度数的一半。

ii)在同圆或等圆中，同弦或等弧所对的圆周角都相等。反之亦成立。

iii)半圆(或直径)所对的圆周角是直角。

(3) 弦切角

①定义：顶点在圆上，一边和圆相交，另一边和圆相切的角。如图1-19中的$\angle BAC$。

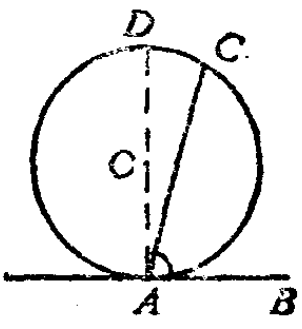



图1-19

②定理：

i)弦切角的度数等于它所夹的弧的度数的一半。

ii)弦切角等于它所夹的弧所对的圆周角。

(4) 圆内角

①定义：顶点在圆内的角。如图1-20中的$\angle BPD$和$\angle APC$。

②定理：圆内角的度数等于它所对的弧和它的对顶角所对的弧度的度数的和的一半。

(5) 圆外角

①定义：顶点在圆外，并且两边都和圆相交的角。如图1-21中的$\angle AEC$。

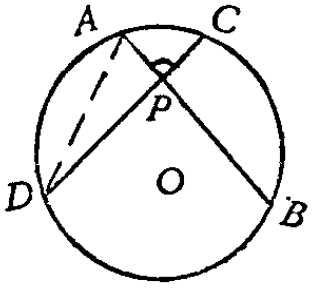



图1-20

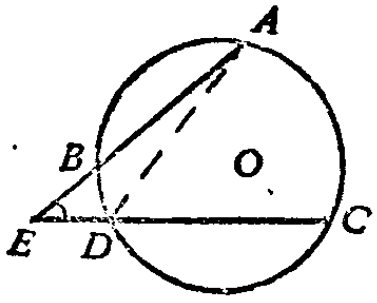



图1-21

②定理：圆外角的度数等于角的两边所夹的两条弧的度数差的一半。

**8.圆心角、弧、弦，弦心距之间的关系**

在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦的弦心距相等。

**9.与圆有关的多边形**

**（1）圆内接四边形**

①定义：四个顶点在一个圆上的四边形。

②性质

i)圆内接四边形的两对角互补，一个外角等于它的内对角。

ii)有一定点到四边形各顶点等距离。

iii)圆内接四边形的对边乘积的和，等于对角线的乘积(布氏定理)。

（2）圆外切四边形

①定义：各边都是圆的切线的四边形。

②性质：圆的外切四边形的两组对边之和相等。

**10.四点共圆的条件(四点同在圆周上)**

（1）到某一定点距离相等的四点共圆。

（2）对角互补或一个外角等于其内对角的四边形的四个顶点共圆。

（3）同底同侧且顶角相等的两个三角形的四个顶点共圆。

（4）如图1-22所示，若线段$AB$

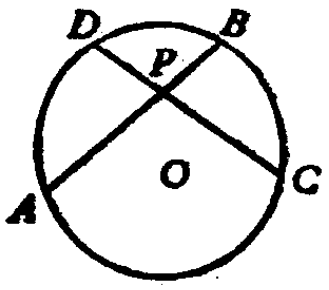



图1-22

与$CD$相交于$P$，且$PA\cdot PB=PC\cdot PD$，则$A$，$B$，$C$，$D$四点共圆。

（5）正多边形各顶点共圆。

**11.圆周长、弧长与有关面积的计算**

$R$为半径，$d$为直径，$l$为弧长，$n$为圆心角度数，$S$为面积。

（1）圆周长：$c=2\pi R$

(2)圆面积：$S=\pi R^2=\frac{\pi d^2}{4}=\frac{1}{2}cR$

（3）$n°$的圆心角所对的弧长：$l=\frac{n\pi R}{180}\approx 0.017453nR$

（4）$n°$圆心角所夹的扇形面积：$S_{扇形}=\frac{1}{2}lR=\frac{n\pi R^2}{360}$

（5）弓形的面积：将它的弦的两端与圆心连结起来，构成一个扇形和一个三角形，它们的面积和(差)便是弓形的面积。

$S_{弓形}=S_{扇形}-S_{三角形}$　（当弓形的弧是劣弧时）

或　$S_{弓形}=S_{扇形}+S_{三角形}$　（当弓形的弧是优弧时）

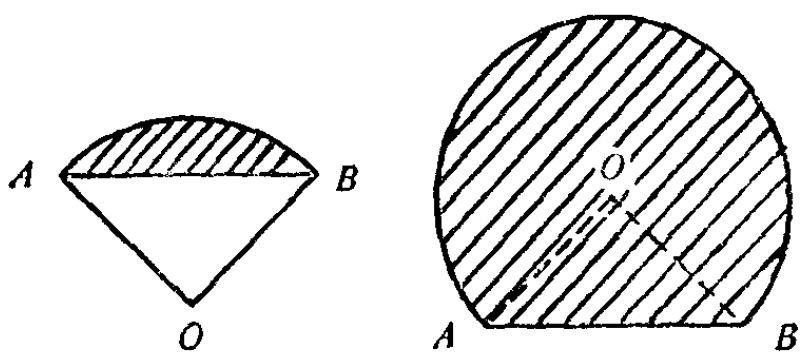



图 1-23

*近似计算：

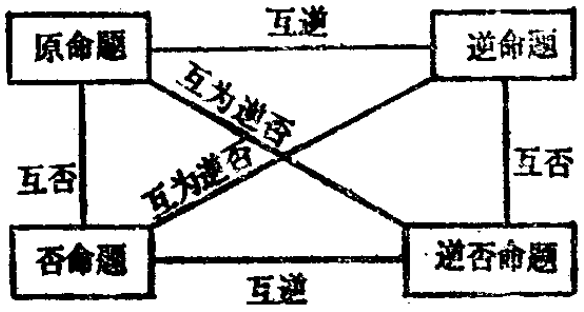
$$S_{弓形}\approx\frac{2}{3}bh+\frac{h^3}{2b}$$　（$b$表示弓形的底长，$h$表示弓形的高）

## 六、四种命题的关系与基本轨迹

### 1.四种命题

| 命　题 | 条　件 | 结　论 |
|---|---|---|
| 原命题 | 如果有$A$ | 就有$B$ |
| 逆命题 | 如果有$B$ | 就有$A$ |
| 否命题 | 如果没有$A$ | 就没有$B$ |
| 逆否命题 | 如果没有$B$ | 就没有$A$ |

（1）四种命题的关系




①原命题正确，它的逆命题不一定同时正确.

②原命题正确，它的否命题也不一定同时正确.

③原命题正确，它的逆否命题一定正确.

（2）等价命题：如果两个命题，从第一个命题正确可以得出第二个命题正确，从第二个命题正确也可以得出第一个命题正确，那么这样的两个命题叫做等价命题．两个互为逆否的命题，其中任何一个命题正确，必然可以推出另一个命题也正确，因此，两个互为逆否命题是等价命题，写成

原命题$\Longleftrightarrow$逆否命题

### 2.点的轨迹概念及基本定理

（1）定义

具有相同性质的所有点的集合，叫做点的轨迹.

（2）基本定理

①平面上到一个已知点的距离等于已知长的点的轨迹，是以已知点为圆心，已知长为半径的圆.

②到已知线段的两端点的距离相等的点的轨迹，是这线段的垂直

平分线。

③到已知角的两边的距离相等的点的轨迹，是这个角的平分线。

④到已知直线的距离等于已知距离的点的轨迹，是平行于这条直线并且和这条直线的距离等于已知距离的两条直线。

⑤到两条平行线距离相等的点的轨迹，是和这两条平行线距离相等的一条平行线。

⑥和已知线段的两个端点的连线的夹角等于已知角的点的轨迹，是以已知线段为弦，所含的圆周角等于已知角的两段弧(端点除外)。

# 立 体 几 何

## 一、直 线 与 平 面

**1.平面的判定**

如果经过面内任意两点的直线全部在这个面内，那么这个面就是平面。

**2.平面的基本性质**

（1）如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线上所有的点都在这个平面内.

（2）如果两个平面有一个公共点，那么它们相交于过这个点的一条直线.

（3）经过不在同一直线上的三点，有且只有一个平面.

**3.确定平面的条件**

（1）过不共线的三点有且只有一个平面；

（2）过一直线和这直线外一点有且只有一个平面；

（3）过两条相交的直线有且只有一个平面；

（4）过两条平行的直线有且只有一个平面.

**4.直线、平面的位置关系**

（1）两条不重合直线的位置关系

①相交——只有一个公共点
②平行——没有公共点
} 在同一平面内.

③异面——没有公共点，不在同一平面内.

（2）直线与平面的位置关系

①直线在平面内——有无数个公共点.

②直线和平面相交——只有一个公共点.

③直线和平面平行——没有公共点.

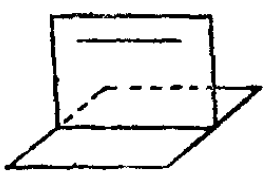
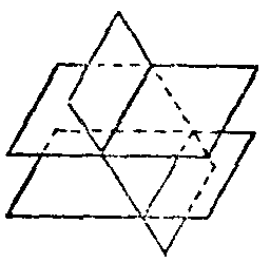
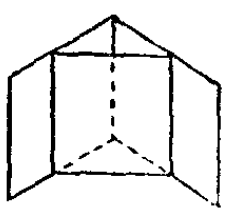
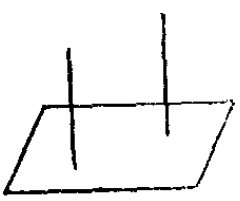
（3）两个不重合的平面的位置关系

①相交——有一条公共直线。

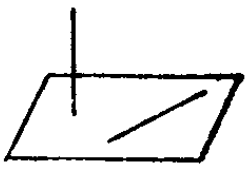
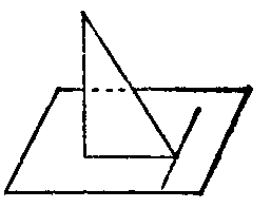
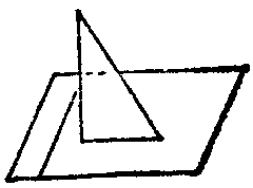
②平行——没有公共点。

**5.直线、平面位置关系的判定**

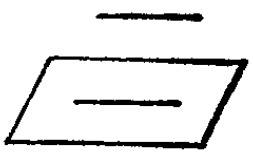
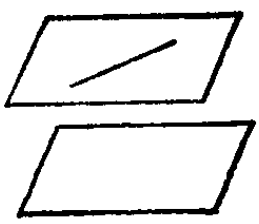
（1）两直线互相平行的判定

| | |
|---|---|
| ① 平行于同一条直线的另两条直线互相平行(三线平行定理) | |
| ② 如果一直线和一平面平行，经过这直线的一个平面与这平面相交，那么这直线和交线平行(线面平行，线线平行) |  |
| ③ 两个平行平面和第三个平面相交，则它们的两条交线平行 |  |
| ④ 如果两个相交平面分别通过两条平行线，那么它们的交线平行于这两条直线 |  |
| ⑤ 垂直于同一个平面的两条直线平行 |  |

（2）两直线互相垂直的判定和直线的射影

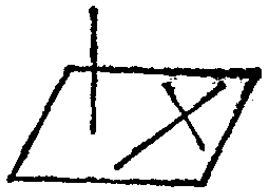
| | |
|---|---|
| ① 如果一条直线垂直于一个平面，那么它垂直于平面内的任何直线(线面垂直，线线垂直) |  |
| ② 如果平面上的直线垂直于斜线的射影，那么它也垂直于斜线(三垂线定理) |  |
| ③ 如果平面上的直线垂直于斜线，那么它也垂直于斜线的射影(三垂线定理的逆定理) |  |

（3）一直线与平面平行的判定

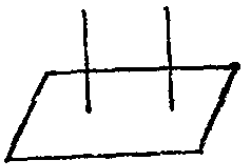
| | |
|---|---|
| ① 如果平面外的一条直线和这平面内的一条直线平行，那么这直线和这个平面平行（线线平行，线面平行） |  |
| ② 如果两个平面互相平行，那么在一个平面内的任何一条直线平行于另一个平面 |  |

(4)一直线与平面垂直的判定

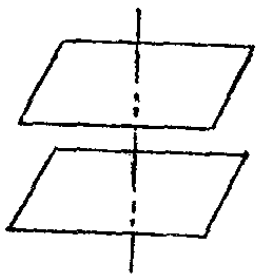
① 如果一直线和一平面内的两条相交直线都垂直，那么这条直线垂直于这平面



② 如果两平行线中的一条垂直于一个平面，那么另一条也垂直于这平面

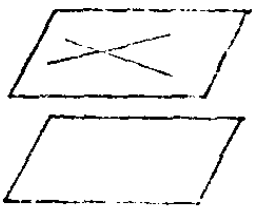


③ 如果一条直线垂直于两平行平面中的一个，那么也垂直于另一个平面

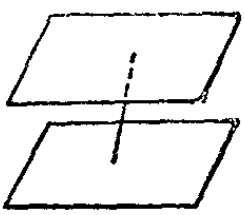


(5)两平面平行的判定

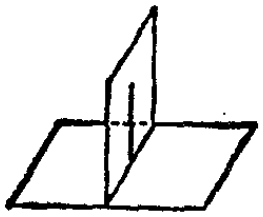
① 如果一个平面上的两条相交直线平行于另一个平面，那么这两个平面平行



② 垂直于同一条直线的两个平面互相平行



**（6）两平面垂直的判定**

| | |
|---|---|
| ① 两平面相交，如果所成的二面角是直二面角，则称这两个平面互相垂直(定义) | |
| ② 如果一个平面经过另一个平面的垂线，那么这两个平面互相垂直 |  |

**6.直线与平面的性质定理**

（1）相交直线的性质定理

①如果两个角的两边分别平行且方向相同，那么这两个角相等(如图1-24)。

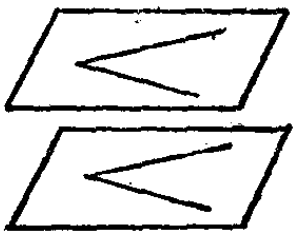


图1-24

(2) 直线和平面平行的性质定理

①如果直线平行于平面，那么它平行于过这条直线的平面与已知平面的交线(如图1-25)。

②如果一条直线和一个平面平行，那么过已知平面内任一点而和已知直线平行的直线只有一条，而且这直线必在已知平面内。

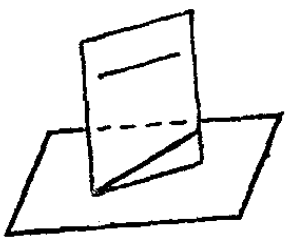


图1-25

③一条直线和一个平面平行(如图1-26)，那么直线上各点到平面的距离相等，这条直线上任意点到平面的距离，叫做这条直线和平面的距离。

(3) 直线和平面的性质定理

①如果两条直线同时垂直于一个平面，那么这两条直线平行。

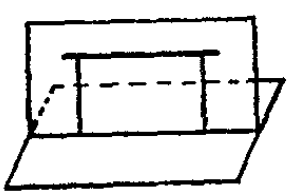


图1-26

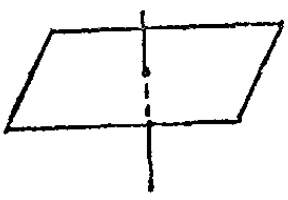


图1-27

②过直线上一点而与这直线垂直的直线，都在过这点而且垂直于这直线的平面内(如图1-27)。

(4) 两个平面平行的性质定理

①如果两个平行平面同时和第三个平面相交，那么它们的交线平行(如图1-28)。

②如果两个平行平面中的一个垂直于一直线，那么另外一个也垂直于这条直线(如图1-29)。

③夹在两个平行平面之间的平行线段的长相等（如图1-30)。

④夹在两平行平面之间的所有公垂线的长相等。此公垂线的长称为两个平行平面间的距离(如图1-31)。

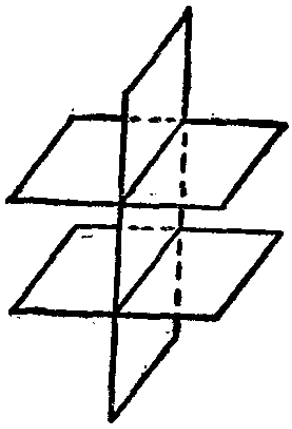


图1-28

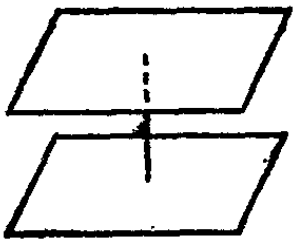


图1-29

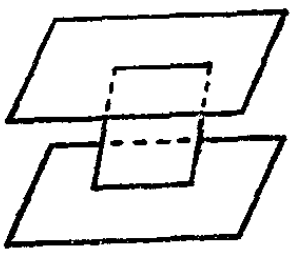


图1-30

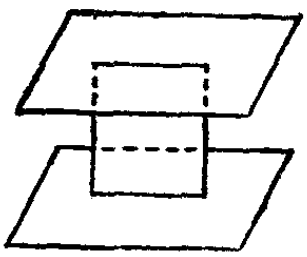


图1-31

(5) 两个平面垂直的性质定理

①如果两个平面垂直，那么在一个平面内垂直于它们的交线的直线垂直于另一个平面(如图1-32)。

②如果两个相交平面都垂直于第三个平面，那么它们的交线也垂直于第三个平面(如图1-33)。

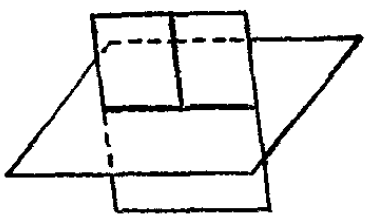


图1-32

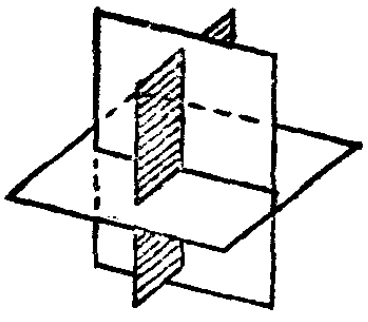


图1-33

7.斜线、射影

(1) 如果一条直线和一个平面相交，但不和这个平面垂直，这条直线就叫做这个平面的斜线。

(2) 一个点在一个平面内的射影，就是过这点所引的这个平面垂线的垂足。

(3) 一直线在一个平面内的射影，就是这直线上的点在平面内射影的集合。

8.角

(1) 异面直线所成的角

分别平行于两条异面直线的两条相交直线所成的角，叫做这两条异面直线所成的角。如果这个角是直角，则称这两条异面直线互相垂直。

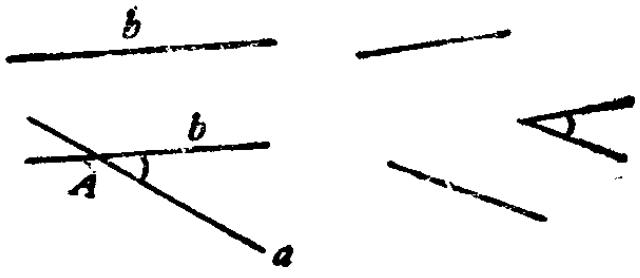


图1-34

(2) 直线与平面所成的角

如果一条直线和一个平面斜交，那么这条直线和它在平面上的射影所成的角叫直线与平面所成的角(如图1-35)。

(3) 二面角和它的平面角

①二面角的定义：从一条直线出发的两个半平面所组成的图形。

②二面角的平面角定义：以二面角的棱上任一点为端点，在两个面上分别作垂直于棱的两条射线所成的角。

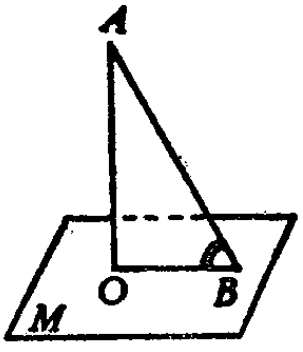


图1-35

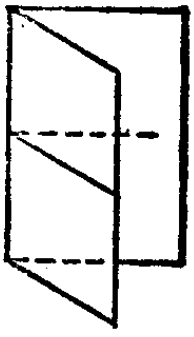


图1-36

③二面角和它的平面角的关系：二面角和它的平面角的数量相同。

9.距离

(1) 点到平面的距离：从平面外一点引这平面的垂线，这点到垂足间的长度。

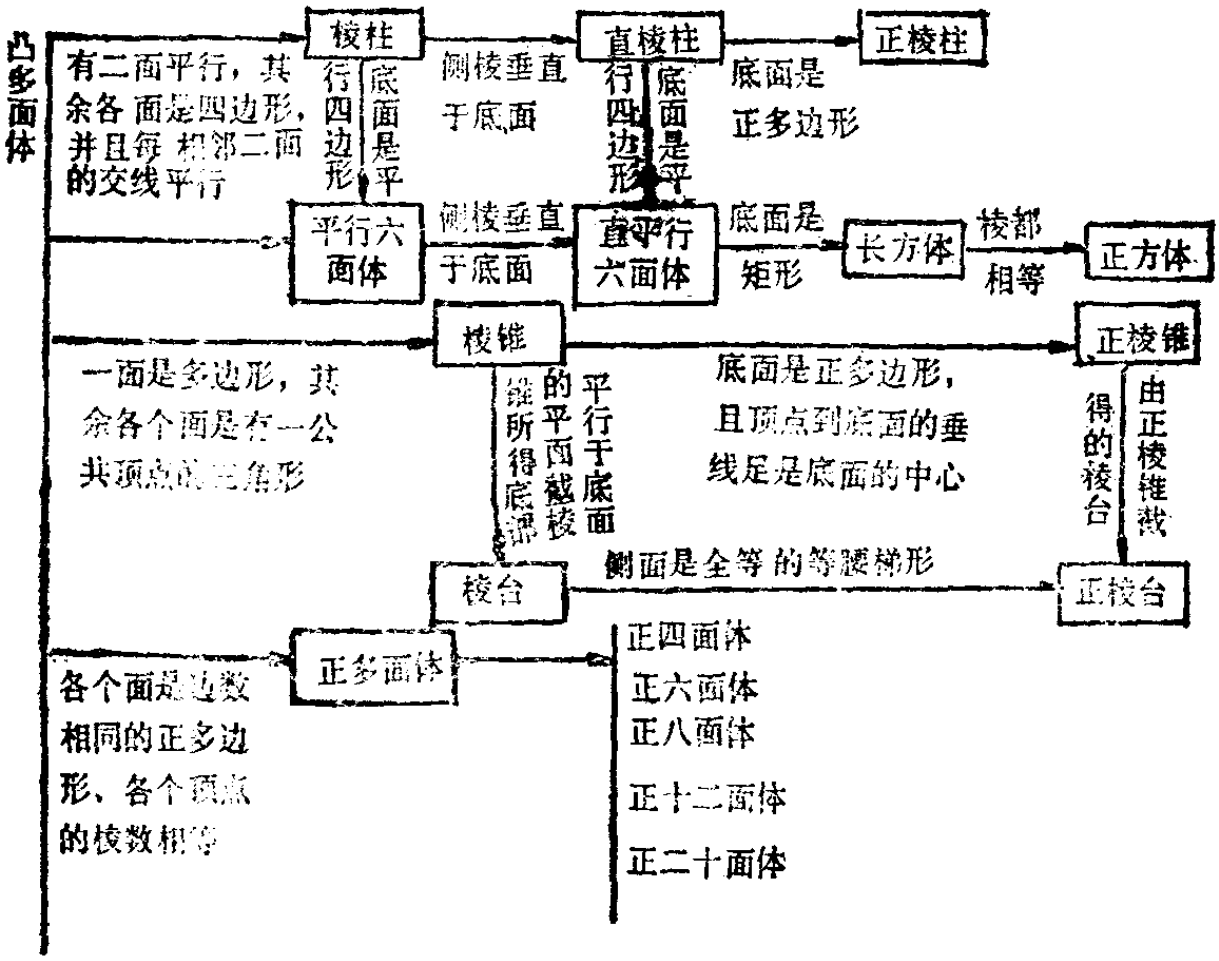
(2) 两条异面直线间的距离：和两条异面直线$a$、$b$都垂直的直线$d$(公垂线)在$a$、$b$间的线段的长度。

## 二、简单几何体

1.凸多面体

(1) 定义

如果多面体完全在它的任意一个面所在平面的同一侧，这样的多面体叫凸多面体。




(2) 欧拉定理

简单多面体的顶点数$V$、棱数$E$和面数$F$有以下关系：

$$V+F-E=2$$

它表明 2 这个数是简单多面体表面在连续变形下的不变数。

**2.旋转体**

(1) 定义

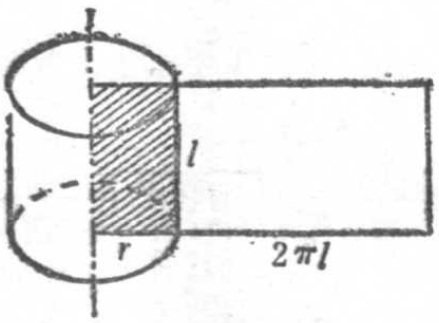
平面上的几何图形绕定轴旋转所成的面叫旋转面，旋转面围成的封闭几何体叫旋转体。

(2) 圆柱、圆锥、圆台的性质

①平行于底面的截面分别与底面相等或相似。

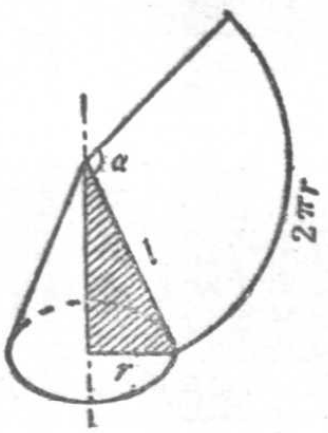
②过轴的截面分别是全等的矩形、等腰三角形或等腰梯形。

圆柱：
以矩形的一边为轴旋转一周而成




侧面的展开图是矩形

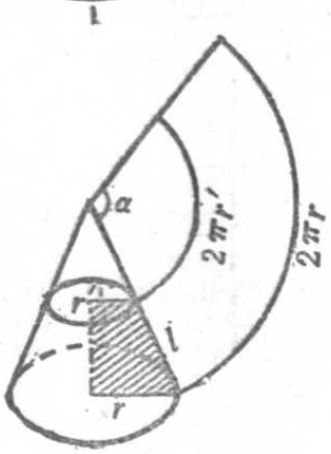
圆锥：
以直角三角形的一直角边为轴旋转一周而成




侧面的展开图是扇形，圆心角

$$\alpha = \frac{r}{l} \cdot 360°$$

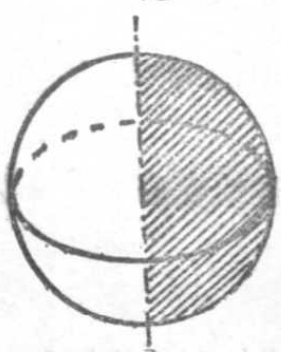
圆台：
以直角梯形的一直角边为轴旋转一周而成



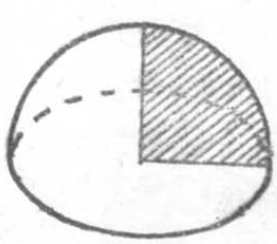

侧面的展开图是扇环，圆心角

$$\alpha = \frac{r - r'}{l} \cdot 360°$$

球：
以半圆的直径为轴旋转一周而成



球缺：
球体被一平面截得的一部分



(3) 球面的截面的性质

①球被平面所截得的截面是一个圆面。

②球心到截面的距离$d$与球的半径$R$、截面的半径$r$有如下关系：

$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

### 3. 简单几何体面积、体积的计算

(1) 柱、锥、台的侧面积和全面积

| 图形 | | 底面周长 | 高 | 斜高 | 母线 | 底面半径 | 侧面积 | 全面积 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 柱 | 直棱柱 | $C$ | $h$ | | | | $Ch$ | $Ch+2S_{底}$ |
| | 圆柱 | $C$ | | | $l$ | $r$ | $Cl=2\pi rl$ | $2\pi r(l+r)$ |
| 锥 | 正棱锥 | $C$ | | $h'$ | | | $\frac{1}{2}Ch'$ | $\frac{1}{2}Ch'+S_{底}$ |
| | 圆锥 | $C$ | | | $l$ | $r$ | $\frac{1}{2}Cl=\pi rl$ | $\pi r(l+r)$ |
| 台 | 正棱台 | $C$、$C'$ | | $h'$ | | | $\frac{1}{2}(C+C')h'$ | $\frac{1}{2}(C+C')h'+S+S_1$ |
| | 圆台 | $C$、$C'$ | | | $l$ | $r$、$r'$ | $\frac{1}{2}(C+C')l=\pi(r+r')l$ | $\pi r(l+r)$<br>$+\pi r'(l+r')$<br>$=\pi(rl+r'l+r^2+r'^2)$ |

$S_{斜棱柱侧}=C_{直截面周长}\cdot l_{侧棱长}$

**(2) 柱、锥、台的体积**

| 图形 | | 底面积 | 中截面面积 | 高 | 底面半径 | 体积 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 柱 | 棱柱 | $S$ | | $h$ | | $Sh$ |
| | 圆柱 | $S$ | | $h$ | $r$ | $Sh=\pi r^2h$ |
| 锥 | 棱锥 | $S$ | | $h$ | | $\frac{1}{3}Sh$ |
| | 圆锥 | $S$ | | $h$ | $r$ | $\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\pi r^2h$ |
| 台 | 棱台 | $S$、$S'$ | $S_0$ | $h$ | | $\frac{1}{3}h(S+\sqrt{SS'}+S')$<br>$=\frac{1}{6}h(S+4S_0+S')$ |
| | 圆台 | $S$、$S'$ | $S_0$ | $h$ | $r$、$r'$ | $\frac{1}{3}h(S+\sqrt{SS'}+S')$<br>$=\frac{1}{3}\pi h(r^2+rr'+r'^2)$ |

(3) 祖暅原理：

夹在两个平行平面间的两个几何体，被平行于这两个平面的任意平面所截，如果截得的两个截面的面积总相等，那么这两个几何体的体积相等。柱、锥、台、球、球缺等的体积公式都可据此原理求出.

(4) 球及其部分的面积和体积

| 面　　积 | 体　　积 |
| --- | --- |
| $S_{球}=4\pi R^2=\pi D^2$ | $V_{球}=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{1}{6}\pi D^3$ |
| $S_{球冠}=2\pi Rh$ | $V_{球缺}=\frac{\pi h^2}{3}(3R-h)$ |
| $=\pi(r^2+h^2)$ | $=\frac{\pi h}{6}(3r^2+h^2)$ |
| $S_{球带}=$两个球冠面积的差 | $V_{球扇形}=\frac{1}{3}S_{球扇底面积}\cdot R$ |
| $=2\pi Rh$ | |

表中$R$表示球半径；$D$表示球直径；$r$表示有关图形的半径；$h$表示有关图形的高

# 平面三角

## 一、角的概念

**1.角**

角可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成。按逆时针方向旋转所成的角叫做正角，按顺时针方向旋转所成的角叫做负角。当一条射线没有旋转时，也把它看成一个角，叫做零角。

**2.角度制**

1 周角 $=360°$，$1°=60'$，$1'=60''$

**3.弧度制**

等于半径长的圆弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角(亦有称之为1弪的角)。

规定正角的弧度数为正数，负角的弧度数为负数，零角的弧度数为零。并有

$$|\alpha|=\frac{l}{r}$$

其中$\alpha$为已知角的弧度数，$l$是以角$\alpha$为圆心角时所对圆弧的长，$r$为圆的半径。

**4.角度制与弧度制的换算**

$180°=\pi$弧度$\approx 3.14159265\cdots$弧度

$1°=\frac{\pi}{180}$弧度$\approx 0.01745$弧度

1 弧度$=\left(\frac{180}{\pi}\right)°\approx 57.30°=57°18'$

## 二、三角函数的定义

### 1.锐角$\alpha$的三角函数定义

$$\sin\alpha=\frac{\text{对边}}{\text{斜边}} \qquad \cos\alpha=\frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\text{对边}}{\text{邻边}} \qquad \operatorname{ctg}\alpha=\frac{\text{邻边}}{\text{对边}}$$

$$\sec\alpha=\frac{\text{斜边}}{\text{邻边}} \qquad \csc\alpha=\frac{\text{斜边}}{\text{对边}}$$

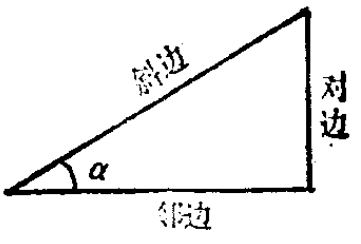


图1-37

### 2.任意角$\alpha$的三角函数定义

设角$\alpha$的顶点是$O$，始边是$x$轴的正半轴，终边上一点$P$的坐标是$(x,y)$，它和原点的距离是$r(r>0)$，如图1-38，那么角$\alpha$的六个三角函数是：

$$\sin\alpha=\frac{y}{r} \qquad \cos\alpha=\frac{x}{r}$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{y}{x} \qquad \operatorname{ctg}\alpha=\frac{x}{y}$$

$$\sec\alpha=\frac{r}{x} \qquad \csc\alpha=\frac{r}{y}$$

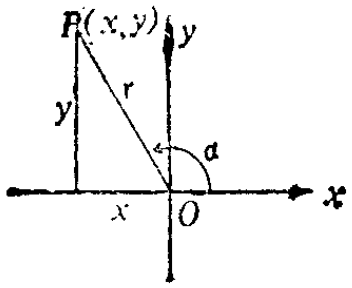
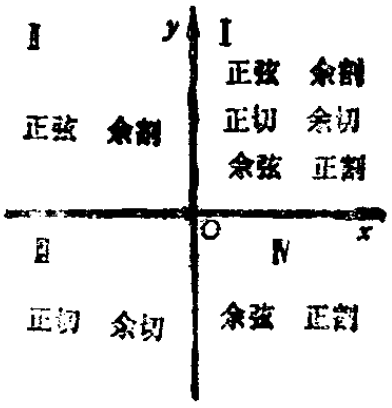


图1-38

### 3.六个三角函数值的符号与增减变化情况

| 名称 / 象限 | 正弦 | 余弦 | 正切 | 余切 | 正割 | 余割 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ⅰ | + ↑ | + ↓ | + ↑ | + ↓ | + ↑ | + ↓ |
| Ⅱ | + ↓ | − ↓ | − ↑ | − ↓ | − ↑ | + ↑ |
| Ⅲ | − ↓ | − ↑ | + ↑ | + ↓ | − ↓ | − ↑ |
| Ⅳ | − ↑ | + ↑ | − ↑ | − ↓ | + ↓ | − ↓ |

正负区域的记忆方法



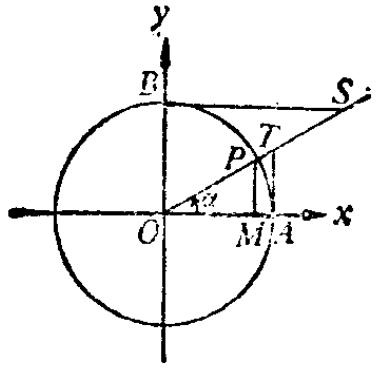

**4.单位圆内的三角函数线**

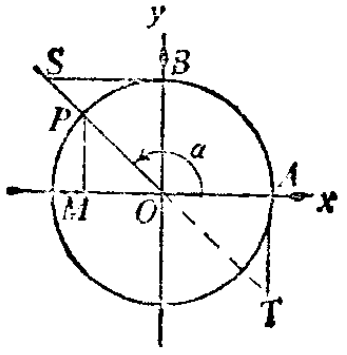
如图，设单位圆$O$和角$\alpha$的终边相交于点$P$，则

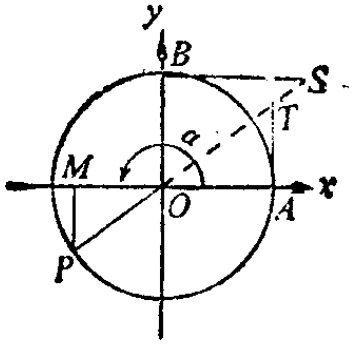
$MP$——正弦线，$OM$——余弦线

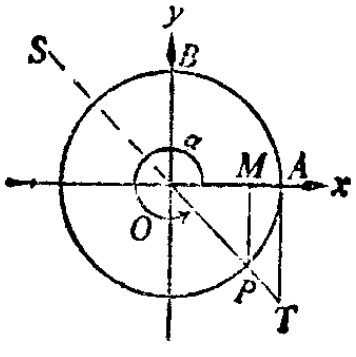
$AT$——正切线，$BS$——余切线

$OT$——正割线，$OS$——余割线




**注：上述表示角$\alpha$的六个三角函数线均为有向线段。**

## 三、同角三角函数的基本关系式

$$\sin\alpha\cdot\csc\alpha=1 \qquad \operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$\cos\alpha\cdot\sec\alpha=1 \qquad 1+\operatorname{tg}^2\alpha=\sec^2\alpha$$

$$\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1 \qquad \operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \qquad 1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\csc^2\alpha$$

上述基本关系式的记忆法：把六个三角函数按次序写在正六边形的角顶上，把1写在中央，如下图。

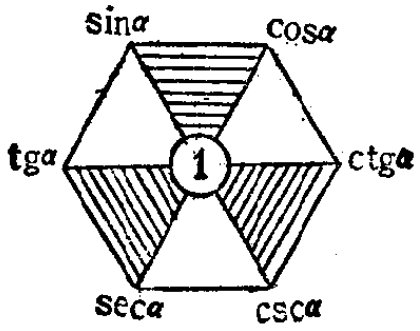



图1-39

(1) 对角线两端两个函数乘积为1。

周界上任一函数等于它相邻两函数的乘积。

例如，sinα的左、右邻是tgα和cosα，恰有

$$\sin\alpha=\operatorname{tg}\alpha\cdot\cos\alpha$$

(2) 在有阴影的三角形里，两个上角顶的平方和等于下角顶的平方。例如，sinα、cosα在上角顶上，1在下角顶上，有

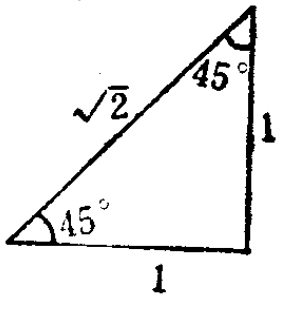
$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

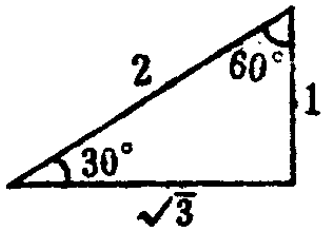
## 四、特殊角的三角函数值

| $\alpha$ | $\sin\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\operatorname{tg}\alpha$ |
|---|---|---|---|
| 0° | 0 | 1 | 0 |
| 15° | $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ | $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ | $2-\sqrt{3}$ |
| 18° | $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ | $\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$ | $\sqrt{\frac{5-2\sqrt{5}}{5}}$ |
| 30° | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ |
| 36° | $\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{4}$ | $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ | $\sqrt{5-2\sqrt{5}}$ |
| 45° | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 1 |
| 60° | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\sqrt{3}$ |
| 75° | $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ | $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ | $2+\sqrt{3}$ |
| 90° | 1 | 0 | 不存在 |

(1) $\operatorname{ctg}\alpha$、$\sec\alpha$和$\csc\alpha$的函数值可分别由$\operatorname{tg}\alpha$、$\cos\alpha$和$\sin\alpha$的倒数推出。

(2) 30°、45°、60°的三角函数值也可以从下图结合锐角三角函数的定义记忆。



# 五、三角函数的诱导公式

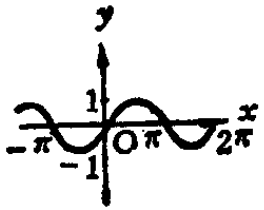
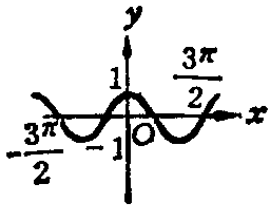
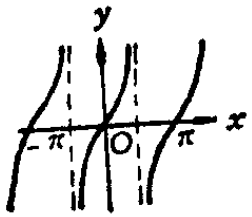
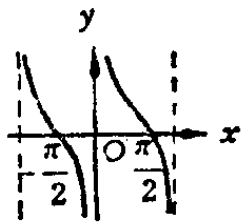
| 角 $\alpha$ \ 函数 | sin | cos | tg | ctg | sec | csc |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $-\alpha$ | $-\sin\alpha$ | $\cos\alpha$ | $-\mathrm{tg}\alpha$ | $-\mathrm{ctg}\alpha$ | $\sec\alpha$ | $-\csc\alpha$ |
| $90^\circ\pm\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\mp\sin\alpha$ | $\mp\mathrm{ctg}\alpha$ | $\mp\mathrm{tg}\alpha$ | $\mp\csc\alpha$ | $\sec\alpha$ |
| $180^\circ\pm\alpha$ | $\mp\sin\alpha$ | $-\cos\alpha$ | $\pm\mathrm{tg}\alpha$ | $\pm\mathrm{ctg}\alpha$ | $-\sec\alpha$ | $\mp\csc\alpha$ |
| $270^\circ\pm\alpha$ | $-\cos\alpha$ | $\pm\sin\alpha$ | $\mp\mathrm{ctg}\alpha$ | $\mp\mathrm{tg}\alpha$ | $\pm\csc\alpha$ | $-\sec\alpha$ |
| $360^\circ\pm\alpha$ | $\pm\sin\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\pm\mathrm{tg}\alpha$ | $\pm\mathrm{ctg}\alpha$ | $\sec\alpha$ | $\pm\csc\alpha$ |
| $k\cdot360^\circ\pm\alpha$ | $\pm\sin\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\pm\mathrm{tg}\alpha$ | $\pm\mathrm{ctg}\alpha$ | $\sec\alpha$ | $\pm\csc\alpha$ |

上面这些公式，可以概括如下：设$\alpha$是任意角，$k$是整数

(1) $k\cdot360^\circ+\alpha$、$-\alpha$、$180^\circ\pm\alpha$、$360^\circ-\alpha$的三角函数值等于$\alpha$的同名函数值，放上把$\alpha$看成锐角时原函数的符号；

(2) $90^\circ\pm\alpha$、$270^\circ\pm\alpha$的三角函数值等于$\alpha$的相应余函数的值，放上把$\alpha$看成锐角时原函数的符号。

# 六、三角函数的图象及其性质

| 函数 / 图象及性质 | $y=\sin x$ | $y=\cos x$ | $y=\operatorname{tg}x$ | $y=\operatorname{ctg}x$ |
|---|---|---|---|---|
| 图象 |  |  |  |  |
| 定义域 | $-\infty<x<\infty$ | $-\infty<x<\infty$ | $x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$（$k$为整数） | $x\neq k\pi$（$k$为整数） |
| 值域 | $-1\leqslant y\leqslant 1$ | $-1\leqslant y\leqslant 1$ | $-\infty<y<\infty$ | $-\infty<y<\infty$ |
| 周期 | $2\pi$ | $2\pi$ | $\pi$ | $\pi$ |
| 有界性 | 有界 | 有界 | 无界 | 无界 |
| 奇偶性 | 奇函数图象关于原点对称 | 偶函数图象关于$y$轴对称 | 奇函数图象关于原点对称 | 奇函数图象关于原点对称 |
| 增减性 | 在第四、一象限递增，在二、三象限递减 | 在三、四象限递增，在一、二象限递减 | 在四个象限内均递增 | 在四个象限内均递减 |

周期函数：

对于一个函数，当自变量每增加(或减少)一定的值，它的函数值就会重复出现，这种函数叫做周期函数。对于一个周期函数来说，能够使函数值重复出现的自变量所增加(或减少)的最小正值，叫做周期函数的周期。

## 七、三角函数在恒等变换中的主要公式

**1.和(差)角公式**

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta}{1\mp\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta\mp1}{\operatorname{ctg}\beta\pm\operatorname{ctg}\alpha}$$

**2.倍角公式**

$$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha \qquad \operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha} \qquad \operatorname{ctg}2\alpha=\frac{\operatorname{ctg}^2\alpha-1}{2\operatorname{ctg}\alpha}$$

$$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha \qquad \sin3\alpha=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha$$

$$=2\cos^2\alpha-1 \qquad \cos3\alpha=4\cos^3\alpha-3\cos\alpha$$

$$=1-2\sin^2\alpha \qquad \operatorname{tg}3\alpha=\frac{3\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}^3\alpha}{1-3\operatorname{tg}^2\alpha}$$

$$=\frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$$

**3.半角公式**

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$$

(根号前的符号由半角所在的象限来决定)

**4.积化和差公式**

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$$

$$\sin\alpha\sin\beta=-\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]$$

**5.和差化积公式**

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

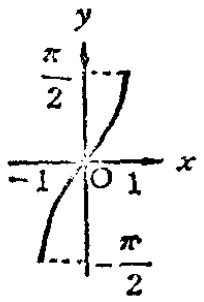
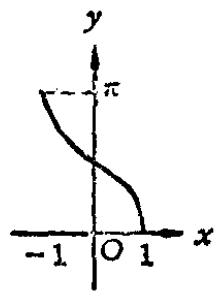
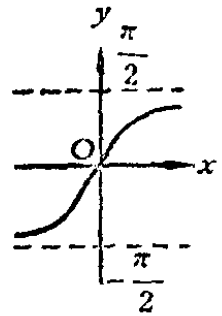
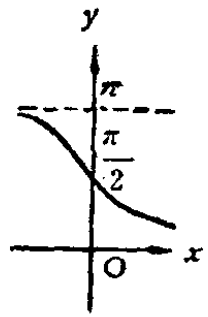
$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

**6.万能公式**

$$\sin\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}\qquad\cos\alpha=\frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}\qquad\operatorname{tg}\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$$

# 八、反三角函数

| 反三角函数 | $y=\arcsin x$ | $y=\arccos x$ | $y=\operatorname{arctg} x$ | $y=\operatorname{arcctg} x$ |
|---|---|---|---|---|
| 值　域 | $-\frac{\pi}{2}\leqslant y\leqslant\frac{\pi}{2}$ | $0\leqslant y\leqslant\pi$ | $-\frac{\pi}{2}<y<\frac{\pi}{2}$ | $0<y<\pi$ |
| 定义域 | $-1\leqslant x\leqslant 1$ | $-1\leqslant x\leqslant 1$ | $-\infty<x<+\infty$ | $-\infty<x<+\infty$ |
| 基本性质 | ①增函数<br>②$\sin(\arcsin x)=x$<br>③$\arcsin(-x)$<br>$=-\arcsin x$ | ①减函数<br>②$\cos(\arccos x)=x$<br>③$\arccos(-x)$<br>$=\pi-\arccos x$ | ①增函数<br>②$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x)=x$<br>③$\operatorname{arctg}(-x)$<br>$=-\operatorname{arctg} x$ | ①减函数<br>②$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} x)=x$<br>③$\operatorname{arcctg}(-x)$<br>$=\pi-\operatorname{arcctg} x$ |
| 图　象 |  |  |  |  |

## 九、最简单的三角方程的解集

| 方　程 | $a$ 值范围 | 解　　集 |
|---|---|---|
| $\sin x = a$ | $\|a\| > 1$ | $\phi$ （无解） |
| | $\|a\| \leqslant 1$ | $\{x : x = n\pi + (-1)^n \arcsin a,\ n \in Z\}$ |
| $\cos x = a$ | $\|a\| > 1$ | $\phi$ （无解） |
| | $\|a\| \leqslant 1$ | $\{x : x = 2n\pi \pm \arccos a,\ n \in Z\}$ |
| $\operatorname{tg} x = a$ | $a$为全体实数 | $\{x : x = n\pi + \operatorname{arc\,tg} a,\ n \in Z\}$ |
| $\operatorname{ctg} x = a$ | $a$为全体实数 | $\{x : x = n\pi + \operatorname{arc\,ctg} a,\ n \in Z\}$ |

## 十、三角形的边角关系及其解法

**1.三角形基本定理**

(1) 正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$　　($R$为外接圆半径)

(2) 余弦定理

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ac\cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

(3) 勾股定理　$C = 90^\circ$时

$a^2 + b^2 = c^2$

(4) 正切定理

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{A+B}{2}}{\operatorname{tg}\frac{A-B}{2}}=\frac{a+b}{a-b}$$

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{B+C}{2}}{\operatorname{tg}\frac{B-C}{2}}=\frac{b+c}{b-c}$$

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{C+A}{2}}{\operatorname{tg}\frac{C-A}{2}}=\frac{c+a}{c-a}$$

**2.直角三角形的解法**

在直角三角形中，已知两边或一边一锐角，即可将此直角三角形解出。如图：在$\triangle ABC$中，$C$是直角，三边分别为 $a$，$b$，$c$，解的过程中常用的公式有

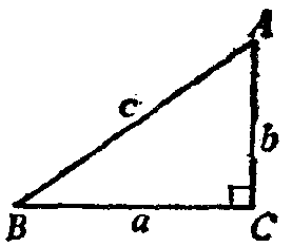



图1-40

(1) $A+B=90°$，$\sin A=\cos B$

(2) $\sin A=\frac{a}{c}$，$\cos A=\frac{b}{c}$，$\operatorname{tg}A=\frac{a}{b}$

(3) $a^2+b^2=c^2$

解等腰三角形和正多边形的问题，可通过解直角三角形而得出。例如，等腰三角形可分割成两个直角三角形来解；正多边形可分为若干个顶点在中心的直角三角形(见平面几何的正多边形计算)。

**3.斜三角形的解法**

| 已知元素 | 其他元素的求法 |
| --- | --- |
| 一边$a$及两角$B$、$C$ | $A=180^\circ-(B+C)$<br>$b=\frac{a\sin B}{\sin A}$<br>$c=\frac{a\sin C}{\sin A}$ |
| 两边$a$、$b$及夹角$C$ | $c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}$<br>$\sin A=\frac{a\sin C}{c}$<br>$\sin B=\frac{b\sin C}{c}$ |
| 三边$a$、$b$、$c$ | $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$<br>$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$<br>$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ |
| 两边$a$、$b$及其中一边的对角$A$ | 先讨论是否有解，若有解则<br>$\sin B=\frac{b\sin A}{a}$<br>$C=180^\circ-(A+B)$<br>$c=\frac{a\sin C}{\sin A}$ |

解斜三角形常用到的公式和定理：

若$R$为三角形的外接圆半径，$r$为三角形的内切圆半径，$s=\frac{1}{2}(a+b+c)$，$\triangle$为三角形面积，则有

(1) $A+B+C=180^\circ$

$$\sin(A+B)=\sin C$$

$$\sin\frac{A+B}{2}=\cos\frac{C}{2}$$

(2) 射影定理

$$a = b\cos C + c\cos B$$

$$b = a\cos C + c\cos A$$

$$c = b\cos A + a\cos B$$

(3) 半角定理

$$\operatorname{tg}\frac{A}{2} = \frac{1}{s-a}\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} = \frac{r}{s-a}$$

$$\operatorname{tg}\frac{B}{2} = \frac{1}{s-b}\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} = \frac{r}{s-b}$$

$$\operatorname{tg}\frac{C}{2} = \frac{1}{s-c}\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}} = \frac{r}{s-c}$$

(4) 模尔外得公式

$$\frac{a+b}{c} = \frac{\cos\frac{A-B}{2}}{\sin\frac{C}{2}} \qquad \frac{a-b}{c} = \frac{\sin\frac{A-B}{2}}{\cos\frac{C}{2}}$$

(此公式在解斜三角形时常作为验算之用)

(5) 求三角形面积公式

$$\triangle = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}ab\sin C$$

$$\triangle = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$\triangle = rs$$

$$\triangle = \frac{abc}{4R}$$

$$\triangle = \frac{a^2\sin B\sin C}{2\sin(B+C)}$$

$$\triangle = s^2\operatorname{tg}\frac{A}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{B}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{C}{2}$$

(6) 求三角形外接圆半径公式

$$R=\frac{a}{2\sin A}=\frac{b}{2\sin B}=\frac{c}{2\sin C}$$

$$R=\frac{abc}{4\triangle}$$

(7) 三角形的内切圆半径公式

$$r=(s-a)\operatorname{tg}\frac{A}{2}$$

$$r=\frac{\triangle}{s}$$

$$r=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$$

# 平面解析几何

## 一、基本公式

**1.坐标系中的点的对称关系**

点$(a,\ b)$和点$(a,\ -b)$是关于$x$轴对称的点；

点$(a,\ b)$和点$(-a,\ b)$是关于$y$轴对称的点；

点$(a,\ b)$和点$(-a,\ -b)$是关于原点对称的点。

**2.两点间的距离**

平面内两点$P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$间的距离是

$$|P_1P_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

**3.线段的定比分点**

平面内若点$P(x,\ y)$把$P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$两点连线分成比值为$\lambda$的两段（即$\frac{P_1P}{PP_2}=\lambda$，$\lambda\neq -1$），则分点$P$的坐标是

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\quad y=\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}\quad(\lambda\neq -1)$$

内分时$\lambda>0$；外分时$\lambda<0$；平分时$\lambda=1$，得出线段$P_1P_2$中点的坐标是

$$x=\frac{x_1+x_2}{2},\quad y=\frac{y_1+y_2}{2}$$

**4.三角形的重心**

以$P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$，$P_3(x_3,\ y_3)$为顶点的三角形的重心$M(x,\ y)$的坐标是

$$x=\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\quad y=\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$$

顺次以$P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$，…，$P_n(x_n,\ y_n)$为顶点的凸多边形的重心$M(x,\ y)$的坐标是

$$x=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n},\quad y=\frac{y_1+y_2+\cdots+y_n}{n}$$

**5.三角形的面积**

以$P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$，$P_3(x_3,\ y_3)$为顶点的三角形的面积公式是

$$S_\triangle=\pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix}x_1 & y_1 & 1\\ x_2 & y_2 & 1\\ x_3 & y_3 & 1\end{vmatrix}$$

当$P_1P_2P_3$的顺序是逆时针方向时取正号；当$P_1P_2P_3$的顺序是顺时针方向时取负号.

**6.三点共线的充要条件**

平面内三点$P_1(x_1,\ y_1)$，$P_2(x_2,\ y_2)$，$P_3(x_3,\ y_3)$在一直线上的充要条件是

$$\begin{vmatrix}x_1 & y_1 & 1\\ x_2 & y_2 & 1\\ x_3 & y_3 & 1\end{vmatrix}=0$$

**7.直线的斜率**

一条直线$l$向上的方向与$x$轴的正方向所成的最小正角叫做这条直线的倾斜角.

直线的倾斜角的正切叫做这条直线的斜率，用$k$来表示，

即 $$k=\operatorname{tg}\alpha$$

点$P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$是直线$l$上的两个点.当$x_1\neq x_2$(即$\alpha\neq\frac{\pi}{2}$)时，$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$；当$x_1=x_2$(即$\alpha=\frac{\pi}{2}$)时，斜率不存在.

## 二、直　线

**1.直线方程的几种形式**

(1) 点斜式

$$y-y_1=k(x-x_1)$$

其中$(x_1, y_1)$是直线上的已知点，$k$为斜率。

(2) 斜截式

$$y = kx + b$$

其中$b$是直线在$y$轴上的截距，$k$为斜率。

(3) 两点式

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

或
$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

其中$(x_1, y_1)$，$(x_2, y_2)$是直线上两个已知点，且

$$x_1 \neq x_2, \quad y_1 \neq y_2$$

(4) 截距式

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

其中$a$，$b$分别是直线在$x$轴和$y$轴上的截距，且

$$a \neq 0, \quad b \neq 0$$

(5) 一般式

$$Ax + By + C = 0 \quad (A, B\text{不同时为零})$$

①当$B \neq 0$时

i) $A \neq 0$，$C \neq 0$，则方程可写成

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

这条直线和两轴相交，斜率是$-\frac{A}{B}$，纵截距是$-\frac{C}{B}$。

ii) $A \neq 0$，$C = 0$，这条直线过原点，斜率是$-\frac{A}{B}$。

iii) $A = 0$，$C \neq 0$，这条直线平行于$x$轴，纵截距是$-\frac{C}{B}$。

iv) $A = 0$，$C = 0$，这条直线和$x$轴重合。

②当$B = 0$时

i) $A \neq 0$，$C \neq 0$，这条直线平行于$y$轴，横截距是$-\frac{C}{A}$。

ii) $A \neq 0$，$C = 0$，这条直线与$y$轴重合。

(6) 法线式

$$x\cos\theta + y\sin\theta - p = 0$$

其中$p$是原点到直线的距离（$p \geqslant 0$），$\theta$是法线与$x$轴的交角(辐角)。

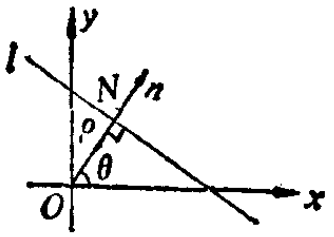


图1-41

一般式直线方程化为法线式方程的形式如下：

$$\frac{Ax + By + C}{\pm\sqrt{A^2 + B^2}} = 0$$

式中$\frac{1}{\pm\sqrt{A^2 + B^2}}$称为直线的法因子，根号前正负号的取法按下列原则：

①当$C \neq 0$时，与$C$异号；

②当$C = 0$时，$B \neq 0$时，与$B$同号；

③当$C = 0$，$B = 0$时，与$A$同号。

**2.点到直线的距离**

(1) 点$(x_0, y_0)$到直线$x\cos\theta + y\sin\theta - p = 0$（$p \geqslant 0$）的距离公式是

$$d = |x_0\cos\theta + y_0\sin\theta - p|$$

或 $$d = \pm(x_0\cos\theta + y_0\sin\theta - p)$$

等号前的“±”号的取法是：

①若直线不经过原点（$p > 0$），则当已知点和原点分别在直线两旁时取正号，在同旁时取负号；

②若直线经过原点（$p = 0$），则当已知点在直线的上方时取正号，在下方时取负号；

③若直线与$y$轴重合，则当已知点在直线的右方时取正号，在左方时取负号。

点$(x_0, y_0)$到直线 $Ax + By + C = 0$的距离公式是

$$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

或
$$d=\pm\frac{Ax_0+By_0+C}{\pm\sqrt{A^2+B^2}}$$

其中分母根号前面的符号按直线方程一般式化为法线式时的取法，分式前面的符号取法同上面的取法。

**3.两直线交角的平分线**

直线$A_1x+B_1y+C_1=0$与直线$A_2x+B_2y+C_2=0$交角的平分线的方程为

$$\frac{A_1x+B_1y+C_1}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}}=\pm\frac{A_2x+B_2y+C_2}{\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$$

**4.两直线的位置关系**

| 位置关系 | 条　　件 |
|---|---|
| 平　行 | $k_1=k_2$　但　$b_1\neq b_2$　或　$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}\neq\frac{C_1}{C_2}$ |
| 重　合 | $k_1=k_2$　且$b_1=b_2$　或　$\frac{A_1}{A_2}=\frac{B_1}{B_2}=\frac{C_1}{C_2}$ |
| 相　交 | $k_1\neq k_2$　或　$\frac{A_1}{A_2}\neq\frac{B_1}{B_2}$ |
| 垂　直 | $k_1=-\frac{1}{k_2}$　或　$\frac{A_1}{B_1}=-\frac{B_2}{A_2}$<br>（即$k_1\cdot k_2=-1$）　（即$A_1A_2+B_1B_2=0$） |
| 夹角$\theta$ | $\operatorname{tg}\theta=\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}$　或　$\operatorname{tg}\theta=\frac{A_1B_2-A_2B_1}{A_1A_2+B_1B_2}$<br>（即$k_1\cdot k_2\neq-1$）<br>两直线相交时，构成互补的两个夹角。$\theta$是指由$l_1$按反时针方向转到$l_2$的夹角，中学课本中所说的夹角，是指不大于直角的那一个 |

设两直线的方程为

$l_1$：$y=k_1x+b_1$　或$A_1x+B_1y+C_1=0$

$l_2$：$y=k_2x+b_2$　或$A_2x+B_2y+C_2=0$

则$l_1$与$l_2$的位置关系如125页表.

**5.三条直线共点的充要条件.**

互不平行的三条直线

$l_1$：$A_1x+B_1y+C_1=0$

$l_2$：$A_2x+B_2y+C_2=0$

$l_3$：$A_3x+B_3y+C_3=0$

相交于一点的充要条件是

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix}=0$$

**6.直线系方程**

经过直线

$l_1$：$A_1x+B_1y+C_1=0$

$l_2$：$A_2x+B_2y+C_2=0$

的交点的直线系方程(不包括$l_2$)为

$$A_1x+B_1y+C_1+\lambda(A_2x+B_2y+C_2)=0$$

其中$\lambda$为待定系数.

## 三、圆 锥 曲 线

**1.圆**

(1) 方程

①标准方程

| 圆心$C$的位置 | 方　　程　（其中$r$为圆的半径） |
|---|---|
| $(a,\ b)$ | $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ |
| 在$x$轴上$(a,\ 0)$ | $(x-a)^2+y^2=r^2$ |
| 在$y$轴上$(0,\ b)$ | $x^2+(y-b)^2=r^2$ |
| 在原点$(0,\ 0)$ | $x^2+y^2=r^2$ |

②一般方程

$$x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$$

当$D^2+E^2-4F>0$时，方程表示圆心在$(-\frac{D}{2},\ -\frac{E}{2})$处，半径$r=\frac{1}{2}\sqrt{D^2+E^2-4F}$的圆.

当$D^2+E^2-4F=0$时，方程表示一个点，点的坐标为$(-\frac{D}{2},\ -\frac{E}{2})$，称为点圆.

当$D^2+E^2-4F<0$时，方程没有轨迹，称为虚圆.

(2) 圆系

已知两圆方程

$c_1$：$x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1=0$

$c_2$：$x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2=0$

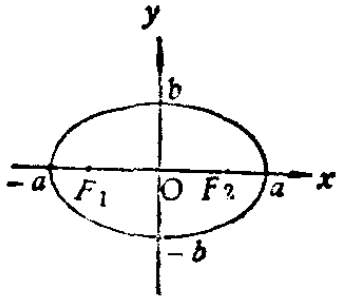
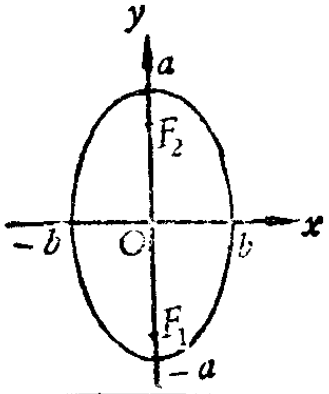
和另一圆方程

$c$：$x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1+\lambda(x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2)=0$

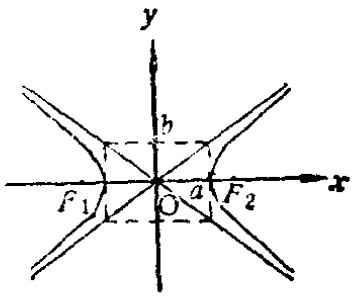
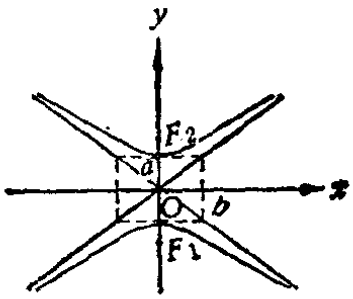
当待定系数$\lambda\neq-1$时，$c$是经过$c_1$和$c_2$交点的圆系方程.

当$\lambda=-1$时，则$c$为直线$(D_1-D_2)x+(E_1-E_2)y+(F_1-F_2)=0$，称为两个圆$c_1$和$c_2$的根轴.

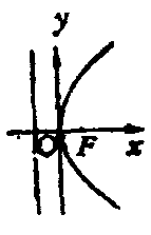
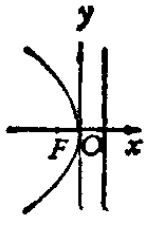
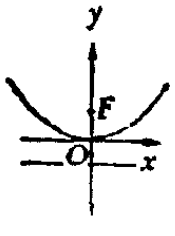
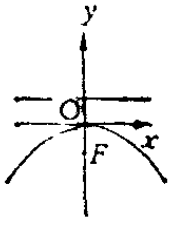
**2.椭圆**

| 定义 | 到两定点的距离的和等于常数的点的轨迹 | |
|---|---|---|
| 标准方程 | $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$<br>$(a>b>0)$ | $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$<br>$(a>b>0)$ |
| 图形 |  |  |
| 焦点 | $F_1(-c,\ 0)$，$F_2(c,\ 0)$ | $F_1(0,\ -c)$，$F_2(0,\ c)$ |
| 焦距 | $\lvert F_1F_2\rvert=2c$， | $c^2=a^2-b^2$ |
| 顶点 | $(\pm a,\ 0)$，$(0,\ \pm b)$ | $(0,\ \pm a)$，$(\pm b,\ 0)$ |
| 轴 | 长轴长$2a$，在$x$轴上<br>短轴长$2b$，在$y$轴上 | 长轴长$2a$，在$y$轴上<br>短轴长$2b$，在$x$轴上 |
| 中心 | $(0,\ 0)$ | |
| 对称性 | 关于长轴、短轴、原点都对称 | |
| 范围 | $\lvert x\rvert\leqslant a$<br>$\lvert y\rvert\leqslant b$ | $\lvert x\rvert\leqslant b$<br>$\lvert y\rvert\leqslant a$ |
| 准线 | $x=\pm\frac{a^2}{c}$ | $y=\pm\frac{a^2}{c}$ |
| 离心率 | $e=\frac{c}{a}$ $(o<e<1)$ | |

3.双曲线

| 定义 | 到两个定点的距离的差的绝对值等于常数的点的轨迹 | |
|---|---|---|
| 标准方程 | $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$<br>$(a>0,\ b>0)$ | $-\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$<br>$(a>0,\ b>0)$ |
| 图形 |  |  |
| 焦点 | $F_1(-c,\ 0),\ F_2(c,\ 0)$ | $F_1(0,\ -c),\ F_2(0,\ c)$ |
| 焦距 | $\lvert F_1F_2\rvert=2c,\quad c^2=a^2+b^2$ | |
| 顶点 | $(\pm a,\ 0)$ | $(0,\ \pm a)$ |
| 轴 | 实轴长$2a$，在$x$轴上<br>虚轴长$2b$，在$y$轴上 | 实轴长$2a$，在$y$轴上<br>虚轴长$2b$，在$x$轴上 |
| 中心 | $(0,\ 0)$ | |
| 对称性 | 关于坐标轴和原点都对称 | |
| 范围 | $x\geqslant a,\quad x\leqslant -a$ | $y\geqslant a,\quad y\leqslant -a$ |
| 渐近线 | $y=\pm\frac{b}{a}x$ | $y=\pm\frac{a}{b}x$ |
| 准线 | $x=\pm\frac{a^2}{c}$ | $y=\pm\frac{a^2}{c}$ |
| 离心率 | $e=\frac{c}{a}\quad (e>1)$ | |

## 4. 抛物线

| 定义 | 平面内到一个定点$F$和一条定直线$l$的距离相等的点的轨迹叫做抛物线 | | | |
|---|---|---|---|---|
| 标准方程 | $y^2=2px$ $(p>0)$ | $y^2=-2px$ $(p>0)$ | $x^2=2py$ $(p>0)$ | $x^2=-2py$ $(p>0)$ |
| 图形 |  |  |  |  |
| 焦点 | $F(\frac{p}{2},\ 0)$ | $F(-\frac{p}{2},\ 0)$ | $F(0,\ \frac{p}{2})$ | $F(0,\ -\frac{p}{2})$ |
| 准线 | $x=-\frac{p}{2}$ | $x=\frac{p}{2}$ | $y=-\frac{p}{2}$ | $y=\frac{p}{2}$ |
| 顶点 | $(0,\ 0)$ | | | |
| 对称轴 | $x$轴 | | $y$轴 | |
| 范围 | $x\geqslant 0$ $-\infty<y<+\infty$ | $x\leqslant 0$ $-\infty<y<+\infty$ | $y\geqslant 0$ $-\infty<x<+\infty$ | $y\leqslant 0$ $-\infty<x<+\infty$ |
| 离心率 | $e=1$ | | | |
| 开口 | 向右 | 向左 | 向上 | 向下 |

# 四、坐 标 变 换

**1.坐标轴的平移**

(1) 定义

只移动坐标原点的位置，坐标轴的方向和长度单位不变，就得到新的坐标系。这种坐标系的变换叫做坐标轴的平移，简称移轴.

(2) 平移公式

如果新坐标系$x'O'y'$的原点在旧坐标系中的坐标是$(h, k)$，那么平面内任意一点$P$的旧坐标$(x, y)$和新坐标$(x', y')$之间有如下关系

$$\begin{cases} x = x' + h \\ y = y' + k \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x' = x - h \\ y' = y - k \end{cases}$$

(3) 利用平移变换可将方程

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (A, C \text{ 不同时为零})$$

化为标准方程。

①经过平移变换可改变方程的一次项或常数项，但不会改变二次项系数。

i)当$A \cdot C \neq 0$时，可使新方程不含两个一次项，把方程化成

$$Ax'^2 + Cy'^2 + F' = 0$$

ii)当$A \cdot C = 0$时，可使新方程不含某个一次项和常数项，把方程变为

$$Ax'^2 + E'y' = 0 \quad \text{或} \quad Cy'^2 + D'x' = 0$$

②利用平移变换化简方程的方法一般有两种：

i)先利用配方方法进行配方，再选取适当的新原点，进行平移变换。

ii)直接把平移公式代入所给的二次方程，整理合并同类项，令适当的两项的系数为零，以确定新原点的坐标，进行平移变换。

③利用配方和平移坐标轴的方法化简方程所得的结果如下：

**i)椭圆**

| | | |
|---|---|---|
| 配方后 | $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ $(a>b)$ | $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$ $(a>b)$ |
| 移轴后 | $\frac{x'^2}{a^2}+\frac{y'^2}{b^2}=1$ $(a>b)$ | $\frac{x'^2}{b^2}+\frac{y'^2}{a^2}=1$ $(a>b)$ |
| 说明 | 中心在$(h, k)$，焦点在$y=k$上的椭圆 | 中心在$(h, k)$，焦点在$x=h$上的椭圆 |

ii)双曲线

| | | |
|---|---|---|
| 配方后 | $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ | $-\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$ |
| 移轴后 | $\frac{x'^2}{a^2}-\frac{y'^2}{b^2}=1$ | $-\frac{x'^2}{b^2}+\frac{y'^2}{a^2}=1$ |
| 说明 | 中心在$(h, k)$，焦点在$y=k$上的双曲线 | 中心在$(h, k)$，焦点在$x=h$上的双曲线 |

iii)抛物线

| | | |
|---|---|---|
| 配方后 | $(y-k)^2=\pm 2p(x-h)$ | $(x-h)^2=\pm 2p(y-k)$ |
| 移轴后 | $y'^2=\pm 2px'$ | $x'^2=\pm 2py'$ |
| 说明 | 顶点在$(h, k)$，焦点在$y=k$上的抛物线 | 顶点在$(h, k)$，焦点在$x=h$上的抛物线 |

**2.坐标轴的旋转**

(1) 定义

**原点位置和长度单位不变，只把坐标轴按同一方向绕原点旋转同一**

角度，就得到新坐标系。这种坐标系的变换叫做坐标轴的旋转，简称转轴。

(2) 旋转公式

设坐标轴旋转角为$\theta$，那么平面内任一点$P$的旧坐标$(x, y)$与新坐标$(x', y')$之间有如下关系

$$\begin{cases} x = x'\cos\theta - y'\sin\theta \\ y = x'\sin\theta + y'\cos\theta \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} x' = x\cos\theta + y\sin\theta \\ y' = -x\sin\theta + y\cos\theta \end{cases}$$

(3) 利用旋转可消去一般二次方程

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (A, B, C\text{不同时为零})$$

的$xy$项。

①旋转角$\theta$由下式决定

$$\operatorname{ctg}2\theta = \frac{A - C}{B}$$

②旋转公式里用到的$\sin\theta$和$\cos\theta$的值，可以由下面的三角公式求得

$$\cos2\theta = \frac{\operatorname{ctg}2\theta}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 2\theta}}$$

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{1 - \cos2\theta}{2}}$$

$$\cos\theta = \sqrt{\frac{1 + \cos2\theta}{2}}$$

③旋转的一般步骤

i)求变换公式：由$A$，$B$，$C$的值，计算$\frac{A-C}{B}$。如果这个值恰好是特殊角的余切值，即可直接得到$2\theta$的值(只要取最小正角)，从而求出$\theta$的值，再由$\theta$的值计算出$\sin\theta$和$\cos\theta$，这样就得到旋转公式；如果$\frac{A-C}{B}$不是特殊角的余切值，则由$\operatorname{ctg}2\theta$计算$\cos2\theta$，进而求出$\sin\theta$和$\cos\theta$的值，便得到旋转公式。

ii)把旋转公式代入二元二次方程，整理后得出的二元二次方程就不含$xy$项。

3.二次曲线的判定

| 方程 | $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ | | |
|---|---|---|---|
| 条件 | $B^2-4AC>0$ | $B^2-4AC=0$ | $B^2-4AC<0$ |
| 类型 | 双曲线型 | 抛物线型 | 椭圆型 |
| 一般情形 | 双曲线 | 抛物线 | 椭圆 |
| 特例 | 两条相交直线 | 两条平行线或一条直线(两条重合直线)或无轨迹(两虚直线) | 一个点(点椭圆)或无轨迹(虚椭圆) |

4.圆锥曲线的画图

画图前先把方程

$$Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$$

化成标准方程。

(1)若$B=0$，通过平移坐标轴化为标准方程。

(2)若$B\neq 0$，

当$B^2-4AC\neq 0$，一般先平移后旋转把方程化为标准方程；

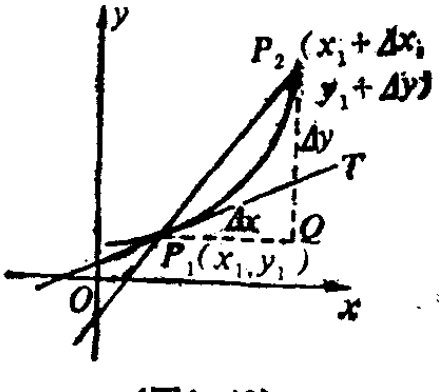
当$B^2-4AC=0$，一般先旋转后平移把方程化为标准方程。

## 五、圆锥曲线的切线

1.圆锥曲线的切线和法线

(1)如果$P_1$和$P_2$是曲线上邻近的两点，设$P_1$是定点，当$P_2$点沿着曲线无限地接近$P_1$点时，割线$P_1P_2$的极限位置$P_1T$叫做在这条曲线上经过$P_1$点的切线，$P_1$点叫做切点。

(2)经过切点并且垂直于切线的直线叫做曲线在这点的法线。




(图1-42)

**2. 切线的斜率**

$$k_{切线}=\lim_{Q\to P}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\substack{\Delta x\to 0\\ \Delta y\to 0}}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

**3. 切线的方程**

(1)经过曲线上一点$P_1(x_1,\ y_1)$的切线方程

| 曲　线 | 曲　线　方　程 | 经过$P_1$点的切线方程 |
|---|---|---|
| 抛物线 | $y^2=2px$ | $y_1y=2p\ (\frac{x+x_1}{2})$ |
| 圆 | $x^2+y^2=r^2$ | $x_1x+y_1y=r^2$ |
| 椭　圆 | $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ | $\frac{x_1x}{a^2}+\frac{y_1y}{b^2}=1$ |
| 双曲线 | $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ | $\frac{x_1x}{a^2}-\frac{y_1y}{b^2}=1$ |
| 一般的二次曲线 | $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ | $Ax_1x+B\ (\frac{y_1x+x_1y}{2})+Cy_1y+D(\frac{x+x_1}{2})+E(\frac{y+y_1}{2})+F=0$ |

(2)过一点$P(x_1, y_1)$，作圆锥曲线的切线的方程

①如$P$点在曲线上，则用$x_1x$和$y_1y$代替方程中的$x^2$和$y^2$；用$\frac{x+x_1}{2}$和$\frac{y+y_1}{2}$代替$x$和$y$；用$\frac{y_1x+x_1y}{2}$代替$xy$；常数项不变。

②如$P$点不在曲线上，则先求出切点的坐标，把问题转变为①的情形。

(3)已知斜率的切线方程

| 曲　线 | 曲线的方程 | 斜率是$k$的切线方程 $(y=kx+m)$ |
|---|---|---|
| 圆 | $x^2+y^2=r^2$ | $y=kx\pm r\sqrt{k^2+1}$ |
| 椭　圆 | $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ | $y=kx\pm\sqrt{a^2k^2+b^2}$ |
| 双曲线 | $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ | $y=kx\pm\sqrt{a^2k^2-b^2}$ $(a^2k^2>b^2)$ |
| | $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ | $y=kx\pm\sqrt{a^2-b^2k^2}$ $(b^2k^2<a^2)$ |
| 抛物线 | $y^2=2px$ | $y=kx+\frac{p}{2k}$ |

①由于所给的曲线方程的不同，纵截距$m$也就不同。

②已知切线的斜率$k$，求圆锥曲线的切线，对抛物线来说，只有一条；对椭圆(包括圆)或双曲线来说，则有两条。

**4.圆锥曲线的切线和法线的性质**

(1)抛物线：

平行于抛物线的轴的直线与抛物线交于一点，则过此点的法线平分交点和焦点联线与此直线的夹角。

(2)椭圆：

经过椭圆上一点的法线，平分这一点和两焦点联线所成的夹角。

(3)双曲线：

经过双曲线上一点的切线，平分这一点和两焦点联线所成的夹角。

## 六、极 坐 标

### 1.极坐标

在平面内取一个定点$O$，引一条射线$Ox$，再选定一个长度单位和角的正方向（通常取逆时针方向），这样就建立一个极坐标系。$O$点叫做极点，射线$Ox$叫做极轴(如图1-43)。

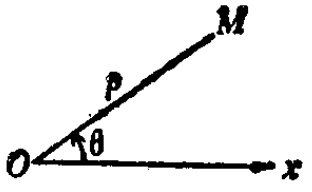


图1-43

在平面内取任意一点$M$，用$\rho$表示线段$OM$的长度，$\theta$表示$Ox$到$OM$的角度。$\rho$叫做点$M$的极径，$\theta$叫做点$M$的极角，有序数对$(\rho, \theta)$就叫做点$M$的极坐标。极坐标为$(\rho, \theta)$的点$M$，可表示为$M(\rho, \theta)$。

(1) 一般来说$\rho$应取非负值，$\theta$就是以$Ox$为始边，$OM$为终边的角。

(2) 在某些情况下$\rho$也允许取负值，那么$\theta$就是以$Ox$为始边，$OM$的反向延长线为终边的角(如图1-44)。

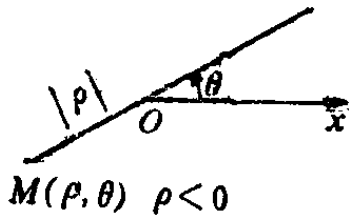


图1-44

(3) $\rho=0$时，$\theta$可取任意值。这就是说，不论$\theta$是什么角，$(0,\theta)$都表示极点。

### 2.极坐标和直角坐标的互化

把原点作为极点，$x$轴的正半轴作为极轴，并在两种坐标系中取相同的长度单位。设点$M$的直角坐标是$(x, y)$，极坐标是$(\rho, \theta)$则$x$，$y$与$\rho$，$\theta$之间有下面的关系：

$$\begin{cases} x=\rho\cos\theta \\ y=\rho\sin\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho^2 = x^2 + y^2 \\ \operatorname{tg}\theta = \dfrac{y}{x} \quad (x \neq 0) \end{cases}$$

由$\operatorname{tg}\theta$确定$\theta$时，应根据$(x, y)$在的象限而定.

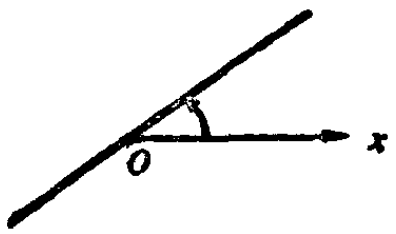
**3.几种常见的曲线极坐标方程**

以焦点$F$为极点，使极轴垂直于准线的圆锥曲线的极坐标方程是

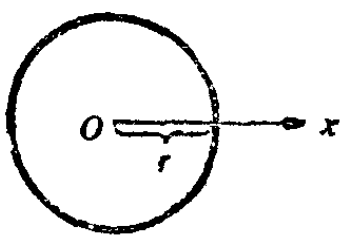
$$\rho = \frac{ep}{1 - e\cos\theta}$$

其中$p$是焦点到准线的距离，$e$是离心率.

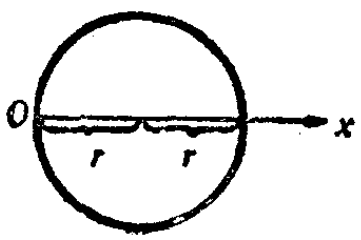
下面是几种比较常见的极坐标方程的图形.



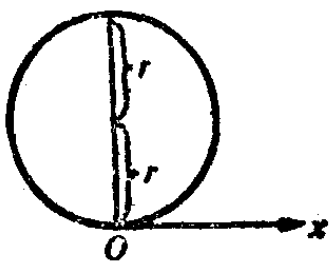

直线$\theta = \alpha$



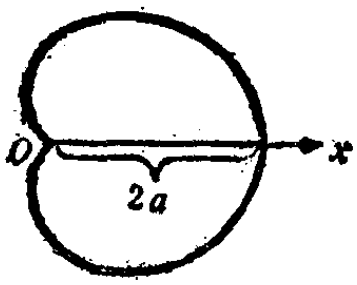

圆$\rho = r$



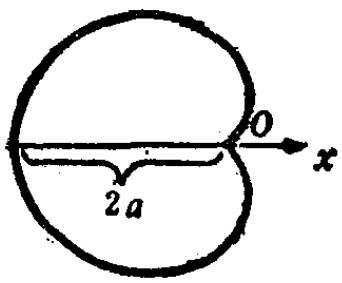

圆$\rho = 2r\cos\theta$




圆$\rho = 2r\sin\theta$




心脏线$\rho = a(1 + \cos\theta)$




心脏线$\rho = a(1 - \cos\theta)$

图 1-46

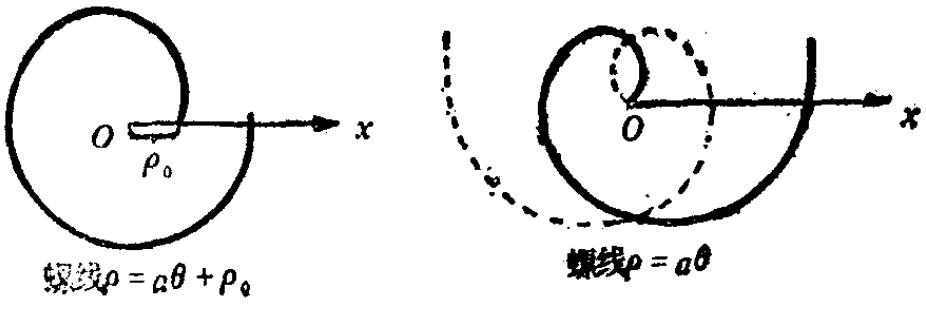



图1-45

## 七、参 数 方 程

**1.定义**

在直角坐标系(或极坐标系)中，如果曲线上任意一点的坐标$(x, y)$[或$(\rho, \theta)$]，都可以表示为在某个区间内变量$t$的函数，那么所得到的方程

$$\begin{cases} x=f(t) \\ y=g(t) \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} \rho=\varphi(t) \\ \theta=\psi(t) \end{cases}$$

叫做曲线的参数方程，变量$t$叫做参变数，简称参数。

**2.参数方程与普通方程的互化**

(1) 由参数方程化成普通方程的方法

消去参数方程中的参数，得出$x$，$y$(或$\rho$，$\theta$)的关系式，就是曲线的普通方程。

(2) 由普通方程化成参数方程的方法

要将已知曲线的普通方程化成参数方程，一般可将变量$x$或$y$($\rho$或$\theta$)中的一个表为参数的函数，再把这个关系式代入曲线的普通方程，求得另一个变量与参数的关系，就可得到曲线的参数方程。由于参数和参数式的选择可以不同，所以同一条曲线的参数方程可能有不同的形式。

**3.几种常用的参数方程**

(1) 直线的参数方程

经过点$(x_0, y_0)$，倾斜角为$\alpha$(或斜率为$\frac{b}{a}$)的直线的参数方程

$$\begin{cases} x = x_0 + t\cos\alpha \\ y = y_0 + t\sin\alpha \end{cases} \quad (t\text{是参数})$$

或

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (t\text{是参数})$$

(2) 圆$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=a^2$的参数方程

$$\begin{cases} x = x_0 + a\cos\theta \\ y = y_0 + a\sin\theta \end{cases} \quad (\theta\text{是参数})$$

(3) 椭圆$\dfrac{(x-x_0)^2}{a^2}+\dfrac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$的参数方程

$$\begin{cases} x = x_0 + a\cos\theta \\ y = y_0 + b\sin\theta \end{cases} \quad (\theta\text{是参数})$$

(4) 双曲线$\dfrac{(x-x_0)^2}{a^2}-\dfrac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$的参数方程

$$\begin{cases} x = x_0 + a\sec\theta \\ y = y_0 + b\operatorname{tg}\theta \end{cases} \quad (\theta\text{是参数})$$

(5) 抛物线 $(y-y_0)^2=2p(x-x_0)$的参数方程

$$\begin{cases} x = x_0 + 2pt^2 \\ y = y_0 + 2pt \end{cases} \quad (t\text{是参数})$$

(6) 圆的渐开线

$$\begin{cases} x = r(\cos\varphi + \varphi\sin\varphi) \\ y = r(\sin\varphi - \varphi\cos\varphi) \end{cases} \quad (\varphi\text{是参数})$$

(7) 摆线(旋轮线)

$$\begin{cases} x = a(\varphi - \sin\varphi) \\ y = a(1 - \cos\varphi) \end{cases} \quad (\varphi\text{是参数})$$

## 八、轨迹与方程

### 1.求轨迹的曲线方程的步骤

求已知曲线的方程，一般有下面几个步骤：

(1)建立适当的直角坐标系(或极坐标系)，用$(x, y)$〔或$(\rho, \theta)$〕表示曲线上点$M$的坐标。

(2) 写出适合条件$p$的点$M$的集合$P=\{M; p(M)\}$。

(3) 用坐标表示条件$p(M)$，列出方程$f(x, y)=0$〔或$f(\rho, \theta)=0$〕。

(4) 化方程$f(x, y)=0$〔或$f(\rho, \theta)=0$〕为最简形式。

(5) 证明以化简后的方程的解为坐标的点都是曲线上的点。

步骤(5)一般不要求写出来，根据具体情况有时也可以省略步骤(2)，而直接列出曲线的方程。

**2.求轨迹的参数方程的步骤**

(1) 建立适当的直角坐标系(或极坐标系)，用$(x, y)$〔或$(\rho, \theta)$〕表示曲线上点$M$的坐标。

(2) 选取适当的参数。

(3) 根据曲线上的点所要适合的条件，分别写出$x$，$y$(或$\rho$，$\theta$)与参数的关系式。

**3.由方程画曲线**

先对方程进行讨论，明确该曲线的性质，然后描点作图。

(1) 求曲线与坐标轴的交点。

令$y=0$，求出方程的实根，即得到曲线与$x$轴的交点。

令$x=0$，求出方程的实根，即得到曲线与$y$轴的交点。

(2) 讨论曲线的对称性

若将曲线方程里的$y$换成$-y$而方程不变，则曲线关于$x$轴对称；若将曲线方程里的$x$换成$-x$而方程不变，则曲线关于$y$轴对称；若以$-x$代替$x$且以$-y$代替$y$而方程不变，则曲线关于原点对称。

(3)讨论曲线的范围

由曲线方程解出$y=f(x)$(即用$x$表示$y$)，然后求出使$y$有确定的实数值的那些$x$值，则得$x$的取值范围；仿此，从曲线方程中解出$x=g(y)$(即用$y$表示$x$)，可得到$y$的取值范围。

(4)描点作图

在$x$，$y$的取值范围内，将$x$及其对应的$y$值用表列出，并注意将曲

线与$x$轴、$y$轴的交点，顶点和对称点列入表内；每一对数$(x, y)$作为一个点的坐标，在直角坐标系中将列出的点描出，最后将这些点联结成光滑的曲线。

画极坐标方程的图形时，先把原方程化成$\rho = f(\theta)$的形式，在变数允许值范围内给$\theta$以一系列的值，求出$\rho$的对应值，然后采用描点法画出图形。

画参数方程的图形，可以在参数取值的范围内取若干个值，计算出曲线相应的若干个点的坐标，然后采用描点法画出图形。

**4.两曲线的交点**

设两曲线$c_1$，$c_2$的方程分别是$F_1(x, y) = 0$，$F_2(x, y) = 0$，如果$P(x_1, y_1)$是它们的交点，则$F_1(x_1, y_1) = 0$和$F_2(x_1, y_1) = 0$，所以$x_1$，$y_1$是方程组

$$\begin{cases} F_1(x, y) = 0 \\ F_2(x, y) = 0 \end{cases}$$

的一组实数解。

反过来，如果方程组

$$\begin{cases} F_1(x, y) = 0 \\ F_2(x, y) = 0 \end{cases}$$

有一组实数解$x_1$，$y_1$，则$F_1(x_1, y_1) = 0$，$F_2(x_1, y_1) = 0$。所以，以$(x_1, y_1)$为坐标的点一定同时在曲线$c_1$和$c_2$上，即是它们的交点。

因此求两曲线的交点，可以解两曲线的联立方程组，由这个方程组解得的每一组实数解，都是这两曲线交点的坐标。

# 微积分初步

## 一、数列的极限与函数的极限

### 1.数列的极限

(1) 定义

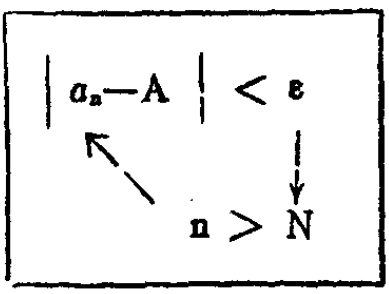
对于一个数列$\{a_n\}$，如果存在一个常数$A$，无论预先指定多么小的正数$\varepsilon$，都能在数列中找到一项$a_N$，使得这一项后面的所有项与$A$的差的绝对值都小于$\varepsilon$(即当$n>N$时，$|a_n-A|<\varepsilon$恒成立)。就把常数$A$叫做数列$\{a_n\}$的极限，记作

$$\lim_{n\to\infty} a_n = A$$

或记作

当$n\to\infty$时，$a_n\to A$

这个定义可用记号表为




(2) 数列极限的四则运算

如果$\lim_{n\to\infty} a_n = A$，$\lim_{n\to\infty} b_n = B$，那么，

$$\lim_{n\to\infty}(a_n \pm b_n) = A \pm B$$

$$\lim_{n\to\infty} a_n \cdot b_n = AB$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{A}{B} \quad (B\neq 0)$$

$$\lim_{n\to\infty}(C\cdot a_n) = \lim_{n\to\infty} C \cdot \lim_{n\to\infty} a_n = CA$$

### 2.函数的极限

(1) 定义1

当自变量$x$的绝对值无限增大时，如果函数$f(x)$无限趋近于一个常数$A$，就说当$x$趋向于无穷大时，函数$f(x)$的极限是$A$，记作

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = A$$

或记作

当$x\to\infty$时，$f(x)\to A$

(2) 定义2

当自变量$x$无限趋近于常数$x_0$时，如果函数$f(x)$无限趋近于一个常数$A$，就说当$x$趋近于$x_0$时，函数$f(x)$的极限是$A$，记作

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A$$

或记作

当$x\to x_0$时，$f(x)\to A$

(3) 函数极限的四则运算

如果$\lim_{x\to x_0} f(x) = A$，$\lim_{x\to x_0} g(x) = B$，那么

$$\lim_{x\to x_0}[f(x)\pm g(x)] = \lim_{x\to x_0} f(x) \pm \lim_{x\to x_0} g(x) = A \pm B$$

$$\lim_{x\to x_0}[f(x)\cdot g(x)] = \lim_{x\to x_0} f(x)\cdot\lim_{x\to x_0} g(x) = A\cdot B$$

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim\limits_{x\to x_0} f(x)}{\lim\limits_{x\to x_0} g(x)} = \frac{A}{B} \quad (B\neq 0)$$

(4) 极限存在定理

如果$f(x)$，$g(x)$和$h(x)$在点$x_0$的附近有定义且满足：

①$g(x)\leqslant f(x)\leqslant h(x)$

②$\lim_{x\to x_0} g(x) = A$，$\lim_{x\to x_0} h(x) = A$ （$A$是常数）

则有

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = A$$

(5) 两个重要极限

① $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$

② $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{1}{x})^{x}=e$

或 $\lim\limits_{y\to 0}(1+y)^{\frac{1}{y}}=e$

**3.连续函数**

(1) 定义

如果函数$f(x)$在点$x_0$及其附近有定义，而且

$$\lim_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$$

就说函数$f(x)$在点$x_0$处连续。

(2) 运算法则

如果函数$f(x)$与$g(x)$在点$x_0$处连续，那么$f(x)+g(x)$，$f(x)-g(x)$，$f(x)\cdot g(x)$，$\dfrac{f(x)}{g(x)}$ $[g(x_0)\neq 0]$都在点$x_0$处连续。

(3) 连续函数的定理

①幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数等基本初等函数，在其定义域内的每一点都是连续的；

②设$x_0$是函数$y=f(x)$定义域内的一点，则函数$y=f(x)$在$x_0$处连续的充要条件是

$$\lim_{\Delta x\to 0}\Delta y=0$$

其中$\Delta x=x-x_0$，$\Delta y=f(x)-f(x_0)$

## 二、导数和微分

**1.导数**

(1) 导数的定义

如果函数 $y=f(x)$在 $x=x_0$ 时的改变量$\Delta y$与自变量的改变量$\Delta x$的

比(称为函数的平均变化率)

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

当$\Delta x\to 0$时有极限，就说$f(x)$在点$x_0$处可导，称这极限为函数$f(x)$在点$x_0$处的导数，记作$f'(x_0)$或$y'|_{x=x_0}$，即

$$f'(x_0)=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

(2) 导函数的定义

如果函数$y=f(x)$在开区间$(a, b)$内每一点$x$处都可导，则称此函数在开区间$(a, b)$内可导。如果$y=f(x)$在开区间$(a, b)$内可导，则称函数$f'(x)$为$f(x)$的导函数，简称为$f(x)$的导数，记为

$$f'(x)=y'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$$

(3) 高阶导数

因函数$y=f(x)$的导数$f'(x)$仍旧是$x$的函数，如果$f'(x)$是可导的，那么它的导数$[f'(x)]'$叫做$f(x)$的二阶导数，记作$f''(x)$或$y''$或$\frac{d^2y}{dx^2}$。$f(x)$的二阶导数的导数叫做$f(x)$的三阶导数，记作$f'''(x)$或$y'''$或$\frac{d^3y}{dx^3}$。一般地，$f(x)$的$n-1$阶导数的导数叫做$f(x)$的$n$阶导数，记作$f^{(n)}(x)$或$\frac{d^ny}{dx^n}$($n$是大于1的整数)。

(4) 求导数的一般方法

①求改变量 $\Delta y=f(x+\Delta x)-f(x)$

②算出比值 $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$

③取极限，得导数$y'=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$(求极限过程中把$x$看作常量)。

(5) 导数的几何意义

函数$y=f(x)$在点$x_0$处的导数$f'(x_0)$的几何意义，就是曲线$y=f(x)$在点$x_0$处的切线斜率。

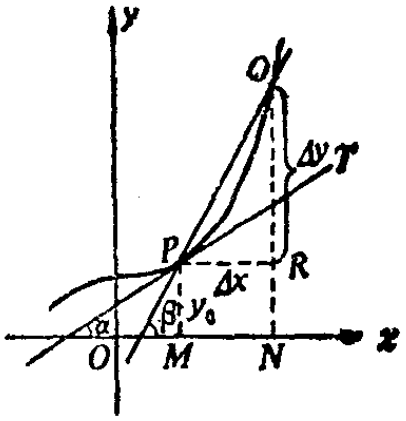


图1-45

(6) 可导与连续的关系

如果函数$f(x)$在$x_0$处可导，那么$f(x)$在点$x_0$处一定连续。逆命题不成立。

(7) 运算法则

法则 1 $(u\pm v)'=u'\pm v'$

$(u_1\pm u_2\pm\cdots\pm u_n)'=u_1'\pm u_2'\pm\cdots\pm u_n'$

法则 2 $(uv)'=u'v+uv'$

法则 3 $(Cu)'=Cu'$ ($C$为常数)

法则 4 $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$ $(v\neq 0)$

(8) 复合函数求导法则

如果$u=u(x)$在点$x$处可导，且在点$x$处的值为$u$，又$y=y(u)$在点$u$处可导，那么在点$x$处有

$$y_x'=y_u'\cdot u_x'$$

这个法则可以推广到两个以上的中间变量。

(9) 反函数求导法则

如果$x=\varphi(y)$是$y=f(x)$的反函数，在点$x$处有$f'(x)\neq 0$，$\varphi(y)$在点$y$处连续，那么

$$\varphi'(y)=\frac{1}{f'(x)}$$

(10) 隐函数求导法则

如果变量$x$，$y$之间的函数关系由某一个方程

$$F(x,\ y)=0$$

所确定，这种函数叫做隐函数。隐函数的导数$y'=y'(x)$可由以下的方程求得：

$$\frac{d}{dx}[F(x,\ y)]=0$$

方法是：把$F(x,\ y)$当作变量$x$的复合函数，应用复合函数的求导法则。

**2.微分**

(1) 定义

如果函数$y=f(x)$在点$x$处可导，则$y=f(x)$在点$x$处的导数$f'(x)$与自变量的改变量$\Delta x$的积，叫做函数$y=f(x)$在点$x$处的微分，简称函数$y$的微分，记作$dy$，即

$$dy=f'(x)\cdot\Delta x$$

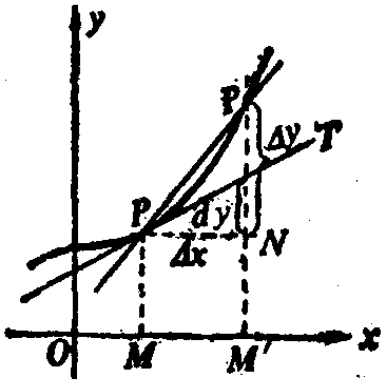



图1-47

通常把自变量的改变量$\Delta x$记作$dx$，即$dx=\Delta x$，称为自变量的微分。于是函数$y=f(x)$的微分也可写成

$$dy=f'(x)dx$$

(2) 几何意义

$dy$是曲线$y=f(x)$在点$P$处的切线的纵坐标的改变量。

(3) 微分法则

法则1 $d(u\pm v)=du\pm dv$

法则2 $d(uv)=udv+vdu$

$$d(Cu)=Cdu\quad(C\text{是常数})$$

法则3 $d\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{vdu-udv}{v^2}\quad(v\neq 0)$

**3.导数及微分基本公式**

(1) $(c)'=0$　　$d(c)=0$

(2) $(x^n)'=nx^{n-1}$　　$d(x^n)=nx^{n-1}dx$

(3) $(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$　　$d(\log_a x)=\frac{dx}{x\ln a}$

$$=\frac{\log_a e}{x}\qquad=\frac{\log_a e}{x}dx$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \qquad d(\ln x) = \frac{dx}{x}$$

(4) $(a^x)' = a^x \ln a$ $\qquad d(a^x) = a^x \ln a dx$

$(e^x)' = e^x$ $\qquad d(e^x) = e^x dx$

(5) $(\sin x)' = \cos x$ $\qquad d(\sin x) = \cos x dx$

(6) $(\cos x)' = -\sin x$ $\qquad d(\cos x) = -\sin x dx$

(7) $(\mathrm{tg}x)' = \sec^2 x$ $\qquad d(\mathrm{tg}x) = \sec^2 x dx$

(8) $(\mathrm{ctg}x)' = -\csc^2 x$ $\qquad d(\mathrm{ctg}x) = -\csc^2 x dx$

(9) $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad d(\arcsin x) = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

(10) $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ $\qquad d(\arccos x) = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

(11) $(\mathrm{arctg}x)' = \frac{1}{1+x^2}$ $\qquad d(\mathrm{arctg}x) = \frac{dx}{1+x^2}$

(12) $(\mathrm{arcctg}x)' = -\frac{1}{1+x^2}$ $\qquad d(\mathrm{arc\,ctg}x) = -\frac{dx}{1+x^2}$

**4.导数和微分的应用**

(1) 函数的增减性

①微分中值定理(拉格朗日中值定理)：如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续，在开区间 $(a, b)$ 内可导，那么在 $(a, b)$ 内至少有一点 $\xi$，使得

$$f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

②函数增减性的判定：设函数 $f(x)$ 在区间 $(a, b)$ 内可导，如果在 $(a, b)$ 内 $f'(x) > 0$，那么 $f(x)$ 在 $(a, b)$ 内是增函数；如果在 $(a, b)$ 内 $f'(x) < 0$，那么 $f(x)$ 在 $(a, b)$ 内是减函数；如果在 $(a, b)$ 内恒有 $f'(x = 0$，那么 $f(x)$ 在 $(a, b)$ 内是常数。

(2) 函数的极值

① 定义：如果函数$y=f(x)$在点$x_0$的附近有定义，并且$f(x_0)$的值比在$x_0$附近所有各点的函数值都大(或都小)，就说$f(x_0)$是函数$f(x)$的一个极大值(或极小值)，记作$y_{极大}=f(x_0)$(或$y_{极小}=f(x_0)$)，并把点$x_0$称为函数$f(x)$的一个极大点(或极小点)。极大值与极小值统称为极值，极大点与极小点统称为极值点。

②求可导函数的极值的方法

i)求导数$f'(x)$；

ii)求$f(x)$在定义域内的驻点(方程$f'(x)=0$的根称为函数$f(x)$的驻点)；

iii)检查$f'(x)$在驻点左右的值的符号，如果左正右负，那么$f(x)$在这个驻点取得极大值；如果左负右正，那么$f(x)$在这个驻点取得极小值；如果左右同号，那么$f(x)$在这个驻点的函数值不是极值。

③求可导函数的最大值与最小值的方法

i)求$f(x)$在$(a,b)$内的驻点；

ii)计算$f(x)$在驻点和区间端点的函数值，并把这些值加以比较，其中最大的一个为最大值，最小的一个为最小值。

(3)近似公式

$$f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\cdot\Delta x$$

(当$|\Delta x|=|x-x_0|$很小时)

常用的近似公式(当$|h|$很小时)：

① $\sqrt[n]{1+h}\approx 1+\frac{1}{n}h$

$$\sqrt{1+h}\approx 1+\frac{1}{2}h$$

② $\frac{1}{1+h}\approx 1-h$

③ $\ln(1+h)\approx h$

④ $e^h\approx 1+h$

⑤ $\sin h\approx h$

⑥ $\operatorname{tg}h \approx h$

⑦ $\operatorname{arctg}h \approx h$

## 三、不定积分

### 1.不定积分

(1)原函数的定义

设$f(x)$是定义在区间$I$上的一个函数。如果存在函数$F(x)$，在区间$I$上任何一点$x$处都有$F'(x)=f(x)$，则称$F(x)$为函数$f(x)$在区间$I$上的一个原函数。

(2)定理

如果函数$f(x)$在区间$I$上有一个原函数$F(x)$，那么函数$f(x)$在区间$I$上就有无限多个原函数，这些原函数都可以表示成$F(x)+C$的形式，其中$C$为任意常数。

(3)不定积分的定义

设$F(x)$是函数$f(x)$的一个原函数，则函数$f(x)$的所有原函数$F(x)+C$（$C$为任意常数）叫做函数$f(x)$的不定积分，记作$\int f(x)dx$，即

$$\int f(x)dx = F(x)+C$$

其中$\int$叫做积分号，$f(x)$叫做被积函数，$x$叫做积分变量，$f(x)dx$叫做被积式，$C$叫做积分常数。求已知函数的原函数的过程叫做对函数进行积分。

### 2.不定积分的性质

性质1 $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$

性质2 $\int F'(x)dx = F(x)+C$

**3.运算法则**

法则 1 $\int k\cdot f(x)dx=k\int f(x)dx$ （$k$为不等于零的常数）

法则 2 $\int[f(x)\pm g(x)]dx=\int f(x)dx\pm\int g(x)dx$

$$\int[f_1(x)\pm f_2(x)\pm\cdots\pm f_n(x)]dx=\int f_1(x)dx\pm\int f_2(x)dx\pm\cdots\pm\int f_n(x)dx$$

**4.几何意义**

$\int f(x)dx$的几何意义是表示一族积分曲线(原函数的图象)，它的方程为

$$y=F(x)+C$$

其中$C$为任意常数。

**5.基本积分公式**

(1) $\int 0dx=C$

(2) $\int 1dx=x+C$

(3) $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C\quad(n\neq -1)$

(4) $\int\frac{1}{x}dx=\ln|x|+C$

(5) $\int e^x dx=e^x+C$

(6) $\int a^x dx=\frac{1}{\ln a}a^x+C$

(7) $\int \sin x dx = -\cos x + C$

(8) $\int \cos x dx = \sin x + C$

(9) $\int \operatorname{tg} x dx = -\ln|\cos x| + C$

(10) $\int \operatorname{ctg} x dx = \ln|\sin x| + C$

(11) $\int \sec^2 x dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$

(12) $\int \csc^2 x dx = \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{ctg} x + C$

(13) $\int \sec x dx = \int \frac{1}{\cos x} dx = \ln|\sec x + \operatorname{tg} x| + C$

$$= \ln\left|\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right| + C$$

(14) $\int \csc x dx = \int \frac{1}{\sin x} dx = \ln|\csc x - \operatorname{ctg} x| + C = \ln\left|\operatorname{tg}\frac{x}{2}\right| + C$

(15) $\int \sec x \operatorname{tg} x dx = \sec x + C$

(16) $\int \csc x \operatorname{ctg} x dx = -\csc x + C$

(17) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin\frac{x}{a} + C$ 或 $-\arccos\frac{x}{a} + C$

(18) $\int \frac{1}{1 + x^2} dx = \operatorname{arctg} x + C$

(19) $\int \frac{1}{a^2+x^2}dx=\frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}+C$

(20) $\int \frac{1}{(x+a)(x+b)}dx=\frac{1}{b-a}\ln\left|\frac{x+a}{x+b}\right|+C$

**6.积分方法**

(1) 直接积分法

直接运用不定积分的两个运算法则与基本积分公式求出结果，这种方法叫做直接积分法.

(2) 换元积分法

所求的不定积分可以先化成如下形式

$$\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx$$

作变量替换$u=\varphi(x)$，于是

$$\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx=\int f(u)du$$

如果$\int f(u)du$可用基本积分公式求得，即

$$\int f(u)du=F(u)+C$$

用关系式$u=\varphi(x)$将变量$u$换回原来的变量$x$，那么所求的不定积分就是

$$\int f(x)dx=F[\varphi(x)]+C$$

这种求不定积分的方法叫做换元积分法.

(3) 分部积分法

在求不定积分$\int udv$比较困难而求$\int vdu$比较容易时，可以利用分部积分公式

$$\int udv = uv - \int vdu$$

将求$\int udv$形式的不定积分转化为求$\int vdu$形式的不定积分。这种求不定积分的方法叫做分部积分法。

## 四、定 积 分

**1.定积分**

设函数$f(x)$在区间$[a, b]$上连续，用分点

$$a = x_1 < x_2 < \cdots < x_i < x_{i+1} < \cdots < x_n < x_{n+1} = b$$

把区间$[a, b]$等分成$n$个小区间，在每个小区间$[x_i, x_{i+1}]$上取一点$\xi_i$ $(i = 1, 2, \cdots n)$，作和式

$I_n = \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x$ （其中$\Delta x$为小区间长度）则$n \to \infty$时$I_n$的极限叫做函数$f(x)$在区间$[a, b]$上的定积分，记作$\int_a^b f(x)dx$，即

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i)\Delta x$$

这里$a$与$b$分别叫做积分下限与积分上限，区间$[a, b]$叫做积分区间，函数$f(x)$叫做被积函数，$f(x)dx$叫做被积式，$x$叫做积分变量。

**2.定积分的性质**

(1) $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$ （$k$为常数）

(2) $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

(3) $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$ （其中$a < c < b$）

(4) $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

(5) $\int_a^a f(x)dx = 0$

**3.微积分基本公式**(牛顿-莱布尼茨公式)

设$f(x)$是区间$[a, b]$上的连续函数，$F(x)$是函数$f(x)$在区间$[a,b]$上的任一原函数，即$F'(x)=f(x)$，则

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

**4.定积分的应用**

(1) 曲线的弧长

①曲线$y=f(x)$在$[a, b]$上的弧长为

$$l = \int_a^b \sqrt{1+y'^2}dx$$

②曲线

$$\begin{cases} x=\varphi(t) \\ y=\psi(t) \end{cases}$$

在$[t_1, t_2]$上的弧长为

$$l = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{x'^2+y'^2}dt$$

③曲线$\rho=f(\theta)$在$[\theta_1, \theta_2]$上的弧长为$l = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{\rho^2+\rho'^2}d\theta$

(2) 平面图形的面积

①由曲线$y=f(x)$，直线$x=a$，$x=b$ $(a<b)$及$y=0$所围成的曲边梯形的面积为

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

其中$f(x)\geqslant 0$，如图1-48。

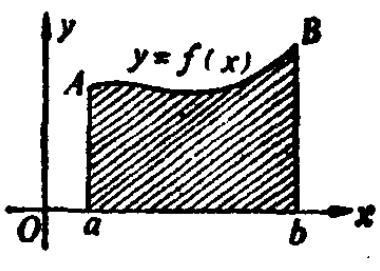


图1-48

②如果图形由曲线$y_1=f_1(x)$，$y_2=f_2(x)$ (设$f_1(x)\geqslant f_2(x)\geqslant 0$)及直线$x=a$，$x=b$ $(a<b)$围成(如图1-49)，那么所求面积为

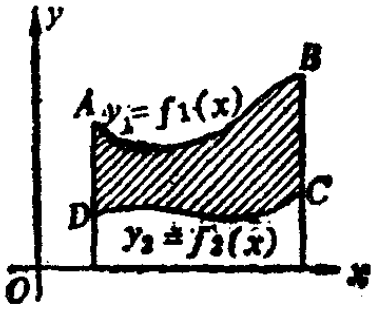



图1-49

$$S=\int_a^b f_1(x)dx-\int_a^b f_2(x)dx$$

(3) 旋转体的体积

设旋转体是曲线$y=f(x)$，直线$x=a, x=b$以及$x$轴所围成的曲边梯形$AabB$绕$x$轴旋转一周而成的（如图1-50），那么旋转体的体积为

$$V=\pi\int_a^b[f(x)]^2dx$$

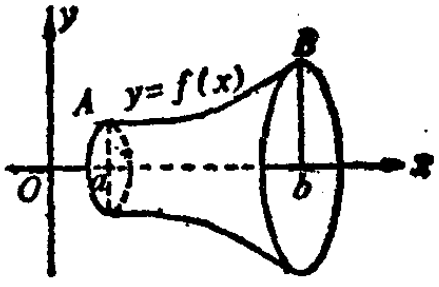



图1-50

(4) 旋转体的侧面积

设旋转体是由曲线$y=f(x)$，直线$x=a$，$x=b$以及$x$轴所围的曲边梯形$AabB$绕$x$轴旋转一周而成的(如上图)，那么旋转体的侧面积公式为

$$S_{侧}=2\pi\int_a^b f(x)\sqrt{1+[f'(x)]^2}\,dx$$

# 物　　理

# 目　录


力学……(165)

一、基本物理量的单位及其测量……(165)

二、力……(167)

1.力的概念(167)　2.重力和压力(167)　3.弹力(170)

4.摩擦力(171)　5.力的合成和分解(171)

三、直线运动……(172)

1.机械运动(172)　2.位置、路程、位移(173)　3.速度、平均速度、即时速度、加速度(173)　4.几种常见的直线运动(177)

四、运动定律……(178)

1.牛顿第一运动定律(178)　2.牛顿第二运动定律(178)

3.牛顿第三运动定律(180)　4.牛顿力学的适用范围(180)

五、曲线运动……(180)

1.曲线运动(180)　2.速度的合成和分解(180)　3.抛体运动(181)　4.匀速圆周运动(181)

六、万有引力定律……(183)

1.行星运动定律(183)　2.万有引力定律(183)　3.地球上物体重量的变化(184)　4.三个宇宙速度(184)

七、物体的平衡……(188)

1.平动(188)　2.转动(188)　3.物体的平衡(188)

八、功和功率　机械能……(189)

1.功(189)　2.功率(190)　3.动能、动能定理(192)

4.势能(192)　5.机械能守恒定律(193)　6.功和能(193)

九、动量……(194)

1.冲量和动量　动量定理(194)　2.动量守恒定律(194)

3.碰撞(195)

十、振动和波……(195)
1.机械振动(195) 2.简谐振动(195) 3.几种振动(197)
4.共振(198) 5.机械波(198) 6.声波(199)
十一、流体力学……(202)
1.液体的压强(202) 2.浮力(202) 3.大气的压强(203)
分子物理学和热学……(204)
一、分子运动论……(204)
1.分子运动论的基本内容(204) 2.物质的三态和分子结构(204)
二、能的转化和守恒定律……(205)
1.物体的内能(205) 2.热功当量(205) 3.能的转化和守恒定律(205)
三、温度和热量……(206)
1.温度(206) 2.热量(206) 3.燃烧值(206) 4.比热(207) 5.热量的计算公式(207) 6.热胀冷缩(207)
7.热平衡方程(209)
四、物态变化……(210)
1.熔解和凝固(210) 2.汽化和液化(210) 3.升华和凝华(211) 4.饱和汽和未饱和汽(213) 5.湿度(214)
五、热机……(216)
1.热机(216) 2.热机的效率(216)
六、气体……(218)
1.理想气体(218) 2.气体的三个状态参量(218) 3.气体三定律和理想气体的状态方程(218)
电磁学……(220)
一、电场……(220)
1.电荷(220) 2.物体的带电现象(220) 3.静电屏蔽(221) 4.导体和绝缘体(221) 5.电荷守恒定律(221) 6.电量、基本电荷(222) 7.电介质(222)
8.库仑定律(223) 9.电场、电场强度(223) 10.电力

线(225) 11.电势(225) 12.处于静电平衡状态的导体(228) 13.带电粒子在匀强电场中的运动(228) 14.电容、电容器(229)
二、稳恒电流……(230)
1.电流强度(230) 2.电阻、电阻定律(231) 3.电流强度、电压和电阻的测量(234) 4.欧姆定律(235) 5.电功、电功率(236) 6.串联电路和并联电路(238)
三、物质的导电性……(241)
1.电流(241) 2.液体中的电流、法拉第电解定律(241) 3.气体中的电流(242) 4.真空中的电流(244) 5.半导体(245) 6.超导体(248)
四、磁场……(248)
1.磁性、磁体(248) 2.磁极、磁极间的相互作用(248) 3.磁化(248) 4.磁场(249) 5.磁力线(249) 6.磁感应强度、磁通量(249) 7.地磁场(250) 8.电流的磁场(252) 9.运动电荷的磁场(253) 10.磁场对电流或运动电荷的作用力、磁矩(253) 11.磁场力的应用(254)
五、电磁感应……(256)
1.电磁感应(256) 2.感生电动势和感生电流的产生条件(256) 3.楞次定律(257) 4.法拉第电磁感应定律(258) 5.自感现象(259)
六、交流电……(259)
1.交流电的产生和变化规律(259) 2.表征交流电的一些物理量(259) 3.交流电的图象(262) 4.交流电路(262) 5.变压器(264) 6.交流电的功率(265)
七、电磁振荡和电磁波……(266)
1.电磁振荡(266) 2.电磁场和电磁波(267) 3.电磁波的发射和接收(269)

光 学……(271)

一、几何光学……(271)

1.光的传播(271) 2.光的反射和折射(273) 3.光学器件及其成像(275) 4.常用光学仪器(280)
二、物理光学……(283)
1.光的波动性(283) 2.光的量子性(288) 3.光的本性(289)
原子物理学……(290)
一、原子结构……(290)
1.原子的结构(290) 2.原子的量子理论简介(290) 3.氢原子的光谱(291) 4.激光(292)
二、原子核的变化和基本粒子……(293)
1.放射性元素(293) 2.原子核的衰变(293) 3.原子核的人工转变(293) 4.原子核的裂变(293) 5.原子核的聚变(294) 6.原子核的结合能(294) 7.基本粒子(294)
附录一、量纲……(296)
附录二、常用物理量的国际单位制单位……(301)
1.国际单位制(SI)基本单位(301) 2.国际单位制(SI)辅助单位(302) 3.具有专门名称的国际单位制(SI)导出单位(302) 4.常用力学量的国际单位制(SI)导出单位(303) 5.常用热学量的国际单位制(SI)导出单位(305) 6.常用电磁学量的国际单位制(SI)导出单位(306)
附录三、重要的物理常数……(308)

# 力　学

## 一、基本物理量的单位及其测量

**在力学中，一般选定长度、质量和时间三个物理量作为基本量，并且以它们的单位作为基本单位来制定各种单位制。**

**国际单位制的三个基本单位**

| 物 理 量 | 基本单位 | 常用单位的换算 | 常用测量工具 |
|---|---|---|---|
| 长度($l$) | 米 | 1千米(公里)＝1000米<br>1米＝10分米<br>1分米＝10厘米<br>1厘米＝10毫米<br>1毫米＝1000微米 | 刻度尺<br>游标卡尺<br>螺旋测微计<br>卡钳 |
| 质量($m$) | 千克<br>(公斤) | 1吨＝1000千克<br>1千克＝1000克<br>1克＝1000毫克 | 天平、杆秤<br>托盘秤<br>磅秤 |
| 时间($t$) | 秒 | 1日＝24小时<br>1小时＝60分<br>1分＝60秒 | 钟、表<br>秒表 |

有关长度的一些数据

| | |
|---|---|
| 织女星与地球的距离 | 约26光年① |
| 地球的赤道半径 | 6378.140±0.005千米 |
| 地球的子午线周长 | 40008.548千米 |
| 地球的赤道周长 | 40075.704千米 |
| 地壳的厚度 | $35.4\times10^{4}$米 |
| 地球公转的轨道长度 | $9.3912\times10^{8}$千米 |
| 我国铁道标准轨距 | 1.435米 |
| 南京长江大桥铁路桥长度 | 6700米 |
| 南京长江大桥公路桥长度 | 4500米 |
| 长城全长 | 2300千米 |
| 长江全长 | 6300千米 |
| 意大利比萨斜塔(1174年建造)高度 | 54.5米 |
| 天安门人民英雄纪念碑高度 | 14.7米 |
| 珠穆朗玛峰高度 | 8848米 |
| 世界最深处(太平洋的马里亚纳海沟低于海平面) | 11022米 |
| 人的头发的直径 | 约$70\times10^{-6}$米 |
| 生产化学纤维的喷丝头小孔的直径 | $60\times10^{-6}$米 |
| 原子的直径 | $10^{-10}$米 |
| 电子的直径 | $3.8\times10^{-15}$米 |

①天文学上常用光年(即光在真空中一年内所经过的距离)作为长度的单位.若光在真空中的速度近似取作$c=3\times10^{5}$千米/秒，则1光年$=9.46\times10^{15}$米.

有关质量的一些数据

| | |
|---|---|
| 已经知道的宇宙质量 | 约$10^{50}$千克 |
| 银河系的质量 | 约$10^{41}$千克 |
| 水分子的质量 | $2.8\times10^{-26}$千克 |
| 氧原子的质量 | $2.567\times10^{-26}$千克 |
| 质子的质量 | $1.62\times10^{-27}$千克 |
| 电子的质量 | $9.108\times10^{-31}$千克 |

有关时间的一些数据

| | |
|---|---|
| 光从太阳传播到地球所需的时间 | $4.99\times10^{2}$秒 |
| 光从月亮传播到地球所需的时间 | 1.27秒 |
| 人的两次心跳的间隔时间 | 1秒 |
| 电风扇的叶片旋转一周所需的时间 | $10^{-2}$秒 |
| 闪电一次持续时间 | $10^{-4}$秒 |
| 大部分基本粒子的寿命 | $10^{-22}\sim10^{-21}$秒 |

## 二、力

### 1.力的概念

(1) 力的概念

力是物体对物体的作用，是使物体产生加速度的原因。

在物理学中，既要由大小又要由方向才能完全确定的物理量叫做矢量，只有大小没有方向的物理量叫做标量。力既有大小又有方向，是一个矢量。

(2) 力的单位

力的国际单位制单位是牛顿，在日常生活和生产中的常用单位是千克力。

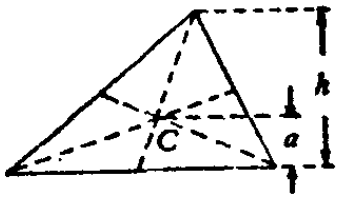
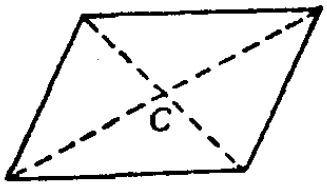
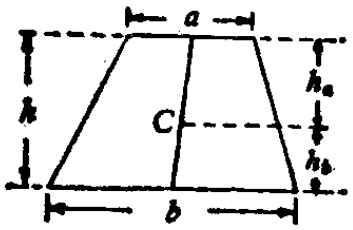
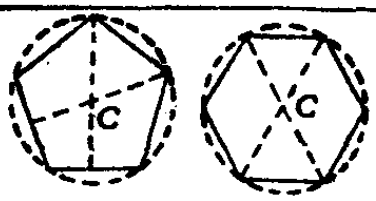
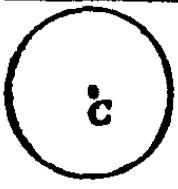
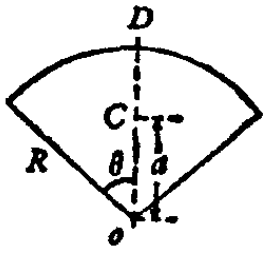
1千克力 = 9.8牛顿

### 2.重力和压力

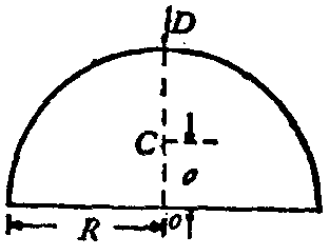
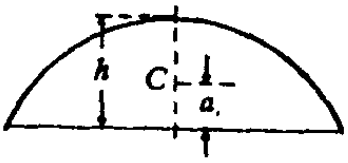
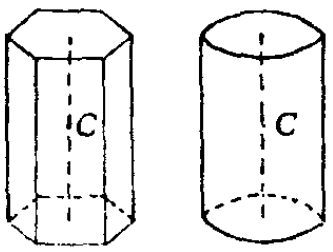
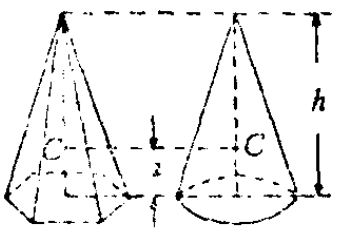
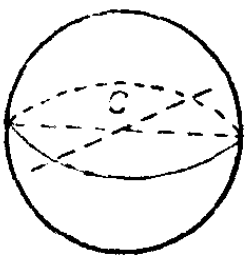
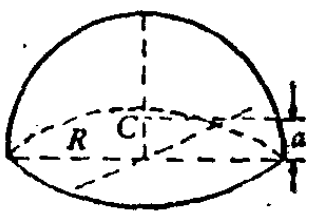
(1) 重力(重量)和重心

地球对物体的吸引力叫做重力。重力的方向总是竖直向下的。组成物体的微粒所受重力的合力的作用点叫做物体的重心。

## 一些匀质几何形体重心的位置

| 名称 | 图　形 | 重　心 |
|---|---|---|
| 线段 | | 线段的中点 |
| 三角形 |  | 三条中线的交点<br>$a=\frac{1}{3}h$ |
| 平行四边形（包括矩形、菱形和正方形） |  | 两条对角线的交点 |
| 梯形 |  | 在上底和下底中点的连线上，到上底的距离<br>$h_a=\frac{h(a+2b)}{3(a+b)}$<br>到下底的距离<br>$h_b=\frac{h(2a+b)}{3(a+b)}$ |
| 正多边形 |  | 外接圆的圆心 |
| 圆 |  | 圆心 |
| 扇形 |  | 在对称轴$OD$上，与圆心$O$的距离<br>$a=\frac{2R\sin\theta}{3\theta}$<br>（$\theta$用弧度作单位） |

（续上表）

| 名称 | 图　形 | 重　心 |
| --- | --- | --- |
| 半圆 |  | 在对称轴$OD$上，与圆心$O$的距离<br>$a=\frac{4R}{3\pi}\approx 0.424R$ |
| 弓形 |  | 在对称轴上，与底边的距离<br>$a=\frac{2}{5}h$ |
| 正棱柱<br>圆柱体 |  | 上底面和下底面的几何中心的连线的中点 |
| 正棱锥<br>圆锥体 |  | 在底面几何中心和顶点的连线上，与底面的距离<br>$a=\frac{1}{4}h$ |
| 球体 |  | 球心 |
| 半球体 |  | 在对称轴上，到球心的距离<br>$a=\frac{3}{8}R$ |

(2)压力和压强

垂直作用在物体表面上的力叫做压力($F$)。物体表面上单位面积所受到的压力叫做压强($p$)，即

$$p=\frac{F}{S}$$

压强的国际单位制单位是帕斯卡。

1帕斯卡 = 1牛顿/米$^2$

常用的压强单位还有千克力/米$^2$和千克力/厘米$^2$。

1千克力/米$^2$ = 9.8帕斯卡

1千克力/厘米$^2$ = $9.8\times10^4$帕斯卡

有关压强的一些数据(单位：帕斯卡)

| | |
|---|---|
| 太阳中心的压强 | $10^{16}$ |
| 地球中心的压强 | $>3.64\times10^{11}$ |
| 汽水瓶内的压强 | $>10^6$ |
| 载重汽车轮胎内的压强 | $<10^6$ |
| 日光灯管中汞蒸气的压强 | 0.533～1.333 |
| 高空处的压强： | |
| 离地面2100千米处 | $10^{-9}$ |
| 离地面800千米处 | $10^{-7}$ |
| 离地面20千米处 | 5332 |
| 离地面10千米处 | $2.6\times10^4$ |
| 人的心脏收缩时的压强 | >101325 |
| 原子弹爆炸产生的压强 | $10^{14}$ |

**3.弹力**

(1)弹力

当物体发生弹性形变时，它对使它发生形变的物体产生力的作用，这种力叫做弹力。弹力的方向总是与作用在物体上使物体发生形变的外力方向相反。

(2)胡克定律

在弹性限度内，弹簧的弹力$f$和弹簧伸长(或缩短)的长度$x$成正比，

即

$$f = -kx$$

式中，$k$叫做弹簧的倔强系数，负号表示弹力的方向和弹簧的伸长（或压缩）的方向相反。

**4.摩擦力**

(1)静摩擦力

两个相互接触的物体，在外力作用下，有相对运动的趋势而又保持相对静止时，接触面之间产生的摩擦力叫做静摩擦力。静摩擦力所能达到的最大值叫做最大静摩擦力($f_m$)，它的大小与两物体间的正压力($N$)的大小成正比，即

$$f_m = \mu_0 N$$

(2)滑动摩擦力

当一个物体在另一个物体表面上做相对滑动时，受到另一个物体阻碍它运动的力，叫做滑动摩擦力($f$)。滑动摩擦力的大小跟两物体间的正压力($N$)的大小成正比，即

$$f = \mu N$$

几种材料间的滑动摩擦系数①

| 材　料 | 滑动摩擦系数 | 材　料 | 滑动摩擦系数 |
|---|---|---|---|
| 钢-钢 | 0.25 | 钢-铸铁 | 0.18 |
| 木-木 | 0.30 | 软钢-青铜 | 0.18 |
| 木-金属 | 0.20 | 软钢-铸铁 | 0.18 |
| 皮革-铸铁 | 0.28 | 木材-皮带 | 0.4 |
| 钢-冰 | 0.02 | 橡皮轮胎-路面(干) | 0.71 |
| 木头-冰 | 0.03 | | |

①对同样的两种材料来说，滑动摩擦系数$\mu$比静摩擦系数$\mu_0$稍小一些，但在一般计算中，通常认为它们是相等的。

**5.力的合成和分解**

求几个已知力的合力叫做力的合成，求一个已知力的分力叫做力的分解。

(1)力的合成和分解的矢量式

$$F = F_1 + F_2$$

(2)力的平行四边形法则

求两个互成角度的共点力的合力，可以用表示这两个力的有向线段为邻边，作平行四边形，它的对角线就表示合力的大小和方向。这叫做力的平行四边形法则。如图2-1，F表示$F_1$和$F_2$的合力。力的分解是力的合成的逆运算，同样遵守平行四边形法则。例如，在图2-1中，$F_1$和$F_2$是F的分力。

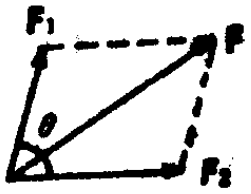



图2-1

(3)力的平行四边形法则的几个特殊情况，如图2-2所示。

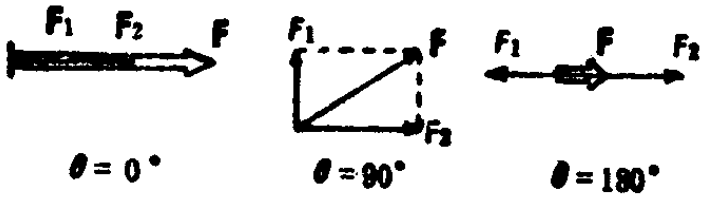



图2-2

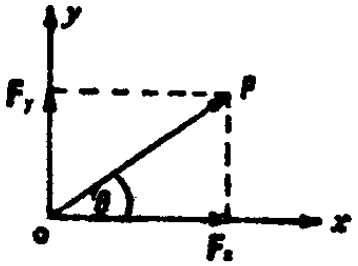



图2-3

**6.力的正交分解法**

把力沿两个互相垂直的方向分解，叫做力的正交分解法，如图2-3所示。

把一个力正交分解后，分力和合力之间的关系是

$$F_x = F\cos\theta \qquad F_y = F\sin\theta$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

## 三、直线运动

**1.机械运动**

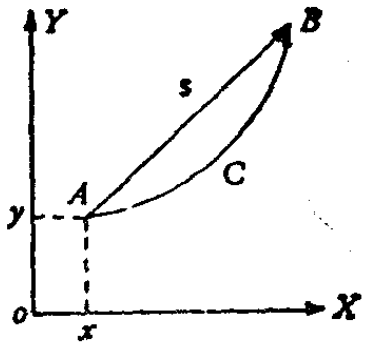
机械运动　一个物体相对于别的物体的位置发生变化，就称这个物体在做机械运动。

质点　用来代替物体的点叫做质点。它是没有大小和形状的几何点，但具有整个物体的质量。

相对运动　一个物体相对一些假定为不动的物体的位置发生变化叫做相对运动。

**参照物** 在研究机械运动的时候，事先假定为不动的物体叫做参照物。

**2.位置、路程、位移**

| 物　理　量 | 数学表示法 | 图　示　法 |
|---|---|---|
| 位置：质点的位置由它的位置坐标确定 | $A(x, y)$ |  |
| 路程：路程是质点运动轨迹的长度，它是标量 | $ACB$ | |
| 位移：位移是表示质点的位置改变的物理量，它是矢量。该矢量的长度等于从初位置到末位置的直线长度，其方向由初位置指向末位置 | $\overrightarrow{AB}$(或s) | |



**3.速度、平均速度、即时速度、加速度**

| 物　理　量 | 定　　义 | SI单位 |
|---|---|---|
| 速度(v) | 在匀速直线运动中，位移跟时间的比值，叫做匀速直线运动的速度 $v=\frac{s}{t}$ | 米/秒 |
| 平均速度($\bar{v}$) | 在变速直线运动中，一段位移的大小和发生这段位移所用的时间的比值，叫做运动物体在这段时间内的平均速度 $\bar{v}=\frac{s}{t}$ | |
| 即时速度(v) | 运动物体在某一时刻(或某一位置)的速度，叫做即时速度 $v=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}$ | |

（续上表）

| 物　理　量 | 定　　义 | SI单位 |
| --- | --- | --- |
| 加速度(a) | 在变速直线运动中，速度的改变跟发生这个改变所用的时间的比值，叫做变速直线运动的加速度 | |
| | $a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ | 米/秒$^2$ |
| 重力加速度(g)（自由落体加速度） | 在同一地点，一切物体在自由落体运动中的加速度都相同，这个加速度叫做重力加速度 | |

有关速度的一些数据

| 运　动　物　体 | 速度(米/秒) | 速度(千米/小时) |
| --- | --- | --- |
| 风力 | | |
| 1级 | 0.3～1.5 | |
| 2级 | 1.6～3.3 | |
| 3级 | 3.4～5.4 | |
| 4级 | 5.5～7.9 | |
| 5级 | 8.0～10.7 | |
| 6级 | 10.8～13.8 | |
| 7级 | 13.9～17.1 | |
| 8级 | 17.2～20.7 | |
| 9级 | 20.8～24.4 | |
| 10级 | 24.5～28.4 | |
| 11级 | 28.5～32.6 | |
| 12级 | 32.7～36.9 | |
| 电梯(一般) | 1.75 | |
| 蜗牛 | $1.5\times10^{-3}$ | |
| 工农-10型手扶拖拉机（耕地时） | | 1.46～2.17 |
| 人步行 | | 4～5 |

（续上表）

| 运 动 物 体 | 速度(米/秒) | 速度(千米/小时) |
|---|---|---|
| 枪弹 | 865 | |
| 炮弹 | | |
| 普通炮弹 | 1000 | |
| 远程炮弹 | 2000 | |
| 单级火箭 | $4.5\times10^3$ | |
| 地球公转 | $3\times10^4$ | |
| 光和无线电波 | $3\times10^8$ | |
| 船艇 | | |
| 机帆船 | | 8.5～9 |
| 内河和沿海客货轮 | | 18.5 |
| 万吨级远洋轮 | | 28～56 |
| 快艇 | | 75～90 |
| 侧壁气垫船 | | 75～148 |
| 全垫升气垫船 | | 130～185 |
| 车辆 | | |
| 自行车(一般) | | 15 |
| 卡车 | | 85 |
| 小轿车 | | 160 |
| 吉普车 | | 100 |
| 电车 | | 13 |
| 摩托车 | | 100 |
| 火车 | | |
| 最快货车已达 | | 100～120 |
| 最快客车已达 | | 200 |
| 磁力悬浮列车 | | 480 |
| 气垫火车 | | 500 |
| 飞机 | | |
| 直升飞机 | | 370 |
| 一般喷气式飞机 | | 1800 |

不同纬度海平面的重力加速度

| 纬度 | 重力加速度（厘米/秒²） |
|---|---|
| 0° | 978.030 |
| 5° | 978.069 |
| 10° | 978.186 |
| 15° | 978.376 |
| 20° | 978.634 |
| 25° | 978.952 |
| 30° | 979.321 |
| 35° | 979.730 |
| 40° | 980.166 |
| 45° | 980.616 |
| 50° | 981.066 |
| 55° | 981.503 |
| 60° | 981.914 |
| 65° | 982.285 |
| 70° | 982.606 |
| 75° | 982.866 |
| 80° | 983.058 |
| 85° | 983.176 |
| 90° | 983.216 |

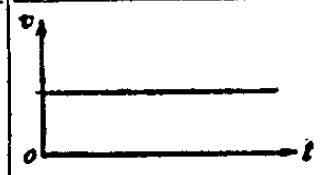
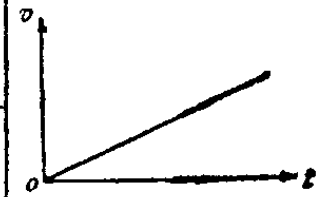
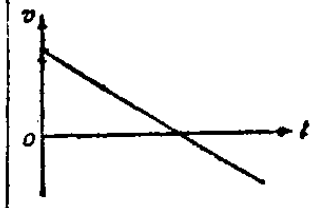
北纬20°在不同高度的重力加速度

| 海拔高度（千米） | 重力加速度（厘米/秒²） |
|---|---|
| 0 | 978.6 |
| 2 | 978.0 |
| 4 | 977.4 |
| 6 | 976.8 |
| 8 | 976.2 |
| 10 | 975.5 |
| 12 | 974.9 |
| 14 | 974.3 |
| 16 | 973.7 |
| 18 | 973.1 |
| 20 | 972.5 |

一些城市的重力加速度

| 城市 | 纬度 | 重力加速度（米/秒²） |
|---|---|---|
| 新加坡 | 1°17′ | 9.781 |
| 广州 | 23°06′ | 9.788 |
| 杭州 | 30°16′ | 9.793 |
| 武汉 | 30°33′ | 9.794 |
| 上海 | 31°12′ | 9.794 |
| 东京 | 35°43′ | 9.798 |
| 华盛顿 | 38°53′ | 9.801 |
| 北京 | 39°56′ | 9.801 |
| 纽约 | 40°40′ | 9.803 |
| 巴黎 | 48°50′ | 9.809 |
| 格林威治 | 51°29′ | 9.812 |
| 莫斯科 | 55°45′ | 9.816 |
| 列宁格勒 | 59°57′ | 9.819 |

## 4.几种常见的直线运动

| 类型 | | | 定义 | 运动特征 | 速度公式 | 位移公式 | 速度图象 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 匀速直线运动 | | | 在相等的时间间隔里位移都相等的直线运动 | $v$不变 | $v=\frac{s}{t}$ | $s=vt$ |  |
| 匀加速直线运动 | 初速度为零 | 一般 | 在相等的时间里速度的增加都相等的变速直线运动 | $a$不变<br>$v_0=0$ | $v_t=at$<br>$v_t^2=2as$ | $s=\frac{1}{2}at^2$ |  |
| | | 特殊 | 自由落体运动：在真空中的物体只在重力作用下从静止开始下落的运动 | $a=g$<br>$v_0=0$ | $v_t=gt$<br>$v_t^2=2gh$ | $h=\frac{1}{2}gt^2$ | |
| | 初速度不为零 | 一般 | 在相等的时间里速度的增加都相等的变速直线运动 | $a$不变<br>$v_0\neq 0$<br>$v_0$与$a$同向 | $v_t=v_0+at$<br>$v_t^2=v_0^2+2as$ | $s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$ | |
| | | 特殊 | 竖直下抛运动：将物体以一定的初速度沿着竖直方向向下抛出去，物体所做的运动 | $a=g$<br>$v_0\neq 0$<br>$v_0$与$g$同向 | $v_t=v_0+gt$<br>$v_t^2=v_0^2+2gh$ | $h=v_0t+\frac{1}{2}gt^2$ | |
| 匀减速直线运动 | | 一般 | 在相等的时间里速度的减少都相等的变速直线运动 | $a$不变<br>$v_0\neq 0$<br>$v_0$与$a$反向 | $v_t=v_0-at$<br>$v_t^2=v_0^2-2as$ | $s=v_0t-\frac{1}{2}at^2$ |  |
| | | 特殊 | 竖直上抛运动：将物体以一定的初速度沿着竖直方向向上抛出去，物体所做的运动 | $a=g$<br>$v_0\neq 0$<br>$v_0$与$g$反向 | $v_t=v_0-gt$<br>$v_t^2=v_0^2-2gh$ | $s=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$ | |

# 四、运 动 定 律

## 1.牛顿第一运动定律

(1) 牛顿第一运动定律(惯性定律)

一切物体在没有受到外力作用的时候，总保持匀速直线运动状态或静止状态，直到有外力迫使它改变这种状态为止。

(2) 惯性

物体保持原来的匀速直线运动状态或静止状态的性质叫做惯性。惯性是物体的固有性质。

## 2.牛顿第二运动定律

(1) 牛顿第二运动定律

物体的加速度跟所受外力的合力成正比，跟物体的质量成反比，加速度的方向跟合外力的方向相同，即

$$\Sigma F = ma$$

牛顿第二运动定律的另一种表述：作用力等于动量的变化率，即

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

(2) 质量和重量

| | 质　　量 ($m$) | 重　　量 ($G$) |
|---|---|---|
| 区别 | 表示物体所含的物质的多少，是物体惯性大小的量度 | 表示物体受到地球吸引的力的大小，是物体产生重力加速度的原因 |
| | 标量 | 矢量(方向竖直向下) |
| | 不随位置变化而变化，是个恒量 | 随纬度不同和离地面高度不同会有微小变化 |
| | 国际单位制单位：千克 | 国际单位制单位：牛顿 |
| 联系 | $G = mg$ | |

### (3) 密度

**定义：单位体积的某种物质的质量，叫做这种物质的密度。**

数学表达式：$\rho = \frac{m}{V}$

国际单位制单位：千克/米$^3$

**一些固体的密度(单位：千克/米$^3$)**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 铂 | $21.5\times10^3$ | 大理石 | $2.7\times10^3$ |
| 金 | $19.3\times10^3$ | 花岗岩 | $2.6\times10^3$ |
| 铅 | $11.3\times10^3$ | 玻璃 | $2.5\times10^3$ |
| 银 | $10.5\times10^3$ | 混凝土 | $2.2\times10^3$ |
| 铜 | $8.9\times10^3$ | 砖 | $(1.4\sim1.6)\times10^3$ |
| 钢铁 | $7.8\times10^3$ | 蜡 | $0.9\times10^3$ |
| 锌 | $7.1\times10^3$ | 冰 | $0.9\times10^3$ |
| 铸铁 | $7.0\times10^3$ | 干松木 | $0.44\times10^3$ |
| 铝 | $2.7\times10^3$ | | |

一些液体的密度(单位：千克/米$^3$)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 水银 | $13.6\times10^3$ | 柴油 | $0.85\times10^3$ |
| 硫酸 | $1.80\times10^3$ | 煤油 | $0.80\times10^3$ |
| 海水 | $1.03\times10^3$ | 酒精 | $0.80\times10^3$ |
| 纯水 | $1.00\times10^3$ | 汽油 | $0.71\times10^3$ |

一些气体的密度①(单位：千克/米$^3$)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 氯气 | 3.21 | 水蒸汽(100℃时) | 0.60 |
| 二氧化碳 | 1.98 | 氨气 | 0.18 |
| 氧气 | 1.43 | 氢气 | 0.09 |
| 空气 | 1.29 | 一氧化碳 | 1.25 |

①气体的密度是随温度和压强的变化而变化的，表中给出的是在通常的温度和压强下的数值.

### (4) 超重和失重

超重　具有向上加速度的物体对支持物的压力(或拉力)大于物体所受重力的现象。

失重　具有向下加速度的物体对支持物的压力(或拉力)小于物体所受重力的现象。

(5) 隔离法

在连结体的运动中，为了便于解题，往往把各个物体从连结体的整体中隔离出来，单独考虑它们各自的受力情况和运动情况，并分别应用牛顿第二定律列出方程，求出未知量。这种分析方法叫做隔离法。

**3.牛顿第三运动定律**

两个物体之间的作用力和反作用力总是大小相等，方向相反的。

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}'$$

**4.牛顿力学的适用范围**

牛顿力学只适用于解决宏观物体的低速运动问题。

## 五、曲 线 运 动

**1.曲线运动**

(1) 曲线运动

轨迹是曲线的运动叫做曲线运动。

(2) 物体做曲线运动的条件

当运动物体所受合外力的方向跟它的运动方向不在同一直线上时，物体就做曲线运动。

(3) 曲线运动中速度的方向

在曲线运动中，运动质点在某一点的即时速度的方向，就是通过这一点的曲线切线的方向。

**2.速度的合成和分解**

(1) 速度的合成和分解

已知分速度求合速度叫做速度的合成，已知合速度求分速度叫做速度的分解。

(2) 速度的合成和分解的矢量式

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2$$

(3) 速度的合成和分解的平行四边形法则

合运动的速度在大小和方向上可以用表示分运动的速度的线段为邻边作成的平行四边形的对角线来表示，如图2-4所示。图中，$\mathbf{v}$是$\mathbf{v}_1$和$\mathbf{v}_2$的合速度。速度的分解是速度的合成的逆运算，因此，速度的分解也同样遵守平行四边形法则。例如，图2-4中，$\mathbf{v}_1$和$\mathbf{v}_2$就是$\mathbf{v}$的分速度。

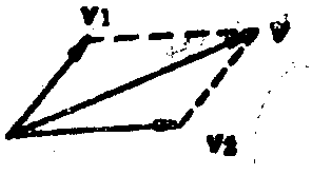
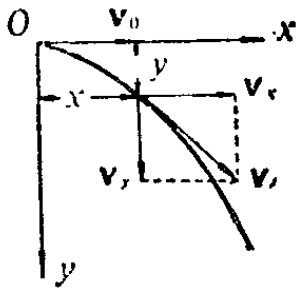
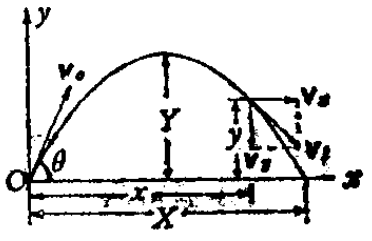


图2-4

3.抛体运动

| | 平抛运动 | 斜抛运动 |
|---|---|---|
| 图示 |  |  |
| 速度 | $v_x = v_0$<br>$v_y = gt$ | $v_x = v_0\cos\theta$<br>$v_y = v_0\sin\theta - gt$ |
| 位移 | $x = v_0 t$<br>$y = \frac{1}{2}gt^2$<br>射程 $X = v_0\sqrt{2h/g}$ | $x = v_0\cos\theta \cdot t$<br>$y = v_0\sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$<br>射程 $X = v_0^2\sin 2\theta/g$<br>射高 $Y = v_0^2\sin^2\theta/2g$ |
| 时间 | $t = x/v_0$<br>飞行时间<br>$T = \sqrt{2h/g}$ | $t = x/(v_0\cos\theta)$<br>飞行时间<br>$T = 2v_0\sin\theta/g$ |

4.匀速圆周运动

(1) 圆周运动

轨迹是一个圆周的运动叫做圆周运动。

(2) 匀速圆周运动

在相等的时间内，质点所通过的圆弧长度相等的圆周运动，叫匀速圆周运动。匀速圆周运动是一种变加速运动。

(3) 匀速圆周运动的几个基本物理量

| 物理量 | 定　　义 | 关 系 式 |
|---|---|---|
| 周期 ($T$) | 质点运动一周所用的时间 | $T=\frac{2\pi r}{v}$ |
| 角速度 ($\omega$) | 连接运动质点和圆心的半径转过的角度跟所用时间的比值 | $\omega=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$（弧度/秒）<br>$\omega=\frac{2\pi}{T}$ |
| 线速度 ($v$) | 运动质点通过的弧长跟通过这段弧长所用时间的比值 | $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}$<br>$v=r\omega$ |
| 向心加速度 ($a$) | 质点做匀速圆周运动时的加速度，它总是沿着半径指向圆心 | $a=\frac{v^2}{r}$<br>$a=r\omega^2$ |
| 向心力 ($F$) | 使作匀速圆周运动的物体产生向心加速度的力，它总是沿着半径指向圆心 | $F=m\frac{v^2}{r}$<br>$F=mr\omega^2$ |
| 转速 ($n$) | 质点在一秒钟里所完成圆周运动的周数 | $n=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$ |

(4) 离心运动

做圆周运动的物体，在速度逐渐加快，合外力不足以提供足够的向心力维持原来的圆周运动时，它将沿着一条离圆心越来越远的曲线运动。物体的这种运动，叫做离心运动。

一些物体和机械的转速(转/分①)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 电唱机　密纹 | 16、33$\frac{1}{2}$、45 | 柴油机　低速 | <250 |
| 粗纹 | 78 | 中速 | 250～1000 |
| 轮船螺旋桨 | 约180 | 高速 | >1000 |
| 三相异步电动机 | | 3马力汽油机 | |
| (同步转速) 12极 | 500 | (单缸、四冲程) | 1500 |
| 10极 | 600 | 30万千瓦双水内冷 | |
| 8极 | 750 | 发电机 | 3000 |
| 6极 | 1000 | 炮弹(从炮膛射出后) | $1.2\times10^4$ |
| 4极 | 1500 | 空气轴承 | $10^5$ |
| 2极 | 3000 | 直升飞机　旋翼 | 178 |
| 汽车轮 | | (飞行时)　尾桨 | 1042 |
| (开足马力时) | 1000 | 主轴 | 2400 |

①在实际应用中，转速常用转/分作单位。

## 六、万有引力定律

**1.行星运动定律**

(1) 开普勒第一定律

所有的行星分别在大小不同的椭圆轨道上围绕太阳运动，**太阳在这些椭圆的一个焦点上.**

(2) 开普勒第二定律

**太阳和行星的联线在相等的时间内扫过相等的面积.**

(3) 开普勒第三定律

所有行星的椭圆轨道的半长轴的三次方跟公转周期的平方的比值都**相等.** 当轨道可近似地看作一个半径为$R$的圆周时，第三定律表示为

$$\frac{R^3}{T^2}=k(\text{常数})$$

**2.万有引力定律**

**(1) 万有引力定律**

宇宙间的一切物体都是互相吸引的。两个物体间相互作用的引力大小跟它们的质量的乘积成正比，跟它们的距离的平方成反比，即

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

(2) 万有引力恒量

$G = 6.67 \times 10^{-11}$牛顿·米$^2$/千克$^2$

**3.地球上物体重量的变化**

物体重量$F_1$随纬度$\phi$的增大而增大，随高度$h$的增大而减小，如图2-5所示。

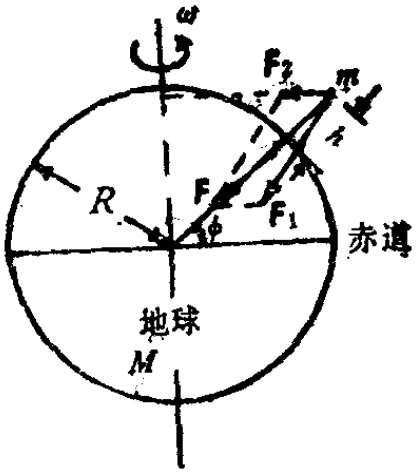


图2-5

万有引力 $F = G\frac{mM}{(R+h)^2}$

向心力 $F_2 = m\omega^2(R+h)\cos\phi$

重量$F_1 = F - F_2$

**4.三个宇宙速度**

第一宇宙速度(环绕速度) $v_1 = \sqrt{gR} = 7.9$千米/秒

第二宇宙速度(脱离速度) $v_2 = 11.2$千米/秒

第三宇宙速度(逃逸速度) $v_3 = 16.7$千米/秒

我国发射的人造地球卫星的一些数据

| 发射日期 | 重量(千克) | 轨道参数 | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 近地点(千米) | 远地点(千米) | 周期 | 倾角(度) |
| 1970.4.24. | 173 | 439 | 2384 | 114分钟 | 68.5 |
| 1971.3.3. | 221 | 266 | 1826 | 106分钟 | 69.9 |
| 1975.7.26. | | 186 | 464 | 91分钟 | 69.0 |
| 1975.11.26.① | | 173 | 483 | 91分钟 | 63.0 |
| 1975.12.16. | | | | | |
| 1976.8.30. | | | | | |

（续上表）

| 发射日期 | 重量（千克） | 轨道参数 | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 近地点（千米） | 远地点（千米） | 周期 | 倾角（度） |
| 1976.12.7.① | | | | | |
| 1978.1.26.① | | | | | |
| 1981.9.20.② | | | | | |
| 1982.9.9.① | | | | | |
| 1984.4.8.③ | | 36000 | 36000 | 24小时 | 0 |

①该卫星已按预定计划返回地面。②该卫星是空间物理探测卫星。③该卫星是通信卫星，定点于东经125度赤道上空。

各国第一颗人造地球卫星比较

| 国家 | 发射日期 | 重量（千克） | 形状 | 尺寸（米） |
|---|---|---|---|---|
| 苏联 | 1957.10.4. | 83.6 | 球体 | 直径0.58 |
| 美国 | 1958.2.1. | 8.3 | 圆柱体 | 高0.75，直径0.153 |
| 英国 | 1962.4.26. | 60 | 圆柱体 | 高0.56，直径0.58 |
| 加拿大 | 1962.9.26. | 144.7 | 扁球 | 高0.81，直径1.06 |
| 意大利 | 1964.12.15. | 115 | 两个同心球 | 直径0.66 |
| 法国 | 1965.11.26. | 41.7 | 圆柱体中段，截锥端 | 高0.53，直径0.55 |
| 澳大利亚 | 1967.11.29. | 71.7 | 锥体 | 高1.52，底径0.62 |
| 欧联① | 1968.5.17. | 80 | 圆柱体 | 高0.85，直径0.76 |
| 西德 | 1969.11.8. | 72 | 圆柱体加锥顶 | 长1.226，直径0.762 |
| 日本 | 1970.2.11. | 38 | 锥体 | 高1.00，底径0.48 |
| 中国 | 1970.4.24. | 173 | | 直径1.0 |
| 荷兰 | 1974.8.30. | 125 | | 高1.23，宽0.61 |
| 西班牙 | 1974.11.15. | 24.5 | 十二面体 | 高0.41，宽0.445 |
| 印度 | 1975.4.19. | 365 | | 高1.19，直径1.59 |
| 印度尼西亚 | 1976.7.8. | 575 | 圆柱体 | 高3.7，直径1.9 |

①欧联指欧洲宇宙开发组织。

## 有关太阳系行星的一些数据

| 行　星 | 赤道半径（千米） | 质　量（$\times 10^{24}$千克） | 密　度（克/厘米$^3$） | 自转周期 | 绕日公转周期 | 到太阳的平均距离（$\times 10^6$千米） | 重力加速度（米/秒$^2$） |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 水　星 | 2440 | 0.317 | 5.46 | 59日 | 87.969日 | 57.9 | 3.60 |
| 金　星 | 6052 | 4.871 | 5.2 | 243日（反转） | 224.701日 | 108.2 | 8.50 |
| 地　球 | 6378 | 5.976 | 5.5 | 23时56分4.09秒 | 365.256日 | 149.6 | 9.81 |
| 火　星 | 3394 | 0.640 | 3.9 | 24时37分22.6秒 | 1年322日 | 277.9 | 3.76 |
| 木　星 | 71400 | 1900 | 1.3 | 9时50分30秒 | 11年314日 | 778.3 | 25.87 |
| 土　星 | 60000 | 568.9 | 0.7 | 10时14分 | 29年167日 | 1427 | 11.07 |
| 天王星 | 25900 | 87.3 | 1.2 | 11时（反转） | 84年4日 | 2869.6 | 9.41 |
| 海王星 | 24750 | 102.8 | 1.7 | 18时12分 | 164年292日 | 4496.6 | 15.00 |
| 冥王星 | 2000 | 5.28 | 0.4 | 6日9时 | 247年255日 | 5900 | 8.00 |

有关太阳、地球和月球的一些数据

| 名　　称 | 太　阳 | 地　球 | 月　球 |
|---|---|---|---|
| 半径(千米) | $6.9599\times10^{5}$ | 赤道6378.140<br>两极6356.863<br>平均6371.03 | 1739 |
| 表面积(千米$^2$) | $6.087\times10^{12}$ | 510083042 | |
| 体积(千米$^3$) | $1.4122\times10^{18}$ | $1.08332\times10^{12}$ | $2.2\times10^{10}$ |
| 密度(克/厘米$^3$) | 1.409 | 5.517 | 3.341 |
| 质量(千克) | $1.989\times10^{30}$ | $5.976\times10^{24}$ | $7.350\times10^{22}$ |
| 自转周期 | 25日9.1时 | 23时56分4.09秒 | 27日7时43分11秒 |
| 公转周期 | | 公转一周时间(回归年)：<br>365日5时48分45.6秒(1972年) | 绕地球一周时间(恒星月)：<br>27日7时43分11秒 |
| 重力加速度(米/秒$^2$) | $2.740\times10^{2}$ | 9.806(纬度45°海平面) | 1.622 |
| 表面温度(℃) | 约6000 | | 白天最高116<br>夜晚最低－151 |
| 与地球的距离(千米) | $1.496\times10^{8}$ | | $3.844\times10^{5}$ |

# 七、物体的平衡

**1.平动**

在运动过程中，如果物体上任意两点间的连线都始终保持平行，这种运动就叫做平动。

平动时，物体上各点的运动轨迹都相同。在同一时刻，各点的速度和加速度都分别相等。

**2.转动**

(1) 转动

物体在运动时，如果物体上每一点都绕同一条直线作圆周运动，这种运动叫做转动，这条直线叫做转轴。

(2) 转动的特征

转动时，物体上各点的运动轨迹是一些中心在转轴上的圆。在同一时刻，各点的角速度和角加速度都分别相等，但与转轴距离不同的点的线速度和线加速度并不相等。距转轴较近的点，线速度和线加速度都较小。

(3) 有关转动的几个物理量

力臂($L$)　从转轴到力的作用线的垂直距离叫做力臂。

力矩($M$)　力和力臂的乘积叫做力对转轴的力矩，即

$$M = FL$$

一般规定，使物体沿反时针方向转动的力矩是正的，使物体沿顺时针方向转动的力矩是负的。

力偶　两个大小相等、方向相反而不在同一直线上的力叫做力偶。

**3.物体的平衡**

如果物体在两个或两个以上的力的作用下，仍然保持静止或作匀速直线运动，就称这个物体处于平衡状态。

如果有固定转轴的物体在两个或两个以上的力矩作用下，仍然保持静止或绕轴作匀速转动，也称这个物体处于平衡状态。

(1) 物体平衡的条件

在共点力作用下，物体平衡的条件是合力等于零，即

$$\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\cdots=0$$

或 $$\Sigma\mathbf{F}=0$$

如果共点力是在同一平面上，平衡的条件就是

$$\Sigma\mathbf{F}_x=0 \qquad \Sigma\mathbf{F}_y=0$$

在力矩的作用下，有固定转轴的物体平衡的条件是力矩的代数和等于零，即

$$\Sigma M=0$$

对于杠杆，平衡的条件是

动力×动力臂＝阻力×阻力臂

在一般的情况下，作用在物体上的力不是共点力，物体平衡的条件是

$$\Sigma\mathbf{F}=0 \qquad \Sigma M=0$$

或 $$\Sigma\mathbf{F}_x=0 \quad \Sigma\mathbf{F}_y=0 \quad \Sigma\mathbf{F}_z=0 \quad \Sigma M=0$$

(2) 物体平衡的种类

稳定平衡　当处于平衡状态的物体稍微偏离平衡位置时，如果作用在物体上的合力总是使它回到平衡位置上，这种平衡叫做稳定平衡。

不稳平衡　当处于平衡状态的物体稍微偏离平衡位置时，如果作用在物体上的合力总是使它继续偏离平衡位置，这种平衡叫做不稳平衡。

随遇平衡　当任意改变处于平衡状态的物体的位置时，如果物体仍然保持平衡的状态，这种平衡叫做随遇平衡。

(3) 稳度

物体稳定程度的大小用稳度来表示。物体的重心越低、支承面越大，稳度就越大。

## 八、功和功率　机械能

### 1.功

(1) 功的概念

如果力作用在物体上，并使物体沿着该力或该力不为零的分力的方向上发生一段位移，那么，这个力就对物体作了功。功只有大小，没有方向，是一个标量。

(2) 功的公式(图2-6)

$W = Fs\cos\alpha$

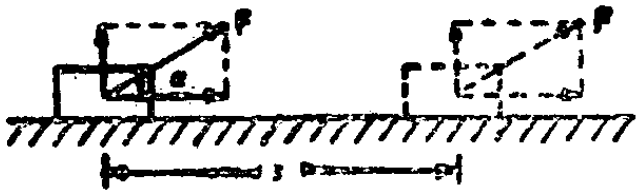


图2-6

当 $0 \leqslant \alpha < \frac{\pi}{2}$ 时，$W > 0$，$F$ 对物体做正功；

当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$ 时，$W = 0$，$F$ 对物体不做功；

当 $\frac{\pi}{2} < \alpha \leqslant \pi$ 时，$W < 0$，$F$ 对物体做负功（即物体克服阻力 $F$ 做了功）。

**(3)功的单位**

**功的国际单位制单位是焦耳。**

1焦耳 = 1牛顿·米

常用单位还有千克·米，千瓦·小时，马力·小时。

1千克·米 = 9.8焦耳

1千瓦·小时 = $3.6 \times 10^6$焦耳

1马力·小时 = $2.648 \times 10^6$焦耳

**2.功率**

(1)功率的概念

功跟完成这些功所用时间的比，叫做功率。功率是表示物体(例如机器)做功快慢的物理量。

$$P = \frac{W}{t}$$

**(2)功率的单位**

**功率的国际单位制单位是瓦特。**

1瓦特 = 1焦耳/秒

常用单位还有千瓦、马力。

1千瓦 = 1000瓦特

1马力 = 75千克·米/秒 = 735瓦特

一些物体和机械设备的功率(单位：马力)

| | |
|---|---|
| 人 | 0.05～0.1 |
| 马 | 0.4～0.5 |
| 单人直升飞机的轴马力 | 55 |
| 重型运输直升飞机的轴马力 | 6500 |
| 中型、大型航空喷气发动机 | $(1.5\sim10)\times10^4$ |
| 液体燃料火箭(短时间内可达) | $10^{10}$ |
| 轮式(或履带)拖拉机(额定功率) | |
| 丰收—35 | 35 |
| 东方红75 | 75 |
| 手扶拖拉机(额定功率) | |
| 红旗3型 | 3 |
| 工农10型 | 10 |
| 国产载重汽车(最大功率) | |
| 北京牌BJ130型 | 75 |
| 红卫牌GZ140型 | 120 |
| 解放牌CA10B型 | 95 |
| 上海牌SH380型 | 400 |
| 国产越野汽车(最大功率) | |
| 北京牌BJ212型 | 75 |
| 武汉牌211型 | 80 |
| 解放牌CA30A型 | 110 |
| 国产小轿车(最大功率) | |
| 上海牌SH760型 | 90 |
| 红旗牌CA773型 | 220 |

(续上表)

| | |
|---|---|
| 国产大客车(最大功率) | |
| 广州牌GZ655型 | 95 |
| 北京牌BK651型 | 160 |
| 上海SK660型 | 95 |
| 国产摩托车(最大功率) | |
| 上摩250型 | 12 |
| 东海SM750型 | 33 |
| 国产蒸汽机车(最大计算功率) | |
| 前进型 | 2980 |
| 人民型 | 1900 |
| 解放型 | 1545 |
| 国产内燃机车 | |
| 东风-3型 | 1800 |
| 北京型 | 2700 |
| 东方红-4型 | 4500 |

**3.动能　动能定理**

(1)能

一个物体能够对外界做功，我们就说这个物体具有能。物体能够做的功越多，它具有的能就越多。

能的单位与功的单位相同，在国际制中都是焦耳。

(2)动能

物体由于运动而具有的能叫做动能。

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

(3)动能定理

外力对物体所做的功的代数和等于物体动能的增量，即

$$\Sigma W = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

**4.势能**

| | 重力势能 | 弹性势能 |
|---|---|---|
| 概念 | 地球上的物体，由于受到重力的作用而具有的，由物体和地球的相对位置决定的能 | 物体发生弹性形变，各部分之间由于弹力的相互作用而具有的能 |
| 量度公式 | $E_p = mgh$ | 弹簧的弹性势能$E_p = \frac{1}{2}kx^2$ |
| SI单位 | 焦耳 | 焦耳 |
| 功和能的关系 | 重力对物体做的功等于物体重力势能的增量的负值<br>$W = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$ | 弹力对物体做的功等于物体的弹性势能的增量的负值<br>$W = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$ |

**5.机械能守恒定律**

(1)机械能

动能和势能统称为机械能。

(2) 机械能守恒定律

在只有重力和弹力做功的物体系内，动能和势能可以互相转化，但是机械能的总量保持不变，即

$$E_{k2} + E_{p2} = E_{k1} + E_{p1}$$

或 $$E_2 = E_1$$

**6.功和能**

(1) 功与机械能变化的关系

重力和弹力之外的力对物体做的功，等于物体的机械能的增量，即

$$W_F = E_2 - E_1 = \Delta E$$

当$W_F > 0$，则$\Delta E > 0$，即其他形式的能转化为机械能；

当$W_F < 0$，则$\Delta E < 0$，即机械能转化为其他形式的能。

(2) 功和能的区别与联系

能是一个反映物体系统状态的物理量。功是反映某一过程中物体间能量转移的物理量，功是能的转化的量度。

有关能量的一些数据：

1千吨TNT炸药爆炸时释放的能量大约相当于$10^{12}$卡的热量；

1克碳水化合物完全燃烧能够产生4250卡的热量；

一个人每天约需要3000千卡的能量；

整个地球表面每年散发到大气里的热量相当于燃烧370亿吨煤所产生的热量；

一次8.5级地震所产生的能量相当于一个100万千瓦的发电厂全年发电量的10倍；

经过处理后的天然气，1米$^3$发出的热量约9000千卡；

一个铀原子核在裂变反应中释放200MeV(兆电子伏特)的能量，一个碳原子燃烧时放出的能量是4.1eV(电子伏特)；

辐射在我国国土上的太阳能的功率约为$1.2\times10^4$亿千瓦，相当于10万个1200万千瓦发电站的总功率。

## 九、动　　量

1.冲量和动量　动量定理

(1) 冲量和动量

| | 定　　义 | 数学表示式 | 单位 |
|---|---|---|---|
| 冲量 | 作用在物体上的力和作用时间的乘积叫做力的冲量，冲量是矢量 | 冲量 $=\mathbf{F}\cdot\Delta t$ | 牛顿·秒 |
| 动量 | 物体的质量和速度的乘积叫做物体的动量，动量是矢量 | $\mathbf{p}=m\mathbf{v}$ | 千克·米/秒 |

(2) 动量定理

物体动量的增量等于合外力作用在物体上的冲量，即

$$\mathbf{F}\cdot\Delta t=\Delta\mathbf{p}$$

2.动量守恒定律

系统不受外力或所受外力的合力为零，这个系统的动量就保持不

变，即

$$\Sigma m\mathbf{v} = \Sigma \mathbf{p} = \text{恒量}$$

**3.碰撞**

| 类　别 | 特　　征 |
|---|---|
| 弹性碰撞 | 碰撞前后系统的动量和动能同时守恒 |
| 非弹性碰撞 | 碰撞前后系统的动量守恒，动能不守恒 |
| 完全非弹性碰　撞 | 物体在相碰后粘合在一起，碰撞前后系统的动量守恒，动能损失最大 |

## 十、振 动 和 波

**1.机械振动**

(1) 机械振动

物体(或者物体的一部分)在某个位置附近沿着直线或圆弧作往复运动，叫做机械振动，常简称为振动。

(2) 产生振动的必要条件

①每当物体离开平衡位置就会受到回复力的作用；

②振动物体受到的摩擦阻力足够小。

**2.简谐振动**

(1) 简谐振动

物体在跟位移大小成正比，并且总是指向平衡位置的力作用下的振动，叫做简谐振动。

(2) 描述简谐振动的几个物理量

| 物理量 | 符号 | 定　　义 | 单位 | 关系式 |
|---|---|---|---|---|
| 振　幅 | $A$ | 振动物体离开平衡位置的最大距离 | 米 | |
| 周期 | $T$ | 完成一次振动所经过的时间 | 秒 | $T=\frac{1}{f}$ |
| 频率 | $f$ | 在1秒钟内完成振动的次数 | 赫兹 | $f=\frac{1}{T}$ |
| 固有周期 | $T_0$ | 只由系统本身的性质决定的周期 | 秒 | $T_0=\frac{1}{f_0}$ |
| 固有频率 | $f_0$ | 只由系统本身的性质决定的频率 | 赫兹 | $f_0=\frac{1}{T_0}$ |
| 圆频率 | $\omega$ | 作简谐振动的质点在$2\pi$秒内作全振动的次数 | 赫兹 | $\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$ |

(3) 简谐振动的图象

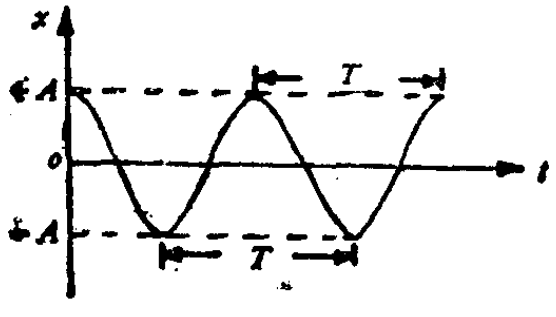



图2-7　简谐振动

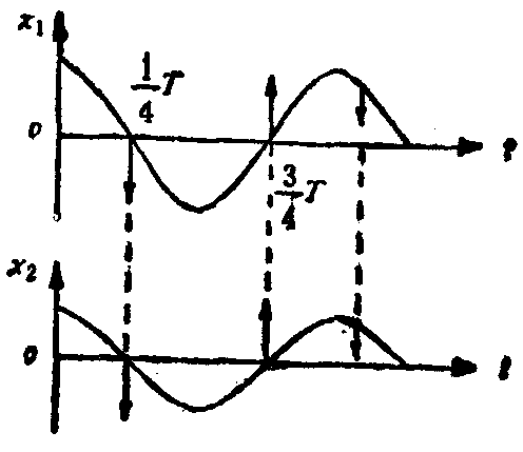



图2-8　两个同相的简谐振动

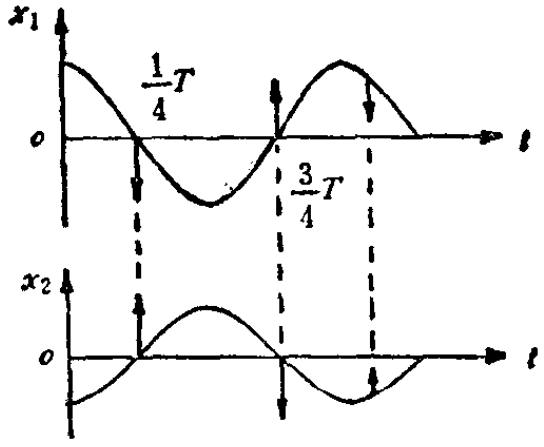



图2-9　两个反相的简谐振动

(4) 弹簧振子和单摆比较

| 名 称 | 回复力 | 固有周期 | 固有频率 | 振动方程 |
|---|---|---|---|---|
| 弹簧振子 | $\mathbf{F}=-k\mathbf{x}$ | $T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ | $f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$ | $x=A\cos\omega t$ |
| 单摆 | $\mathbf{F}=-\frac{mg}{l}\mathbf{x}$ | $T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ | $f_0=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$ | |

(5) 简谐振动的能量

在简谐振动过程中，物体的动能与势能互相转换，但总机械能保持不变。总能量跟振幅的平方成正比，即

$$E=\frac{1}{2}KA^2$$

3.几种振动

| 名 称 | 特 征 |
|---|---|
| 无阻尼振动 | 振幅保持不变的振动 |
| 阻尼振动 | 振幅越来越小的振动 |
| 自由振动 | 振动物体在离开平衡位置以后，不再需要其他外力推动的振动 |
| 受迫振动 | 物体在周期性外力(策动力)作用下的振动 |

4.共振

在受迫振动中，策动力的频率跟物体的固有频率相等时，振幅最大，这种现象叫做共振。

一些物体的振动频率(单位：赫兹)

| | |
|---|---|
| 人的脉搏 | 20～180 |
| 普通机械手表平衡轮摆动 | 2.5～5 |
| 快振手表摆轮摆动 | 6～10 |
| 石英晶体频率 | $10^5$～$10^7$ |

5.机械波

(1) 机械波

机械振动在媒质中的传播叫做机械波，波是传递能量的一种方式。

(2) 横波和纵波

| | 横　　波 | 纵　　波 |
|---|---|---|
| 质点振动的方向 | 质点振动方向与波的传播方向垂直 | 质点的振动发生在跟波的传播方向一致的直线上 |
| 波动状态 | 沿着波前进方向传播波峰和波谷 | 沿着波前进方向传播密部和疏部 |
| 波的图象 | 如图2-10 | 如图2-11 |

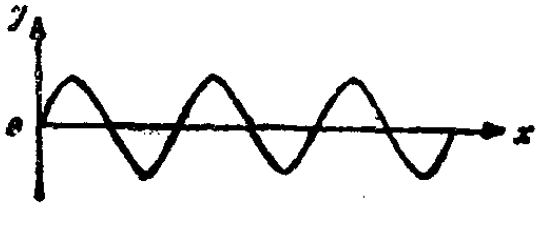



图2-10

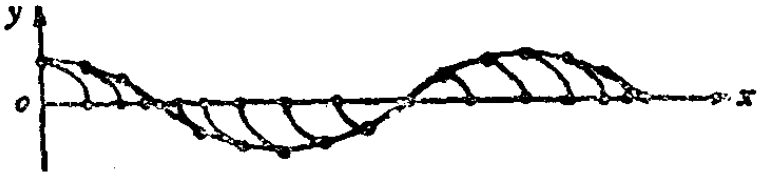



图2-11

(3) 描述机械波的物理量

| 物理量 | 符号 | 定义 | 单位 | 关系式 |
|---|---|---|---|---|
| 波长 | $\lambda$ | 沿着波的传播方向，两个相邻的同相质点间的距离 | 米 | $v=\lambda f$ |
| 波速 | $v$ | 振动传播的速率 | 米/秒 | |

(4) 波的反射和折射

波从某一媒质进入另一媒质时，在两媒质的分界面上有一部分能量被反射回第一媒质形成反射波，其余部分则改变方向进入第二媒质形成折射波.

(5) 波的干涉　驻波

①波的叠加原理　两列波重叠区域里任何一点的总位移，都等于两列波分别引起的位移的矢量和.

②波的干涉　频率相同的两列波叠加，使某些区域的振动加强，某些区域的振动减弱，并且振动加强和振动减弱的区域互相间隔，这种现象叫波的干涉.

③驻波　驻波是波的干涉的特殊现象，它是由两列振幅、频率、振动方向都相同，但传播方向相反的波叠加而成的.

(6) 波的衍射

波绕过障碍物的现象叫做波的衍射.

波产生衍射的条件：障碍物或孔的尺寸跟波长相差不多.

6.声波

(1) 声波的划分

| 名　称 | 频　率（赫兹） | 特　征 |
|---|---|---|
| 声　波 | 20～20000 | 能引起人的听觉特征 |
| 次声波 | 低于20 | 不能引起人的听觉 |
| 超声波 | 高于20000 | |

(2) 乐音和噪声

| 名称 | 物　理　性　质 | 听觉效果 | 波形图线特征 |
|---|---|---|---|
| 乐音 | 由声源作周期性振动而产生 | 好听 | 周期性的曲线 |
| 噪声 | 由声源作无规则的非周期性振动而产生，或由不同频率和不同强度的声音无规律地组合在一起而形成 | 嘈杂、刺耳 | 无规则的非周期性的曲线 |

(3) 声音的三种特性

①响度　人们主观感觉到的声音的强弱叫做响度，它跟表示声音的客观强弱的物理量——声强有关系。

每秒钟通过垂直于声波传播方向的单位面积上的能量叫做声强。它的单位是瓦特/米$^2$或瓦特/厘米$^2$。声强与距声源距离的平方成反比

$$I = P/4\pi r^2。$$

②音调　音调决定于声源的振动频率。频率越大，音调越高，频率越小，音调越低。

③音品　作简谐振动的声源发出来的声音叫纯音。由许多纯音组成的声音叫做复音。复音中所含的频率最低的纯音叫做基音，其余的叫做泛音。音品是由泛音的多少、泛音的频率和振幅决定的。

(4) 声音的共鸣

发声体之间的共振现象叫做共鸣。发生共鸣的条件是两发声体的振动频率相同。

一些声波的频率

| 声　　波 | 频率(赫兹) | 声　　波 | 频率(赫兹) |
|---|---|---|---|
| 一般人能发出的声音 | 64～1300 | 钢琴上的最低音 | 27.5 |
| 汽笛所发出的低音 | 几　十 | 人的心脏音波 | 1～2 |
| 鼓或大提琴 | 100～200 | 一般人敏感的声音 | 1000～3000 |
| 蜜蜂飞行时翅膀振动发声 | 220～440 | 老鼠可以听到的次声 | 16以下 |
| 钢琴上的最高音 | 4096 | 狗可听到的超声 | 38000 |
| 长笛或哨子发音 | 5000～8000 | 鱼类能听到的次声 | 1～25 |
| 蚊子叫声 | 几　千 | 雷　　声 | <100 |

声音的声强级

| 声　　源 | 声强级①(分贝) | 响度 |
|---|---|---|
| 树叶微动 | 10 | 极轻 |
| 细　　语 | 20 | |
| 轻声交谈 | 30 | 轻 |
| 无线电收音机(轻声) | 40 | |
| 交谈(平均) | 50 | 正常 |
| 工厂(平均) | 60 | |
| 无线电收音机(平均) | 70 | 响 |
| 警　　笛 | 80 | |
| 热闹街市的噪声 | 100 | |
| 距飞机发动机3米处 | 110 | 震耳 |
| 震耳炮声、雷声 | 120 | |

①在实用上声强往往不用绝对强度来表示，而用相对强度分级表示。如果一个声强是另一个声强的10倍，我们就说前一个声强比后一个声强高1贝尔（简称贝）。由于1贝的级差仍然太大，我们又把它分为10分贝。

声音在一些媒质中的传播速率

| 空气中的声速 | | 0℃时一些媒质中的声速 | |
|---|---|---|---|
| 温度(℃) | 声速(米/秒) | 媒　质 | 声速(米/秒) |
| −10 | 325 | 水 | 1450 |
| 0 | 332 | 铜 | 3800 |
| 10 | 338 | 铁 | 1900 |
| 15 | 340 | 玻璃 | 5000—6000 |
| 20 | 344 | 松木 | 3320 |
| 30 | 349 | 软木 | 430—530 |
| 100 | 386 | 橡胶 | 30—50 |
| 500 | 553 | | |

## 十一、流体力学

**1.液体的压强**

(1) 帕斯卡定律

加在密闭液体上的压强，能够大小不变地被液体向各个方向传递。

(2) 液体的压强

液体内部的压强随深度的增加而增大，但在同一深度，液体向各个方向的压强相等，压强的大小为

$$p=\rho gh$$

**2.浮力**

**(1) 阿基米德定律**

**浸在液体里的物体受到向上的浮力，浮力的大小等于物体排开的液体的重量。**

**(2) 物体浮沉的条件**

| 浮力$F$与物体重量$G$的关系 | 物体的浮沉情况 |
|---|---|
| $F>G$ | 上浮 |
| $F<G$ | 下沉 |
| $F=G$ | 可停留在液体里任何深度的地方 |

### 3.大气的压强

空气产生的压强叫做大气压强，简称大气压。

1标准大气压＝76厘米高水银柱产生的压强

$=1.01\times10^5$帕斯卡

1工程大气压＝1千克力/厘米$^2$，是工程技术上常用的压强单位。

1千克力/厘米$^2$＝$9.80665\times10^4$帕斯卡

大气压、温度与海拔高度的关系

| 海拔高度（米） | 大气压（厘米高水银柱） | 温度（℃） | 海拔高度（米） | 大气压（厘米高水银柱） | 温度（℃） |
|---|---|---|---|---|---|
| -200 | 77.820 | 16.30 | 3500 | 49.318 | -7.75 |
| -100 | 76.906 | 15.65 | 4000 | 46.224 | -11.00 |
| 0 | 76.000 | 15.00 | 4500 | 43.289 | -14.25 |
| 500 | 71.600 | 11.75 | 5000 | 40.507 | -17.50 |
| 1000 | 67.408 | 8.50 | 6000 | 35.376 | -24.00 |
| 1500 | 63.417 | 5.25 | 7000 | 30.785 | -30.50 |
| 2000 | 59.620 | 2.00 | 8000 | 26.689 | -37.00 |
| 2500 | 56.009 | -1.25 | 9000 | 23.046 | -43.50 |
| 3000 | 52.577 | -4.50 | 10000 | 19.816 | -50.00 |

# 分子物理学和热学

## 一、分子运动论

### 1.分子运动论的基本内容

(1) 物质是由大量的，互不连续的分子组成的，分子是保持物质基本性质的最小微粒，分子的直径约几个埃(1埃 $=10^{-10}$米)；

(2) 分子都在永不停息地做无规则的热运动；

(3) 分子之间存在着相互作用力。

分子间的相互作用力与分子间的距离的关系

| 分子间的距离 | 分子间的相互作用 |
|---|---|
| 小于几个埃 | 斥力 |
| 几个埃到几百个埃 | 引力 |
| 超过几百个埃 | 趋于零 |

### 2.物质的三态和分子结构

(1) 物质的三态

①固体　有一定体积和形状的物质叫做固体。

固体可分为晶体与非晶体两类。组成晶体的物质微粒(原子、分子或离子)的排列是有规则的，这种有规则的排列称为空间点阵；组成非晶体的物质微粒是无规则的。晶体在不同方向上的物理性质(如导热、导电性能，机械强度等)是不同的(各向异性)；非晶体在不同方向上的物理性质是相同的(各向同性)。

②液体　有一定体积而形状随容器的形状改变的物质叫做液体。

液体的表面张力　液体表面相邻两部分之间，单位长度内互相吸引的力叫做表面张力。表面张力总是使液体趋向表面积尽可能小的状态。

③气体　没有固定的形状和体积的物质叫做气体。

(2) 物质的三态与分子结构

| 物态 | 分子间的距离 | 分子间的作用 | 分子的运动情况 | 体积和形状 |
|---|---|---|---|---|
| 气体 | 较大 | 可忽略不计 | 作无规则的运动 | 能充满它所能达到的空间 |
| 液体 | 较小 | 较大 | 在平衡位置附近振动或在其它分子间移动 | 有流动性，有自由面，有一定的体积，形状随容器而改变 |
| 固体 | 最小 | 最大 | 在平衡位置附近振动 | 有一定的体积和形状 |

## 二、能的转化和守恒定律

**1.物体的内能**

物体内部所有的分子的动能和势能的总和叫做物体的内能。

物质的分子做热运动所具有的动能叫做热能。

做功和热传递都可以改变物体的内能。

**2.热功当量**

热功当量($J$)表示热和功之间在数量上相当的关系。

$J = 4.18$焦耳/卡。

**3.能的转化和守恒定律**

能量既不会凭空产生，也不会凭空消灭，它只能从一种形式转化为别的形式，或者从一个物体转移到另一个物体，而总的能量保持不变。这个规律叫做能的转化和守恒定律。对任一物体来说，外界对物体所做的功$W$加上外界传给物体的热量$Q$等于物体内能的增量$\Delta E$。

$$W + Q = \Delta E$$

式中，外界对物体做功时$W$取正值，反之取负值；外界对物体传热时$Q$取正值，反之取负值；物体的内能增加时$\Delta E$取正值，反之取负值。

# 三、温度和热量

**1.温度**

物体冷热的程度叫做温度。温度是物体中分子的平均平动动能的量度。通常使用温度计来测量物体的温度。

**摄氏温标与热力学温标**

| 名　　称 | 单位 | 一个大气压下 | | 换算关系 |
|---|---|---|---|---|
| | | 冰的熔点 | 水的沸点 | |
| 摄氏温标 $t$ | ℃ | 0 ℃ | 100℃ | $t = T - 273$ |
| 热力学温标 $T$ | K | 273K | 373K | $T = t + 273$ |

**2.热量**

物体内能的改变量叫做热量($Q$)。物体吸收或放出若干热量，意思就是由于热传递使物体增加或减少了一定量的内能。

热量的国际单位制单位是焦耳，常用单位还有卡和千卡。

1卡＝4.18焦耳　或　1焦耳＝0.24卡

1千卡＝1000卡

**3.燃烧值**

1千克某种燃料完全燃烧所放出的热量，叫做这种燃料的燃烧值($q$)。

$$Q = qm$$

**燃烧值的单位是千卡/千克或卡/克。**

**1千卡/千克＝1卡/克**

常用燃料的燃烧值(单位：千卡/千克或卡/克)

| 燃　料 | 燃烧值 | 燃　料 | 燃烧值 |
|---|---|---|---|
| 干木柴 | 约3000 | 柴　油 | 10200 |
| 木　炭 | 8000 | 煤　油 | 11000 |
| 褐　煤 | 约4000 | 汽　油 | 11000 |
| 泥　煤 | 约3300 | 天然气 | 8735 |
| 烟　煤 | 约7000 | 煤　气 | 10000 |
| 无烟煤 | 约8000 | 氢　气 | 34000 |
| 焦　炭 | 7100 | 硝棉火药 | 900 |
| 酒　精 | 7200 | TNT炸药 | 1485 |
| 石　油 | 10500 | 硝化甘油 | 1500 |

4.比热

单位质量的某种物质，温度升高1℃时吸收的热量，叫做这种物质的比热($c$)。

比热的单位是千卡/(千克·℃)或卡/(克·℃)。

1千卡/(千克·℃)=1卡/(克·℃)

一些物质的比热〔单位：千卡/(千克·℃)或卡/(克·℃)〕

| 物质 | 比热 | 物质 | 比热 | 物质 | 比热 | 物质 | 比热 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 氢气 | 3.41 | 乙醚 | 0.56 | 空气 | 0.24 | 生铁 | 0.13 |
| 水 | 1.00 | 煤油 | 0.51 | 砂石 | 0.22 | 钢、铁 | 0.11 |
| 石蜡 | 0.69 | 冰 | 0.50 | 铝 | 0.21 | 铜 | 0.093 |
| 酒精 | 0.58 | 蓖麻油 | 0.43 | 干泥土 | 0.20 | 水银 | 0.033 |
| 甘油 | 0.58 | 松节油 | 0.42 | 水泥 | 0.19 | 金 | 0.031 |

5.热量的计算公式

$$Q_{吸}=cm(t_2-t_1) \qquad Q_{放}=cm(t_1-t_2)$$

6.热胀冷缩

(1) 热胀冷缩

物体受热时膨胀，冷却时收缩的现象叫做热胀冷缩。在同样条件

下，气体热膨胀最大，液体次之，固体最小。

(2) 固体的线膨胀公式

$$l_t = l_0(1 + \alpha t)$$

式中，$\alpha$称为线胀系数，它表示固体由于温度升高1℃所引起的线度的增长跟它在0℃时的线度的比，即

$$\alpha = \frac{l_t - l_0}{l_0 t}$$

线胀系数的单位是1/℃。

(3)固体和液体的体膨胀公式

$$V_t = V_0(1 + \beta t)$$

式中，$\beta$称为体胀系数，表示固体或液体由于温度升高1℃所引起体积的增大跟它在0℃时体积的比，即

$$\beta = \frac{V_t - V_0}{V_0 t}$$

体胀系数的单位是1/℃。

对于固体，体胀系数近似等于线胀系数的三倍，即$\beta \approx 3\alpha$。

(4)气体的体积不仅与温度有关，而且还与压强有关(见第218页)。

一些固体的线胀系数(单位：$10^{-4}$/℃)

| 物　质 | 线胀系数 | 物　质 | 线胀系数 |
|---|---|---|---|
| 石英玻璃 (0～80℃) | 0.004 | 大理石 | 0.120 |
| 金刚石 | 0.013 | 康　铜(0～16℃) | 0.122 |
| 不锈钢 | 0.015 | 镍铬合金(18℃) | 0.123 |
| 合金铝 | 0.0164 | 水　泥 | 0.140 |
| 硅　(3～18℃) | 0.025 | 金　(17～100℃) | 0.143 |
| 陶　瓷 (0～100℃) | 0.030 | 铜　(18℃) | 0.167 |
| 钨　(0～100℃) | 0.045 | 黄　铜(10～16℃) | 0.189 |
| 普通玻璃 (0～100℃) | 0.070 | 铝　(0～100℃) | 0.238 |
| 石　墨 (50℃) | 0.080 | 硬橡胶(17～25℃) | 0.770 |
| 钢(含碳1.5%)(0～100℃) | 0.110 | 木　材(顺纤维方向) | 0.060 |
| 铁　(0～20℃) | 0.117 | 木材(垂直于纤维方向) | 0.500 |

一些液体和固体的体胀系数(单位$10^{-4}$/℃)

| 物　质 | 体胀系数 | 物　质 | 体胀系数 |
|---|---|---|---|
| 水　银　(20℃) | 1.82 | 水　(0℃) | 0.67 |
| 绝缘油　(20℃) | 7.05 | 水　(3℃) | -0.15 |
| 甘　油　(20℃) | 5.30 | 水　(4℃) | 0.00 |
| 硫　酸　(20℃) | 5.60 | 水　(5℃) | 0.17 |
| 盐　酸　(20℃) | 5.70 | 水　(20℃) | 2.08 |
| 煤　油　(20℃) | 9.00 | 冰　(0℃) | 2.76 |
| 石　油　(20℃) | 9.55 | 冰　(-5℃) | 2.13 |
| 酒　精　(20℃) | 11.00 | 冰　(-100℃) | 1.71 |
| 汽　油　(20℃) | 12.40 | 冰　(-200℃) | 1.23 |

(5)物体热胀冷缩的微观解释

当物体的温度上升时，由于组成物体的分子的平均平动动能变大，分子振动的振幅也随着增大，分子间的引力减弱，分子间的距离也随着增大，因此，物体的线度和体积也随着增大；反之，当物体的温度下降时，由于分子的平均平动动能减小，分子间的引力增大，分子间的距离随着减小，因此，物体的线度和体积也随着减小。

7.热平衡方程

(1)热传递

没有做功而使物体的内能改变的过程叫做热传递。

热传递的方式有三种：传导、对流和辐射。

传导、对流和辐射的区别：传导是热沿着物体传递的，物质并不流动；对流是靠物质的流动传热的，所以对流是液体、气体特有的传热方式；辐射不需要任何媒介物，可以在真空中进行。

(2)热平衡

温度不同的物体经过热传递而达到温度相同时，就达到了热平衡。热平衡时，热传递停止。

(3)热平衡方程

在热传递过程中，有

$$Q_{吸} = Q_{放}$$

如果在过程中还有热损失，则

$$Q_{吸} + Q_{散} = Q_{放}$$

或 $$Q_{吸} = \eta Q_{放}$$

## 四、物态变化

### 1.熔解和凝固

(1) 熔解

物质从固态变成液态，叫做熔解。

晶体的熔点　晶体在熔解时温度保持不变，这个温度叫做这种晶体的熔点。熔点与压强有关。凡是熔解时体积膨胀的物质，压强增加时，熔点就升高；凡是熔解时体积缩小的物质，压强增加时，熔点就降低。

熔解热　单位质量的某种晶体，在熔点变成同温度的液体所吸收的热量，叫做这种晶体的熔解热。熔解热的单位是千卡/千克或卡/克。

(2) 凝固

物质从液态变成固态，叫做凝固。晶体的凝固点(凝固时的温度)跟该种晶体的熔点相同。晶体的凝固热(凝固时吸收的热量)跟该种晶体的熔解热相同。

### 2.汽化和液化

(1) 汽化

物质从液态变成气态，叫做汽化。液体汽化后的体积约为原来的一千倍。汽化有蒸发和沸腾两种方式。

①蒸发　只在液体表面进行汽化的现象叫做蒸发。蒸发可以在任意温度下进行。蒸发的快慢与温度的高低、蒸发面积的大小、蒸发面上的空气流通情况有关。

②沸腾　在液体内部和表面同时进行的汽化现象叫做沸腾。

沸点　液体沸腾时的温度叫做沸点。沸点随外界压强增大而升高，随外界压强的减少而降低。

汽化热　单位质量的某种液体变成同温度的汽时所吸收的热量，叫做这种液体的汽化热。液体的汽化热随温度的变化而变化。汽化热的单

位是千卡/千克或卡/克。

(2) 液化

物质从气态变成液态，叫做液化。汽在液化时要放出热量。

在相同的热学状态下，物质液化时放出的热量等于它的汽化热。

用增大压强和降低温度的方法可以使气体液化。

临界温度　每种物质都有一个特定的温度，在这个温度以上，无论怎样增大压强，气体都不会液化，这个温度叫做临界温度。

临界压强　在临界温度下使气体液化的压强叫做临界压强。

**3.升华和凝华**

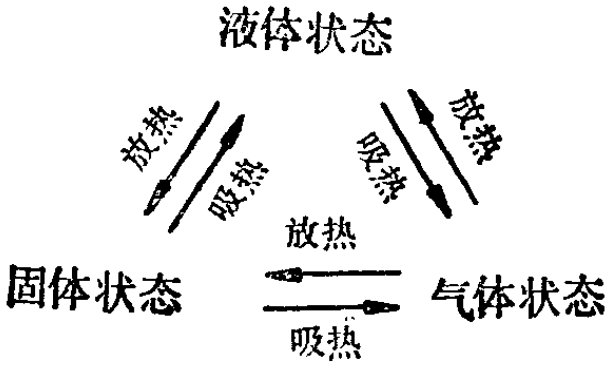
(1) 升华

物质从固态直接变成气态，叫做升华。物质在升华过程中要吸收热量。

(2) 凝华

物质从气态直接变成固态，叫做凝华。物质在凝华过程中要放出热量。

(3) 物质三态相互转变示意图



一些物质的熔点、熔解热、沸点和汽化热

| 物质 | 熔点(℃) | 熔解热(卡/克) | 沸点(℃) | 汽化热(卡/克) |
|---|---|---|---|---|
| 钨 | 3370 | 46 | 5900 | 956 |
| 纯铁 | 1539 | 66 | 2900 | 1504 |
| 白铸铁 | 1200 | 33 | 2450 | 1505 |
| 铜 | 1083.2 | 42 | 2360 | 1146 |
| 金 | 1063 | 16 | 2700 | 419 |
| 银 | 960.5 | 25 | 2190 | 556 |
| 铝 | 660 | 92.4 | 2450 | 2409 |
| 铅 | 327.4 | 6.3 | 1750 | 203 |
| 锡 | 232 | 14 | 2600 | 573 |
| 萘 | 80 | 36 | 218 | |
| 固态水银 | -38.9 | 2.3 | 356.6 | 69 |
| 固态酒精 | -117.3 | 23.54 | 78 | 204 |
| 固态氮 | -210 | 6.1 | -196 | 47.6 |
| 固态氧 | -218.8 | 3.3 | -183 | 51 |
| 固态氢 | -259.4 | 14 | -253 | 108 |
| 固态氦 | -271.4 | 0.84 | -269.9 | 6 |

几种物质的临界温度

| 物质 | 临界温度(℃) | 物质 | 临界温度(℃) |
|---|---|---|---|
| 水 | 374 | 二氧化碳 | 31 |
| 酒精 | 243 | 氧 | -119 |
| 乙醚 | 194 | 氮 | -147 |
| 二氧化硫 | 157 | 氢 | -240 |
| 氯 | 144 | 氦 | -268 |
| 氨 | 132 | | |

**4.饱和汽和未饱和汽**

(1) 平衡状态

在同一时间内从液体(或固体)内逸出的分子数目等于进入液体(或固体)内的分子数目时，则液体(或固体)与它的蒸汽处于平衡状态。

(2) 饱和汽

处于平衡状态下的蒸汽叫做饱和汽。这时的温度、压强分别称为饱和温度、饱和汽压。汽的密度越大，温度越高，饱和汽压就越大。不同的液体，其饱和汽压不同。

(3) 未饱和汽

未达到平衡状态的蒸汽叫做未饱和汽。未饱和汽近似地遵守理想气体的状态方程。

(4) 露点

使空气里原来的未饱和水汽变成饱和水汽的温度叫做露点。

不同温度的饱和水汽压(单位：mmHg)

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -20℃ | 0.77 | -3℃ | 3.57 | 14℃ | 11.99 | 31℃ | 38.70 |
| -19℃ | 0.85 | -2℃ | 3.88 | 15℃ | 12.79 | 32℃ | 35.66 |
| -18℃ | 0.94 | -1℃ | 4.22 | 16℃ | 13.63 | 33℃ | 37.73 |
| -17℃ | 1.03 | 0℃ | 4.58 | 17℃ | 14.53 | 34℃ | 39.90 |
| -16℃ | 1.13 | 1℃ | 4.93 | 18℃ | 15.48 | 35℃ | 42.18 |
| -15℃ | 1.24 | 2℃ | 5.29 | 19℃ | 16.43 | 36℃ | 44.56 |
| -14℃ | 1.36 | 3℃ | 5.69 | 20℃ | 17.54 | 37℃ | 47.07 |
| -13℃ | 1.49 | 4℃ | 6.10 | 21℃ | 18.65 | 38℃ | 49.69 |
| -12℃ | 1.63 | 5℃ | 6.54 | 22℃ | 19.83 | 39℃ | 52.44 |
| -11℃ | 1.78 | 6℃ | 7.01 | 23℃ | 21.07 | 40℃ | 55.32 |
| -10℃ | 1.95 | 7℃ | 7.51 | 24℃ | 22.38 | 50℃ | 92.5 |
| -9℃ | 2.13 | 8℃ | 8.05 | 25℃ | 23.76 | 60℃ | 149.4 |
| -8℃ | 2.32 | 9℃ | 8.61 | 26℃ | 25.21 | 70℃ | 273.7 |
| -7℃ | 2.53 | 10℃ | 9.21 | 27℃ | 26.74 | 80℃ | 355.1 |
| -6℃ | 2.76 | 11℃ | 9.84 | 28℃ | 28.35 | 90℃ | 525.75 |
| -5℃ | 3.01 | 12℃ | 10.52 | 29℃ | 30.04 | 100℃ | 760.0 |
| -4℃ | 3.28 | 13℃ | 11.23 | 30℃ | 31.82 | | |

5.湿度

绝对湿度　单位体积的空气中实际所含有水蒸汽的质量，叫做绝对湿度.

相对湿度　空气中实际所含水蒸汽密度和同温度下饱和水蒸汽密度的百分比值，叫做相对湿度，即

$$B=\frac{\rho}{\rho_{饱}}\times 100\%$$

通常使用湿度计来测量空气的相对湿度.一个湿度计由两支温度计组成，其中一支温度计的下端裹有湿布或棉团，叫做湿泡温度计，另一支下端直接与空气接触，叫做干泡温度计.读出干、湿泡温度计表示的温度后，利用下面的表格就可求出相对湿度.

从干泡和湿泡温度计的温度求相对湿度(%)

| 干泡温度计的温度(℃) | 干泡与湿泡温度计的温度差(℃) | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 0 | 100 | 81 | 63 | 45 | 23 | 11 | — | — | — | — | — |
| 1 | 100 | 83 | 65 | 48 | 32 | 16 | | | | | |
| 2 | 100 | 84 | 68 | 51 | 35 | 20 | — | — | — | — | — |
| 3 | 100 | 84 | 69 | 54 | 39 | 24 | 10 | — | — | — | — |
| 4 | 100 | 85 | 70 | 56 | 42 | 28 | 14 | — | — | — | — |
| 5 | 100 | 86 | 72 | 58 | 45 | 32 | 19 | 6 | | | |
| 6 | 100 | 86 | 73 | 60 | 47 | 35 | 23 | 10 | — | — | — |
| 7 | 100 | 87 | 74 | 61 | 49 | 37 | 26 | 14 | | | |
| 8 | 100 | 87 | 75 | 63 | 51 | 40 | 28 | 18 | 7 | — | — |
| 9 | 100 | 88 | 76 | 64 | 53 | 42 | 31 | 21 | 11 | — | — |
| 10 | 100 | 88 | 76 | 65 | 54 | 44 | 34 | 24 | 14 | 4 | — |

（续上表）

| 干泡温度计的温度（℃） | 干泡与湿泡温度计的温度差（℃） | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 100 | 88 | 77 | 66 | 56 | 46 | 36 | 26 | 17 | 8 | — |
| 12 | 100 | 89 | 78 | 68 | 57 | 48 | 38 | 29 | 20 | 11 | |
| 13 | 100 | 89 | 79 | 69 | 59 | 49 | 40 | 31 | 23 | 14 | 6 |
| 14 | 100 | 90 | 79 | 70 | 60 | 51 | 42 | 33 | 25 | 17 | 9 |
| 15 | 100 | 90 | 80 | 71 | 61 | 52 | 44 | 36 | 27 | 20 | 12 |
| 16 | 100 | 90 | 81 | 71 | 62 | 54 | 45 | 37 | 30 | 22 | 15 |
| 17 | 100 | 90 | 81 | 72 | 64 | 55 | 47 | 39 | 32 | 24 | 17 |
| 18 | 100 | 91 | 82 | 73 | 64 | 56 | 48 | 41 | 34 | 26 | 20 |
| 19 | 100 | 91 | 83 | 74 | 65 | 58 | 50 | 43 | 35 | 29 | 22 |
| 20 | 100 | 91 | 83 | 74 | 66 | 59 | 51 | 44 | 37 | 30 | 24 |
| 21 | 100 | 91 | 83 | 75 | 67 | 60 | 52 | 46 | 39 | 32 | 26 |
| 22 | 100 | 92 | 83 | 76 | 68 | 61 | 54 | 47 | 40 | 34 | 28 |
| 23 | 100 | 92 | 84 | 76 | 69 | 61 | 55 | 48 | 42 | 36 | 30 |
| 24 | 100 | 92 | 84 | 77 | 69 | 62 | 56 | 49 | 43 | 37 | 31 |
| 25 | 100 | 92 | 84 | 77 | 70 | 63 | 57 | 50 | 44 | 38 | 33 |
| 26 | 100 | 92 | 85 | 78 | 71 | 64 | 58 | 50 | 45 | 40 | 34 |
| 27 | 100 | 92 | 85 | 78 | 71 | 65 | 59 | 52 | 47 | 41 | 36 |
| 28 | 100 | 93 | 85 | 78 | 72 | 65 | 59 | 53 | 48 | 42 | 37 |
| 29 | 100 | 93 | 86 | 79 | 72 | 66 | 60 | 54 | 49 | 43 | 38 |
| 30 | 100 | 93 | 86 | 79 | 73 | 67 | 61 | 55 | 50 | 44 | 39 |

（续上表）

| 干泡温度计的温度(℃) | 干泡与湿泡温度计的温度差(℃) | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 32 | 100 | 93 | 86 | 80 | 74 | 68 | 62 | 57 | 51 | 46 | 41 |
| 34 | 100 | 93 | 87 | 81 | 75 | 69 | 63 | 58 | 53 | 48 | 43 |
| 36 | 100 | 94 | 87 | 81 | 75 | 70 | 64 | 59 | 54 | 50 | 45 |
| 38 | 100 | 94 | 88 | 82 | 76 | 71 | 66 | 61 | 56 | 51 | 47 |
| 40 | 100 | 94 | 88 | 82 | 77 | 72 | 67 | 62 | 57 | 53 | 48 |

## 五、热　　机

**1.热机**

利用燃料燃烧放出的热能来做功的发动机叫做热机。

**2.热机的效率**

在热机里，与做有用功相当的热量($Q_1$)跟燃料完全燃烧所放出的热量($Q$)的比值，叫做热机的效率，即

$$\eta = \frac{Q_1}{Q} \times 100\%$$

## 几种热机

| 种类 | 主要构造 | 工作过程 | 效率 | 应用 |
|---|---|---|---|---|
| 内燃机 | 汽缸、活塞、连杆、曲轴、飞轮 | 吸气冲程，压缩冲程，做功冲程和排气冲程 | 20～40% | 汽车、飞机、坦克、拖拉机、内燃机车、轮船、发电机、工厂动力 |
| 蒸汽机 | 汽缸、活塞、滑动阀、连杆、曲轴、飞轮 | 蒸汽使活塞不停地做往复运动，通过连杆、曲轴使飞轮转动 | 6～15% | 轮船、机车(大多数国家已不使用) |
| 蒸汽轮机 | 叶轮、叶片、机轴、喷嘴 | 高压蒸汽从喷嘴高速喷出，冲击叶轮的叶片，推动叶轮和机轴一起转动 | 25～30% | 发电厂、军舰、轮船（多数应用于发电厂） |
| 燃汽轮机 | 压汽机、燃料泵、燃烧室、轮机和机轴 | 高温高压气体从喷嘴喷出，推动轮机的叶轮，带动轮机与机轴一起转动 | 50～60% | 飞机、火车、火力发电站、轮船 |
| 空气喷气发动机 | 进气口、压气机、燃烧室、轮机、尾喷管 | 高温高压气体从尾喷管向后喷出，产生很大的反冲作用，推动飞机前进 | 50～60% | 飞机 |
| 火箭喷气发动机 | 输送泵、燃烧室、尾喷管、燃料与氧化剂贮存室 | 高温高压气体从尾喷管向后喷出，火箭在反冲的作用下向前飞行 | | 火箭、宇宙飞船 |

# 六、气　体

**1.理想气体**

分子间没有相互作用而且可以把分子看成是没有大小的质点的气体叫做理想气体。

在温度不太低，压强不太大的状态下，空气、氧气、氢气、氮气、氦气都可视为理想气体。

**2.气体的三个状态参量**

体积（$V$）　表示气体所充满的容器的容积。体积的单位常用 米$^3$或升。

压强（$p$）　表示气体分子作用在容器壁上单位面积上的正压力。压强的单位常用帕斯卡（简称帕）或大气压。

1帕＝1牛顿/米$^2$，

1大气压＝76厘米高水银柱＝$1.013\times10^5$帕。

温度（$T$）　表示气体内部分子热运动的平均平动动能。温度常采用热力学温标。

**3.气体三定律和理想气体的状态方程**

(1) 玻意耳——马略特定律（气体的等温变化）

$pV$＝常量　或　$p_1V_1=p_2V_2$

这个定律的图象如图2-12所示。

(2) 盖·吕萨克定律（气体的等压变化）

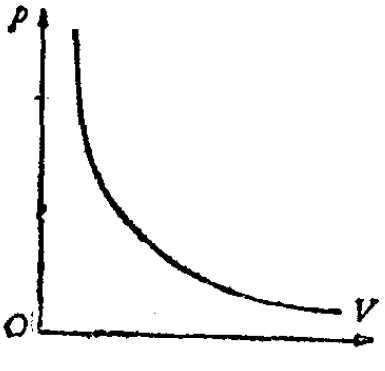



图2-12

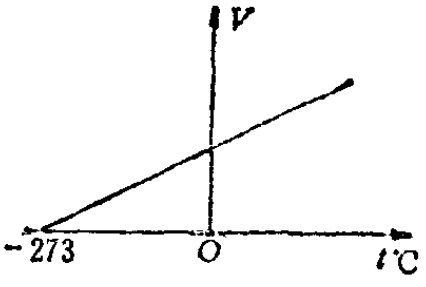



图2-13

$$V_t = V_0\left(1 + \frac{t}{273}\right) \quad 或 \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

这个定律的图象如图2-13所示。

(3) 查理定律(气体的等容变化)

$$p_t = p_0\left(1 + \frac{t}{273}\right) \quad 或 \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

这个定律的图象如图2-14所示。

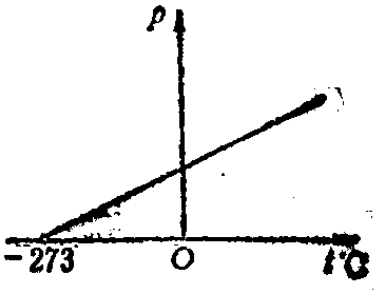


图2-14

(4) 理想气体的状态方程(状态变化)

$$pV = \frac{M}{\mu}RT \quad 或 \quad \frac{pV}{T} = 恒量$$

式中，$R = 8.31$焦耳/摩尔·K，叫做普适气体恒量；$M/\mu$表示气体的摩尔数。

# 电 磁 学

## 一、电 场

### 1.电荷

(1) 电荷

自然界存在两种不同的电荷——正电荷和负电荷。中性物体失去若干电子之后即带正电荷。中性物体获得额外电子之后即带负电荷。

(2) 电荷的相互作用

同种电荷相互排斥，异种电荷相互吸引。

(3) 自由电荷

自由电荷是存在于物质内部，在外电场作用下能自由运动的正、负电荷。例如，金属中的自由电子、电解液或气体中的离子等。

(4) 束缚电荷

当电介质处于外电场中极化时，在电场力作用下，分子中正负电荷的"重心"将发生微小的相对位移，形成电偶极子。对于电介质整体来说，由于电介质中每一个分子都成了电偶极子，电介质的两个和外电场垂直的表面上分别出现正电荷和负电荷，这些电荷不能离开电介质，也不能在电介质中移动，这类电荷称为束缚电荷，也称为极化电荷。研究电介质的电性质时，应主要考虑束缚电荷的作用。

(5) 点电荷

可以把所带的电荷看成是集中在一点上的带电体叫做点电荷。真正的点电荷是不存在的，它只是一个为研究物理问题方便而引入的理想物理模型。当一些带电体间的距离比它们的大小大得多，以致带电体的形状和大小对相互作用力的影响可以忽略不计时，就可以认为这些带电体是点电荷。

### 2.物体的带电现象

(1) 摩擦起电

两种不同的物体互相摩擦后，一个带正电，另一个带负电，这种现象叫做摩擦起电。摩擦起电是电子由一个物体转移到另一个物体的结果。两个物体摩擦起电时，它们总是同时带上异种等量电荷的。

(2) 接触起电

两物体接触后出现多余或缺少电子的现象，叫做接触起电。倘使两导体原来所带异种电荷的电量相等，接触后它们便变成不带电，这种现象叫做中和现象。倘使两导体原来所带的电量不等，中和后如有多余的电子，则两导体都带负电；中和后如缺少电子，则两导体都带正电。

(3) 静电感应

导体因受附近带电体的影响而在其表面的不同部分出现正负电荷的现象，叫做静电感应。处在静电场中的导体，由于静电场的作用，导体中的自由电子进行重新分布，使导体内的电场跟着变化，直到导体内的电场强度减小到零为止。结果靠近带电体的一端出现与带电体异号的电荷，另一端出现与带电体同号的电荷。如果导体原来不带电，则两端带电的数量相等；如果导体原来已经带电，则导体两端电量的代数和应等于导体原来所带电量。

综上所述，物体的带电过程就是物体之间的电子重新分配的过程。

3.静电屏蔽

为了避免外界静电场对电设备或非电设备的影响，或者为了避免电设备的静电场对外界的影响，需要把这些设备放在接地的封闭或近乎封闭的金属罩(金属壳或金属网)里，这种措施叫做静电屏蔽。

4.导体和绝缘体

具有大量的能够自由移动的电荷，电阻率小于$10^{-4}$欧·米的物体，叫做导体。金、银、铜、铁等一切金属以及含有正、负离子的电解质等都是导体。电荷几乎被束缚着，不能(或不容易)自由移动，电阻率大于$10^{8}$欧·米的物体，叫做绝缘体。玻璃、塑料、橡胶、毛皮、瓷器、云母等物质都是绝缘体。

5.电荷守恒定律

表达形式一：电荷既不能被创造，也不能被消灭，而只能从一个物体转移到另一个物体，或者从物体的一部分转移到另一部分。

表达形式二：对于一个与外界没有电荷交换的物质系统说来，在系

统内部无论进行什么物理过程，整个物质系统的电荷的代数和始终保持不变。

**6.电量、基本电荷**

(1) 电量

物体所带电荷的多少，叫做电量。电量的国际单位制单位是库仑。

(2) 基本电荷

电子带有最小的负电荷，质子带有最小的正电荷，它们的电量的绝对值都等于$1.60\times10^{-19}$库仑，任何带电物体的电量都是它的整数倍。$1.60\times10^{-19}$库仑叫做基本电荷。

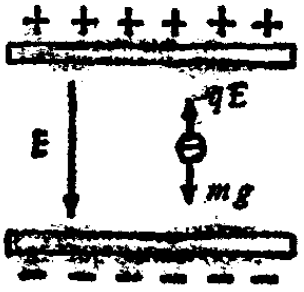


图 2-15

(3) 电子的荷质比

$$\frac{e}{m}=1.579\times10^{11}\text{库仑/千克}$$

(4) 基本电荷的测定——密立根实验

实验装置如图 2-15所示，电场力与重力平衡，可以得到

$$q=\frac{4}{3}\pi r^2\rho g/E$$

式中，$q$是油滴所带的电量，$r$是油滴半径，$\rho$是油滴密度，$E$是平行板内匀强电场的电场强度。

(5) 电荷的量子化

电量不能连续地变化，只能取基本电荷的整数倍，电荷的这种只能取分立的、不连续的量值的性质，叫做电荷的量子化。电荷的量子就是基本电荷。

**7.电介质**

(1)电介质

电介质就是绝缘体，其特点是：①几乎没有自由电荷；②电介质在外电场作用下会产生极化，当外电场超过某一极限值时，电介质就会被击穿而失去介电性能。

(2)电介质的极化

在外电场的作用下，电介质的表面出现束缚电荷的现象叫做电介质的极化。外电场越强，电场对电介质分子的极化作用越激烈，电介质表面出现的束缚电荷越多。

(3)介电常数

在真空中场强为$E_0$的区域内充满电介质后，由于电介质的极化而使场强减小到$E$，那么$E_0$和$E$的比值就叫做这种电介质的介电常数，即

$$\varepsilon=\frac{E_0}{E}$$

$\varepsilon$是个无量纲的量。在真空中$\varepsilon=1$，在介质中，$\varepsilon$是大于1的常数。

(4)电常数$\varepsilon_0$

$\varepsilon_0$又叫真空介电常数。在国际单位制中，

$$\varepsilon_0=\frac{1}{4\pi k}=8.85\times10^{-12}\text{法拉/米}$$

$$=8.85\times10^{-12}\text{库仑}^2/\text{牛顿}\cdot\text{米}^2$$

**8.库仑定律**

两个点电荷之间的作用力跟它们的电量的乘积成正比，跟它们之间的距离的平方成反比，作用力的方向在它们的连线上。

$$F=K\frac{Q_1Q_2}{r^2}\quad\text{（在真空中）}$$

$$F=K\frac{Q_1Q_2}{\varepsilon r^2}\quad\text{（在充满电介质的空间中）}$$

式中，$K=9\times10^9$牛顿·米$^2$/库仑$^2$；$\varepsilon$是电介质的介电常数。

**9.电场、电场强度**

(1)电场

电荷周围存在的一种特殊的物质叫做电场。电荷之间的相互作用实际上是通过它们的电场发生的力的作用。这种力叫做静电力、库仑力或电场力。

电场的分布情况可用电力线及等势面来描述。电场力的性质和能的

性质分别用电场强度和电势这两个物理量来描述。

(2)电场强度

放在电场中某点的电荷受到的电场力($F$)跟它的电量($q$)的比值，叫做这点的电场强度($E$)，即

$$E=\frac{F}{q}$$

电场强度反映电场中任何一点都具有力的性质，不管这点是否有检验电荷存在。电场强度是矢量，它的方向就是正电荷在该点受力的方向。

电场强度的国际单位制单位是伏特/米(即牛顿/库仑)。

(3)电场强度的计算

①点电荷Q产生的电场

在真空中，

$$E=k\frac{Q}{r^2}$$

在充满介质的空间中，

$$E=k\frac{Q}{\varepsilon r^2}$$

②均匀带电平行板内的电场(电势差与电场强度的关系)

在真空中，

$$E=\frac{U_{AB}}{d}$$

在充满均匀介质的空间中，

$$E=\frac{U_{AB}}{\varepsilon d}$$

式中，$U_{AB}$是两板间的电势差，$d$是两板间的距离。

③电场的迭加(场的迭加原理)

电场中任何一点的总电场强度等于各点电荷在该点产生的电场强度的矢量和，即

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots + \mathbf{E}_n$$

(4) 匀强电场

在电场的某一区域里，如果各点的电场强度的大小和方向都相同，这个区域的电场叫做匀强电场。

10. 电力线

为了形象地描述电场，在电场中画出一些有向曲线，使曲线上各点的切线方向与该点的场强方向相同，这些有向曲线叫做电力线。点电荷的电力线如图2-16和2-17所示。

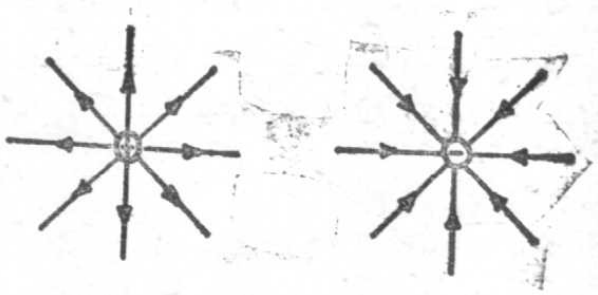


图2-16　点电荷的电力线

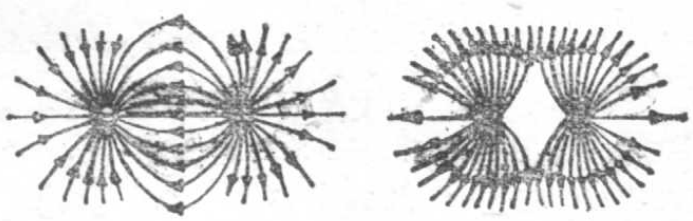


图2-17　两个等量点电荷的电力线

电力线的特点：

①电力线起于正电荷，终止于负电荷。

②电力线密的地方，电场强；电力线疏的地方，电场弱。

③任意两条电力线没有交点。

④匀强电场中的电力线是疏密均匀的互相平行的有向直线。

⑤电力线与等势面垂直。

⑥电力线上任意一点的切线方向，就是该处的电场强度的方向，即正电荷所受的电场力的方向，也是电势降落的方向。

⑦电荷(或带电体)沿电力线方向移动时，电场力(或外力)必须对电荷(或带电体)做功。

11. 电势

(1) 电势能

在静电场中，由于移动电荷时电场力所做的功跟路径无关，所以，电荷在电场中具有势能，这种势能叫做电势能。

电势能是属于产生电场的电荷和检验电荷所组成的系统的。没有检验电荷，就不存在电势能。

电势能的国际单位制单位是焦耳，常用单位还有尔格和电子伏特。

1尔格 = $10^{-7}$焦耳

1电子伏特 = $1.60\times10^{-19}$焦耳

(2) 电势

放在电场中某点的电荷所具有的电势能($E_p$)跟电荷的电量($q$)的比值，叫做该点的电势，即

$$U=\frac{E_p}{q}$$

电势是描述电场中某一点能的性质的物理量，它与这点是否有检验电荷无关。电势没有方向，是一个标量。

电势的数值具有相对性，只有规定电势为零的点(电势零点)后，其他点的电势才有确定的数值。电势零点可以任意选定，通常选取无穷远点或与大地相连的点为电势零点，这样可以方便计算或问题的讨论。

在电场中，电场强度的方向(即电力线的方向)是电势降落的方向。

电势的国际单位制单位是伏特。

1伏特 = 1焦耳/库仑

(3) 电势与电势能的计算

电势的计算：

①点电荷$Q$产生的电场中的电势

在真空中，

$$U=k\frac{Q}{r}$$

在介质中，

$$U=k\frac{Q}{\varepsilon r}$$

②点电荷系产生的电场中的电势

在真空中，

$$U=k\left(\frac{Q_1}{r_1}+\frac{Q_2}{r_2}+\cdots+\frac{Q_n}{r_n}\right)$$

在介质中，

$$U=\frac{k}{\varepsilon}\left(\frac{Q_1}{r_1}+\frac{Q_2}{r_2}+\cdots+\frac{Q_n}{r_n}\right)$$

（以上各式中均选取无穷远点为电势零点。）

电势能的计算：

电荷$q$在电场中电势为$U$处所具有的电势能

$$E_p=qU$$

(4) 电势差

电场中两点间的电势的差值叫做电势差，又叫做电压。

$$U_{AB}=U_A-U_B$$

在匀强电场中，沿场强方向的两点间的电势差等于场强和两点间距离的乘积，即

$$U_{AB}=Ed$$

(5) 电场中移动电荷做的功

在静电场中，移动电荷时电场力(或外力)所做的功与路径无关，只由电荷的电量以及电场的电势差来确定，即

$$W=qU_{12}=q(U_1-U_2)$$

(6) 等电势面

在电场中许多等电势点所集成的面叫做等电势面。简称为等势面或等位面。

等电势面的特点：

①等电势面垂直于通过它的电力线。

②在同一等电势面上所有各点的电势都相同。

③电荷从某一等电势面上的某一点移到另一等电势面上的任何一点，电势能的增减都相同，电场力所作的功(正功或负功)也相等。

④电荷在一等电势面上任意移动，电场力做功为零。

⑤一般规定每隔一定的数值画一等电势面，场强较强的区域等电势面较密，场强较弱的区域，等电势面较疏。因此，等电势面是描述电

场分布情况的一种直观图象。

⑥在匀强电场里，等电势面是和电力线垂直的方面，不同电势的等电势面互相平行。初始静止的正电荷总是沿场强的方向由高电势的等电势面移向低电势的等电势面。

⑦在点电荷产生的静电场中，等电势面是以该点电荷为中心的一组同心球面，而且内密外疏。

⑧静电场中的导体表面都是等电势面。又因其内部不存在电场，它同时又是等电势体。

**12. 处于静电平衡状态的导体**

(1) 导体上电荷的平衡

置于电场中的导体(或本身带电的孤立导体)电荷不再发生定向移动时，称为处于静电平衡状态。

导体静电平衡的条件是导体内部电场强度等于零。

(2) 导体处于静电平状态时的特点

①导体内部没有电力线(即不带电)，如果是空心的导体，内表面没有净电荷，未被抵消的电荷(净电荷)只能分布在导体的外表面上。

②导体内部或表面上任何一点电势相等。

③在导体外，靠近导体表面的任何一点的电场强度垂直于导体表面。

**13. 带电粒子在匀强电场中的运动**

在电场中，带电粒子受到电场力的作用。在实际应用中，利用电场力的作用可以使带电粒子加速或偏转。

(1) 带电粒子的加速　如图 2-18 所示，真空中设置一对平行金属板，接上电源使极板间的电压为$U$，让质量为$m$的电荷$+q$从正极板开始加速，到达负极板时它的速度为

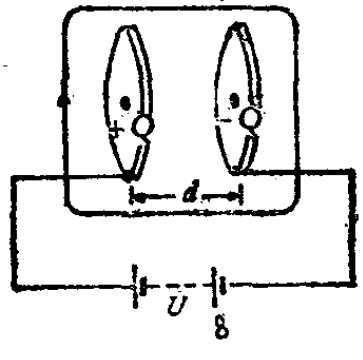


图 2-18

$$v=\sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

(2) 带电粒子的偏转　如图2－19所示，让电荷 $+q$ 以速度 $v_0$ 进入平行金属板间的电场中，当它离开电场时，速度的方向偏转了一定的角度 $\phi$. 如果 $v_0$ 的方向与电场方向垂直，则角 $\phi$ 的正切为

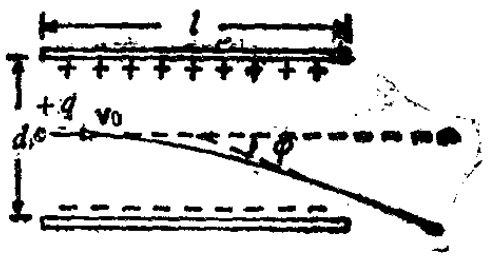


图2-19

$$\mathrm{tg}\phi = \frac{qUl}{mdv_0^2}$$

式中，$l$ 是金属板的长度，$d$ 是两板间的距离。

14. 电容、电容器

(1) 导体的电容及电容器的电容

①孤立导体的电容　导体所带的电量($Q$)跟它的电势($U$)的比值，对同一导体来说是一个恒量，叫做孤立导体的电容。

$$C = \frac{Q}{U}$$

②电容器的电容　两个彼此绝缘而又互相靠近的导体，就组成一个电容器。电容器充电后，一个极板带正电，另一个极板带等量的负电。每一个极板带电量的绝对值，叫做电容器所带的电量。电容器所带的电量($Q$)跟它的两极间的电势差($U_{12}$)的比值，对同一电容器来说是一个恒量。这个比值叫做电容器的电容。

$$C = \frac{Q}{U_{12}}$$

电容是表示导体或导体组容纳电量的本领的物理量。

③电容的单位　电容的国际单位制单位是法拉。

1法拉 = 1库仑/伏特

1法拉 = $10^6$微法拉 = $10^{12}$皮法

④平行板电容器的电容　平行板电容器的电容，跟介电常数($\varepsilon$)成正比，跟正对面积($S$)成正比，跟极板间的距离($d$)成反比。即

$$C = \varepsilon S/4\pi kd$$

式中，$S$ 用米$^2$作单位，$d$ 用米作单位，$k = 9\times10^9$ 牛顿·米$^2$/库仑$^2$(静电

力恒量)，C用法拉作单位。

(2) 电容器的串联

①各电容器所带的电量相等，都等于Q。

②串联电容器两端的总电压等于各电容器上电压之和，即

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$$

③总电容　串联电容器的总电容的倒数等于各个电容器的电容的倒数之和。即

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}$$

可见，几个电容串联后，总电容小于每一个电容器的电容，但提高了耐压能力。

(3) 电容器的并联

①并联电容器组贮存的总电量等于各个电容器所带电量之和。即

$$Q = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_n$$

②各个电容器两端的电压都相同，都等于$U$。

③并联电容器的总电容等于各个电容器的电容之和。即

$$C = C_1 + C_2 + \cdots + C_n。$$

可见，几个电容并联时，可以增大电容量，但不能提高耐压能力。

## 二、稳恒电流

### 1.电流强度

当电流流过导体时，通过导体横截面积的电量跟通过这些电量所用的时间的比值，叫做电流强度。

$$I = \frac{Q}{t}$$

规定正电荷定向移动的方向为电流强度的方向。

电流强度的国际单位制单位是安培(A)。

1安培 = 1库仑/秒

1安培(A) = $10^3$毫安(mA) = $10^6$微安(μA)

在金属导体中，

$$I = neSv$$

式中，$n$是单位体积内的自由电子数，$S$是导体的横截面积，$v$是金属中自由电子定向移动的速度(叫做系统速度或漂移速度)。

**2.电阻、电阻定律**

(1) 电阻

电阻是表示导体对电流的阻碍作用的物理量。电阻的数值由导体的材料、导体的形状、温度等因素决定，与导体中有否电流流过无关；在一般情况下，也与流过导体的电流的大小无关。

电阻的国际单位制单位是欧姆(Ω)。

1欧姆 = 1伏特/安培

1千欧(kΩ) = 1000欧姆

1兆欧(MΩ) = 1000千欧

(2) 电阻定律

导体的电阻跟导体的长度成正比，跟导体的横截面积成反比，还跟导体的材料有关系。电阻定律可用公式表示为

$$R = \rho\frac{L}{S}$$

应用这个公式时，$R$、$\rho$、$L$、$S$通常分别用欧姆、欧·毫米$^2$/米、米、毫米$^2$为单位。

(3) 电阻率

在电阻定律的公式中，$\rho$表示某种材料制成的长度是1米、横截面积是1毫米$^2$的导线的电阻，叫做这种材料的电阻率。

电阻率的国际单位制单位是欧·米(Ω·m)。常用单位是欧·毫米$^2$/米。

1欧·米 = $10^6$欧·毫米$^2$/米

金属的电阻率随着温度的升高而增大，即

$$\rho_t = \rho_0(1 + \alpha t)$$

式中，$\rho_t$、$\rho_0$分别是$t$℃、0℃时的电阻率，$\alpha$叫做金属的电阻温度系数。

(4) 电导和电导率

电阻($R$)的倒数叫做电导($G$)，电阻率$\rho$的倒数叫做电导率($\sigma$)，即

$$G=\frac{1}{R} \qquad \sigma=\frac{1}{\rho}$$

一些金属的电阻率(单位：欧·毫米²/米)

| 物质 | 电阻率 | | 物质 | 电阻率 | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 0℃ | 18℃ | | 0℃ | 18℃ |
| 银 | 0.0147 | 0.0158 | 镉 | 0.067 | 0.0725 |
| 铜 | 0.0156 | 0.0168 | 锂 | 0.085 | 0.091 |
| 金 | 0.0206 | 0.0221 | 铁 | 0.089 | 0.099 |
| 铝 | 0.0253 | 0.0272 | 铂 | 0.098 | 0.105 |
| 铬 | 0.026 | × | 锡 | 0.104 | 0.113 |
| 镁 | 0.032 | 0.043 | 铅 | 0.195 | 0.207 |
| 钙 | 0.040 | 0.045 | 砷 | 0.352 | 0.376 |
| 钠 | 0.043 | 0.046 | 锑 | 0.363 | 0.398 |
| [illegible] | 0.0480 | 0.0532 | 锌 | 0.408 | 0.439 |
| [illegible] | 0.055 | 0.0595 | 钛 | 0.820 | 0.890 |
| 钾 | 0.061 | 0.069 | 汞 | 0.937 | 0.954 |
| [illegible] | 0.062 | 0.068 | 铋 | 1.090 | 1.180 |
| [illegible] | 0.066 | 0.0735 | | | |

一些合金电阻率(20℃时)

| 物　　质 | 电阻率(欧·$\frac{\text{毫米}^2}{\text{米}}$) |
|---|---|
| 黄铜(66%铜＋34%锌) | 0.065 |
| 德意志银(65%铜＋20%锌＋15%镍) | 0.31 |
| 锰铜(85%铜＋3%镍＋12%锰) | 0.39 |
| 康铜(58.8%铜＋40%镍＋1.2%锰) | 0.47 |
| 镍各姆(67.5%镍＋15%铬＋16%铁＋1.5%锰) | 1.1 |

## 一些绝缘体的电阻率(22℃时)

| 物　质 | 电阻率(欧·$\frac{毫米^2}{米}$) | 物　质 | 电阻率(欧·$\frac{毫米^2}{米}$) |
|---|---|---|---|
| 石板 | $1\times10^{12}$ | 煮烧瓷 | $3\times10^{18}$ |
| 象牙 | $2\times10^{12}$ | 人造云母 | $1\times10^{19}$ |
| 红纸版 | $5\times10^{13}$ | 云母 | $4\times10^{17}\sim2\times10^{21}$ |
| 大理石 | $1\times10^{13}\sim100\times10^{13}$ | 火漆 | $8\times10^{19}$ |
| 胶木 | $2\times10^{14}\sim2\times10^{15}$ | 石蜡 | $1\times10^{20}$ |
| 聚四氟乙烯 | $>10^{15}$ | 松香 | $5\times10^{20}$ |
| 蜡 | $2\times10^{14}\sim2\times10^{19}$ | 硫 | $1\times10^{21}$ |
| 塑胶 | $2\times10^{11}\sim4\times10^{20}$ | 硬橡胶 | $1\times10^{22}$ |
| 普通玻璃 | $5\times10^{17}$ | 石英玻璃 | $>5\times10^{22}$ |

## 小容量保险丝的规格(青铅合金丝)

| 保险丝直径(毫米) | 近似线号 | 保险丝额定电流(安) | 保险丝直径(毫米) | 近似线号 | 保险丝额定电流(安) |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.08 | 44 | 0.25 | 0.54 | 24 | 2.25 |
| 0.15 | 39 | 0.5 | 0.58 | 23 | 2.5 |
| 0.20 | 36 | 0.75 | 0.65 | 22 | 3.0 |
| 0.22 | 35 | 0.8 | 0.95 | 20 | 5.0 |
| 0.28 | 32 | 1.0 | 1.16 | 19 | 6.0 |
| 0.29 | 31 | 1.05 | 1.26 | 18 | 8.0 |
| 0.36 | 28 | 1.25 | 1.51 | 17 | 10.0 |
| 0.40 | 27 | 1.5 | 1.66 | 16 | 11.0 |
| 0.46 | 26 | 1.85 | 1.75 | 15 | 12.0 |
| 0.50 | 25 | 2.0 | 1.98 | 14 | 15.0 |

绝缘导线的最大许可电流及安全使用电流(单位：安培)

| 横截面积（毫米²） | 铜 | | 铝 | | 铁 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 最大电流 | 安全电流 | 最大电流 | 安全电流 | 最大电流 | 安全电流 |
| 1 | 11 | 6 | 8 | 6 | — | — |
| 1.5 | 14 | 10 | 11 | 6 | — | — |
| 2.5 | 20 | 15 | 16 | 10 | — | — |
| 4 | 25 | 20 | 20 | 15 | 8 | 6 |
| 6 | 31 | 25 | 24 | 20 | 10 | 6 |
| 10 | 43 | 35 | 34 | 25 | 12 | 10 |
| 16 | 75 | 60 | 60 | 35 | 17 | 15 |
| 25 | 100 | 80 | 80 | 60 | 30 | 25 |
| 35 | 125 | 100 | 100 | 80 | — | — |
| 50 | 160 | 125 | 125 | 100 | — | — |
| 70 | 200 | 160 | 155 | 125 | — | — |

### 3.电流强度、电压和电阻的测量

(1) 电流强度的测量

通常使用安培表来测量电路中的电流强度。测量时，必须把安培表串联在待测电路中，让电流从“+”接线柱流入安培表，从“-”接线柱流出来，注意选择适当的量程。

(2) 电压的测量

通常使用伏特表来测量电路两端的电压。测量时，必须把伏特表并联在待测电路的两端，伏特表的“+”接线柱应接在电路流入电流的那端，注意选择适当的量程。

(3) 电阻的测量

通常使用伏安法来测量电阻。测量时，让电流流过待测电阻，分别

用安培表和伏特表测出流过待测电阻的电流强度$I$和待测电阻两端的电压$U$，就可以根据欧姆定律计算出待测电阻的阻值$R$，即

$$R=\frac{U}{I}$$

测量电阻的电路有两种接法：内接法（图2-20）和外接法（图2-21）。当待测电阻的阻值较大时，应使用内接法来测量；当待测电阻的阻值较小时，应使用外接法来测量。这样，可以减小测量结果的误差。

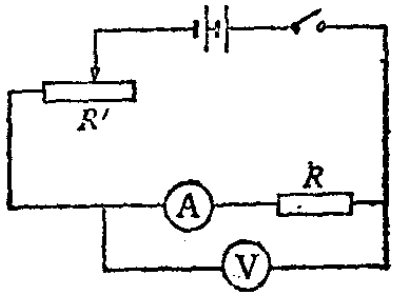



图 2-20

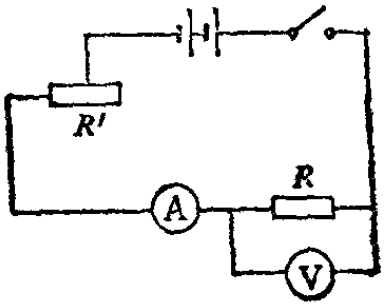



图 2-21

**4.欧姆定律**

(1)部分电路的欧姆定律

导体中的电流强度跟它两端的电压成正比，跟它的电阻成反比。

$$I=\frac{U}{R}$$

**(2)电动势**

电源中非静电力把正电荷从负极移送到正极所做的功跟被移送的电量的比值，叫做电源的电动势($\varepsilon$)。

$$\varepsilon=\frac{W}{q}$$

电源的电动势反映了电源把其他形式的能转化为电能的本领，每个电源的电动势是由电源本身决定的，与外电路的情况无关。

电动势的单位跟电势、电压的单位相同，国际单位制单位是伏特。

(3)闭合电路的欧姆定律

闭合电路的电流强度跟电源的电动势成正比，跟整个电路的电阻(包括外电路的电阻$R$和电源的内电阻$r$)成反比。

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}$$

(4)路端电压

电源加在外电路两端的电压叫做路端电压。

$$U=IR=\varepsilon-Ir$$

式中，$Ir$叫做内电路的电势降落。

当外电路断路时，路端电压等于电源的电动势；当外电路短路时，路端电压趋近于零。

(5)含有反电动势电路的欧姆定律

某些电器所具有的反抗电流通过的电动势，叫做反电动势。

欧姆定律指出，在含有反电动势的电路中，电流强度跟外加电压与反电动势的差成正比，跟整个电路的电阻成反比。

$$I=\frac{U-\varepsilon_{反}}{R+r}$$

**5.电功、电功率**

(1)电功

电流所做的功叫做电功。

电功的国际单位制单位是焦耳，在发电或用电中经常使用的单位是千瓦时(又叫做"度")。

1度(电)=1千瓦时=$3.6\times10^6$焦耳

在一段电路中，电功为

$$W=UIt=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t$$

电源所做的功为

$$W = eIt = I^2(R+r)t = \frac{e^2}{R+r}t$$

在含有反电动势的电路中，

$$W = UIt = I^2Rt + I^2rt + e_{反}It$$

式中，$W$是整个电路消耗的电功，$I^2Rt$和$I^2rt$是电路发热消耗的电[illegible]，$e_{反}It$是含有反电动势的用电器吸收的电功(等于转化为其他形式的[illegible])。

(2)电功率

电功跟完成这些电功所用时间的比值叫做电功率。

电功率的国际单位制单位是瓦特。常用单位还有千瓦。

1千瓦 = 1000瓦特

在一段纯电阻的电路中，电功率为

$$P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}$$

电源的总功率为

$$P = eI = I^2(R+r) = \frac{e^2}{R+r}$$

当$R = r$时，电源的输出功率(即外电路消耗的功率)为最大，等于

$$P_{最大} = \frac{e^2}{R+r}$$

在含有反电动势的电路中，

$$P = UI = I^2R + I^2r + e_{反}I$$

式中，$P$是整个电路消耗的功率，$I^2R$和$I^2r$是电路发热消耗的功率，$e_{反}I$是含有反电动势的用电器吸收的功率.

(3)焦耳定律

电流通过导体产生的热量跟电流强度的平方、导体的电阻和通电时间的乘积成正比。

$$Q = kI^2Rt$$

式中，$I$、$R$、$t$通常分别用安培、欧姆、秒作单位，如果热量$Q$用焦耳作单位，则$k=1$，即

$$Q=I^2Rt$$

如果$Q$用卡作单位，则$k=0.24$，即

$$Q=0.24I^2Rt$$

(4)电路的效率

电路中有用的功率与消耗电源的总功率的比值，叫做电路的效率。

$$\eta=\frac{P_{有用}}{P}\times 100\%$$

在电路中，能量的转化是遵守能量守恒定律的，因此，消耗的总功率必然等于有用的功率和损耗功率之和，即

$$P=P_{有用}+P_{损耗}$$

在一般的电路中，损耗功率包括电源内阻、输电导线和含有反电动势的用电器因发热而损耗的功率。

一度电能(1千瓦小时)的作用

| | | | |
|---|---|---|---|
| 电炉炼钢 | 1.61千克 | 25瓦(220伏)灯泡用40小时 |
| 可采原煤 | 105千克 | 电车行驶0.85千米 |
| 灌溉水稻田 | 0.1亩/年 | 机织棉布11米 |
| 生产化肥 | 0.72千克 | 灌溉麦田0.5亩 |

6.串联电路和并联电路

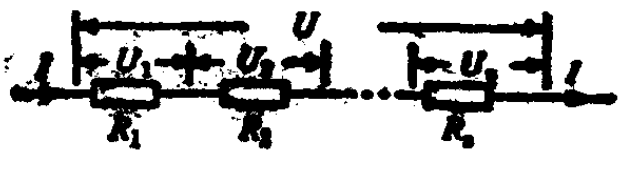



图 2-22 串联电路

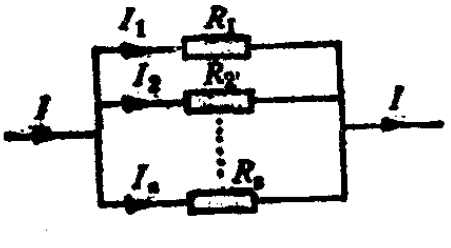



图 2-23 并联电路

(1) 串、并联电路的特点

| 接法 | 串联电路 | 并联电路 |
|---|---|---|
| 电路 | 如图 2-22 | 如图 2-23 |
| 电压 | 电路两端的总电压等于各部分电路两端的电压之和<br>$U=U_1+U_2+\cdots+U_n$ | 电路中各支路两端的电压相等<br>$U=U_1=U_2=\cdots=U_n$ |
| 电流强度 | 电路中各处的电流强度相等<br>$I=I_1=I_2=\cdots=I_n$ | 电路的总电流强度等于各支路的电流强度之和<br>$I=I_1+I_2+\cdots+I_n$ |
| 电阻 | 电路的总电阻等于各部分电路电阻之和<br>$R=R_1+R_2+\cdots+R_n$ | 电路的总电阻的倒数等于各支路电阻的倒数之和<br>$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots+\frac{1}{R_n}$ |
| 其他特点 | 电压分配<br>$U_1:U_2:\cdots:U_n=R_1:R_2:\cdots:R_n$<br>功率比<br>$P_1:P_2:\cdots:P_n=R_1:R_2:\cdots:R_n$<br>焦耳热之比<br>$Q_1:Q_2:\cdots:Q_n=R_1:R_2:\cdots:R_n$ | 电流分配<br>$I_1:I_2:\cdots:I_n=\frac{1}{R_1}:\frac{1}{R_2}:\cdots:\frac{1}{R_n}$<br>功率比<br>$P_1:P_2:\cdots:P_n=\frac{1}{R_1}:\frac{1}{R_2}:\cdots:\frac{1}{R_n}$<br>焦耳热之比<br>$Q_1:Q_2:\cdots:Q_n=\frac{1}{R_1}:\frac{1}{R_2}:\cdots:\frac{1}{R_n}$ |

(2) 分压电路和分流电路

| 种类 | 分压电路 | 分流电路 |
| --- | --- | --- |
| 定义 | 串联电路的电阻可以分担总电压的一部分，这种作用叫做分压；利用串联接法组成的起分压作用的电路叫做分压电路，又叫做分压器 | 并联电路的电阻可以分担总电流的一部分，这种作用叫做分流；利用并联接法组成的起分流作用的电路叫做分流电路，又叫做分流器 |
| 公式 | $U_1=\frac{R_1}{R}U$<br>$U_2=\frac{R_2}{R}U$<br>……<br>$U_n=\frac{R_n}{R}U$<br>式中，$R$为总电阻<br>$R=R_1+R_2+\cdots+R_n$ | $I_1=\frac{R}{R_1}I$<br>$I_2=\frac{R}{R_2}I$<br>……<br>$I_n=\frac{R}{R_n}I$<br>式中，$R$为总电阻<br>$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots+\frac{1}{R_n}$ |

(3) 电池的串联和并联

把几个电池串联起来组成串联电池组，可以提高路端电压；把几个相同的电池并联起来组成并联电池组，可以增大输出电流。

在串联电池组中，总的电动势和内电阻分别为

$$\varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\cdots+\varepsilon_n$$

$$r=r_1+r_2+\cdots+r_n$$

当每个电池的电动势和内电阻都相等时，

$$\varepsilon=n\varepsilon_1 \qquad r=nr_1$$

在由电动势和内电阻都相等的电池组成的并联电池组中，总的电动势和内电阻分别为

$$\varepsilon=\varepsilon_1, \qquad r=r_1/n$$

## 三、物质的导电性

### 1.电流

(1) 产生电流的原因

电流是电荷的定向移动形成的。在物体内有能够自由移动的电荷，是形成电流的内因，物体的两端有电势差(电压)，即物体内部存在使电荷定向移动的电场，是形成电流的外因。

(2) 传导电流和运流电流

①传导电流　第一类导体(例如金属)中的自由电子或第二类导体(例如电解质溶液)中的带电离子在导体内部的运动所形成的电流叫做传导电流。

②运流电流　电子或离子，甚至是宏观的带电物体，在空间作机械运动所形成的电流叫做运流电流。例如，真空管中电子的运动，宏观带电板的转动等形成的电流就是运流电流。

(3) 几种物质的导电机构的对比

①金属是靠自由电子导电的；

②电解质溶液是靠正、负离子导电的；

③气体是靠电子、正离子和负离子这三种带电粒子导电的；

④半导体是靠空穴或自由电子导电的。

(4) 电流的效应

电流具有热效应、机械效应、化学效应、磁效应等。通过这些效应可以检验电流是否存在或量度电流的强弱。

(5) 电流的方向

规定正电荷移动的方向为电流的方向。在外电路(电源外部)，电流方向从正极流向负极；在内电路(电源内部)，电流方向从负极流向正极；在金属导体中，电流方向与自由电子定向移动方向相反；在气体或液体中，电流方向与正离子定向移动方向相同。

### 2.液体中的电流、法拉第电解定律

(1) 液体中的电流

凡是在水溶液里或熔化状态下能够导电的化合物，都叫做电解质。

电解质溶解在水里或者熔化成液体时，离解成可以自由移动的离子的过程叫做电离。

在电离的电解质中，正、负离子在电场力作用下定向移动，就形成液体中的电流。

电流通过电解质溶液(或熔化的电解质)的同时发生化学变化，在电极上有物质析出，这种现象叫做电解。

(2) 法拉第电解定律

①法拉第第一电解定律　在电解时，析出的物质的质量跟通过电解液的电量成正比。

$$m = KQ = KIt$$

式中，$K$叫做电化当量，表示通过电解液的电量是一个单位时，电极上析出的某种物质的质量。电化当量常用克/库仑作单位。

②法拉第第二电解定律　各种物质的电化当量跟它们的原子量($A$)成正比，跟它们的化合价($n$)成反比。

$$K = C\frac{A}{n} \quad 或 \quad K = \frac{1}{F}\cdot\frac{A}{n}$$

式中，$C$叫做普适恒量，$F$叫做法拉第恒量，它们对各种物质都是常量，当$K$用克/库仑作单位时，

$C = 1.036\times10^{-5}$克/库仑

$F = 9.65\times10^{4}$库仑/克

一些物质的电化当量见243页表。

3.气体中的电流

在一定条件下，气体也可以导电，电流通过气体时发生的现象叫做气体放电。电流通过气体时常常伴有发光、发声等。由于气体性质、气压、电极形状、外加电压等条件的不同，会呈现不同的放电现象，例如电晕、弧光放电、辉光放电、火花放电等。

(1) 辉光放电

在低压气体中放电时，会发出各种颜色的光，这种放电现象叫做辉光放电。辉光放电需要较高的直流电压。萤光灯、霓虹灯等就是辉光放电的应用。

## 一些物质的电化当量

| 物　　质 | 电化当量$K$（克/库仑） | 原子量$A$ | 化合价$n$ | 化学当量 $M=\frac{A}{n}$ |
|---|---|---|---|---|
| 阳离子： | | | | |
| 氢 | 0.00001044 | 1.0080 | 1 | 1.0080 |
| 铝 | 0.00009317 | 26.98 | 3 | 8.993 |
| 镁 | 0.0001260 | 24.32 | 2 | 12.16 |
| 铁 | 0.0002895 | 55.85 | 2 | 27.925 |
| 铁 | 0.0001930 | 55.85 | 3 | 18.617 |
| 钠 | 0.0002383 | 22.99 | 1 | 22.99 |
| 镍 | 0.0003040 | 58.69 | 2 | 29.345 |
| 铜 | 0.000659 | 63.54 | 1 | 63.54 |
| 铜 | 0.0003294 | 63.54 | 2 | 31.77 |
| 锌 | 0.0003388 | 65.38 | 2 | 32.69 |
| 金 | 0.000681 | 197.0 | 3 | 65.667 |
| 铅 | 0.001074 | 207.21 | 2 | 103.605 |
| 银 | 0.001118 | 107.880 | 1 | 107.880 |
| 汞 | 0.002072 | 200.61 | 1 | 200.61 |
| 铵根($NH_4$) | 0.0001869 | 18.04 | 1 | 18.04 |
| 阴离子： | | | | |
| 氧 | 0.0000829 | 16.0000 | 2 | 8.0000 |
| 碘 | 0.001315 | 126.91 | 1 | 126.91 |
| 氢氧根(OH) | 0.0001762 | 17.008 | 1 | 17.008 |
| 碳酸根($CO_3$) | 0.0003108 | 60.011 | 2 | 30.0055 |
| 硫酸根($SO_4$) | 0.0004975 | 96.066 | 2 | 48.033 |
| 硝酸根($NO_3$) | 0.000642 | 62.008 | 1 | 62.008 |

(2) 电晕

带电体表面在气体(或液体介质)中局部放电的现象叫做电晕。电晕常发生在电场中电场强度很高或不均匀的区域内。例如高压导线的周围、带电体尖端附近等。电晕的特点是出现与日晕相似的光层，发出嗤嗤的声音，产生臭氧，氧化氮等气体。电晕会引起电能损耗，并会对通讯、广播发生影响。

(3) 弧光放电

显示出弧形白光、产生高温的气体放电现象叫做弧光放电。弧光放电需要的电压不高，但电流很大，可用作强光源(如弧光灯)、紫外线源(如太阳灯)和强热源(如电弧炉、电焊机)。在电器开关中，触头分开时会引起弧光放电，有烧毁触头的危险，出现这种情况时必须采取措施，使其迅速熄灭。

(4) 火花放电

在电势差很高的两个正负带电体之间的短时间气体放电现象叫做火花放电。在火花放电的空间内，气体分子发生电离，气体迅速而剧烈地发热、发出闪光和声音。火花放电常用在光谱分析、金属电火花加工、内燃机的点燃设备等方面。

(5) 尖端放电

在导体的尖端处发生的气体放电现象叫做尖端放电。当导体带电时，尖端附近的电场特别强，使附近气体发生电离，导致放电。避雷针就是根据尖端放电的原理制造的。

4.真空中的电流

(1) 阴极射线

放在真空管中的两个电极接上高压电源后，从阴极发出的电子在真空中作定向高速运动，形成真空中的电流。这种从阴极射出的电子流称为阴极射线。阴极射线需要很高的电压，但电流很弱。

(2) 热电子发射

在真空管内赤热金属里的自由电子无规则热运动的速度很大，一部分速度特别大的自由电子具有足够大的动能，可以挣脱金属的束缚跑出来，在电场力的作用下定向移动形成电流。这种赤热金属发射电子的现象称为热电子发射。电子管、示波管、显象管等都是利用热电子发射得

到的电子流来工作的。

**5.半导体**

(1) N型半导体和P型半导体

N型半导体　在纯净的半导体中掺入微量的五价元素，使自由电子的数目显著增多，这类半导体主要靠自由电子导电，叫做N型半导体(电子型半导体)。

P型半导体　在纯净的半导体中掺入微量的三价元素，使半导体内空穴数目增多，这类半导体主要靠空穴导电，叫做P型半导体(空穴型半导体)。

(2) PN结

当P型半导体和N型半导体熔结在一起时，由于N型半导体中电子的浓度较大，而P型半导体中空穴的浓度较大，所以在结合面附近，N型区域的电子向P型区域扩散，P型区域的空穴也向N型区域扩散，结果在它们的结合面上形成一个几微米到几十微米的带电的薄层，叫做阻挡层，又叫做PN结。

PN结的特性是单向导电性。

(3) 晶体二极管

由一个PN结构成的两极半导体器件叫做晶体二极管。从PN结P型区域引出的接线为二极管的正极，N型区域引出的接线为二极管的负极，如图2-24所示。

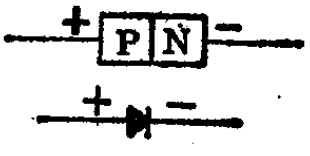



图2-24

晶体二极管的特性是单向导电性。

用欧姆表(或万用表的"Ω"挡)可以测定晶体二极管性能。方法是：首先把欧姆表调零，然后把它的黑表笔接二极管的正极，红表笔接二极管的负极，这时，加在二极管上的是正向电压，二极管处于导通状态，测得电阻值应较小，再对调黑、红表笔，测得电阻值应较大。一般地说，两次测得的阻值相差越大，晶体二极管的性能就越好。

(4) 晶体二极管整流电路

把交流电变成直流电的过程叫做整流。在晶体二极管整流电路中，利用二极管的单向导电性先把交流电变成单向脉动电流，再通过滤波器把单向脉动电流变成直流电。几种常用的单相整流电路见247页表，图

2-25所示的是具有π型滤波器的桥式整流电路图。图中虚线框中部分是π型滤波器。

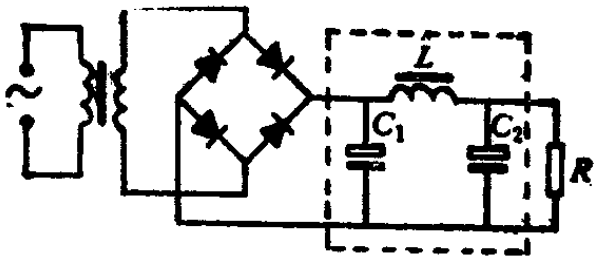



图 2-25

(5) 晶体三极管

晶体三极管由两个PN结组成，可分为PNP型和NPN 型 两 类，结构和符号分别如图 2-26和图 2-27所示。

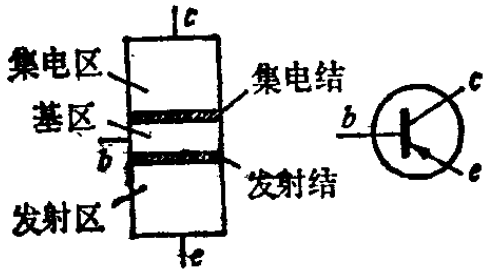



图 2-26 PNP型三极管的结构和符号

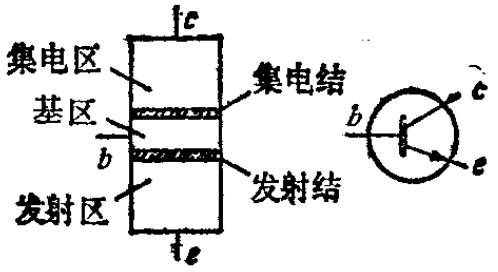
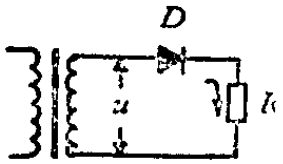
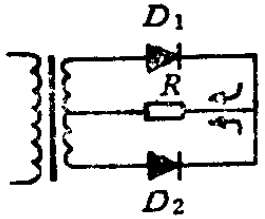
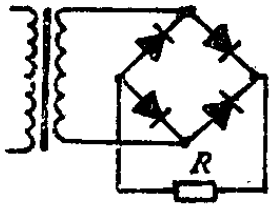
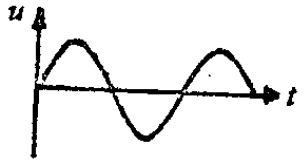
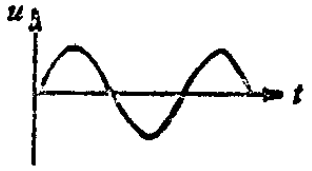
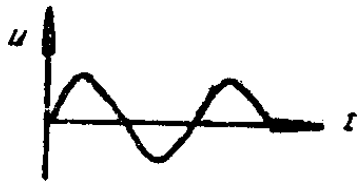
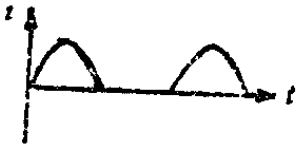
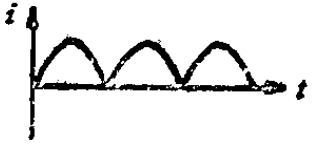
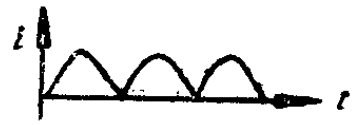



图 2-27 NPN型三极管的结构和符号

晶体三极管在电路中主要起放大作用。当三极管的基极电流有微小的变化时，会引起集电极电流较大的变化，这就是三极管的放大作用。三极管集电极电流的变化量$\Delta I_c$与基极电流的变化量$\Delta I_b$之 比，叫 做 三极管的电流放大系数$\beta$，即

$$\beta=\frac{\Delta I_c}{\Delta I_b}$$

几种常用的单相整流电路

| 电路名称 | | 半波整流 | 全波整流 | 桥式整流 |
|---|---|---|---|---|
| 电路图 | |  |  |  |
| 波形图 | 输入 |  |  |  |
| | 输出 |  |  |  |
| 优缺点 | | 线路简单，元件少；但效率低，直流输出脉动性大 | 效率高；但变压器要中心抽头，制造麻烦，对二极管要求高 | 效率高，对二极管的耐压要求可降低一半，变压器无需抽头；但整流元件较多 |

$\beta$反映了三极管的放大能力。

(6) 集成电路

采用一定的工艺，把一个电路中所需要的晶体管、二极管、电阻、电容和电感等，制作在一小块或几小块晶片上或陶瓷基片上，再用适当的方法进行互连，成为材料、元件和电路紧密联系的具有所需功能的微型结构，叫做集成电路。

**6.超导体**

一些金属、合金和合金的化合物，当温度下降到某一数值时，电阻会突然消失，这种性质叫做超导性，处于超导状态的物体叫做超导体。

超导体可分为两类。第一类在3～7K下会丧失超导性，在弱磁场作用下也会丧失其超导性；第二类在9～21K下，甚致在强磁场内也不会丧失超导性。超导体由于电阻为零，可以允许很大的电流通过，最大的可达100万安培/厘米$^2$。

目前已发现28种元素和一千多种合金和合金的化合物在低温下具有超导性。

超导材料现在已有很多种应用。如超导电机、超导变压器、超导电缆、超导蓄能器、宇宙开发等。超导技术的运用，目前的主要障碍是超导体需要在温度很低的条件下工作。现在许多国家的科学家正在致力寻找临界温度高的超导体。

## 四、磁　　场

**1.磁性、磁体**

物体具有的能够吸引铁类物体(如铁、钴、镍等)的性质叫做磁性。具有磁性的物体叫做磁体。物体的磁性是由分子电流所引起的。

**2.磁极、磁极间的相互作用**

磁体上磁性最强的部分叫做磁极。每个磁体都有两个磁极。其中一个叫做北极($N$极)，另一个叫做南极($S$极)。磁极总是成对出现的。

磁极间的相互作用：同名磁极相互排斥，异名磁极相互吸引。

**3.磁化**

使原来不显磁性的物体在磁场中获得磁性的过程叫做磁化。

把磁介质放在外磁场中，介质内的分子电流在外磁场作用下，原来无规则排列的磁矩变为取向比较一致，从而使磁介质的磁化。

**4.磁场**

磁体周围的空间存在的一种特殊的物质叫做磁场。

磁场的方向规定：放在磁场中某一点的小磁针北极受力的方向，即小磁针静止时北极所指的方向就是该点的磁场方向。

**5.磁力线**

磁力线是为形象地描述磁场分布情况而假想的一些有方向的曲线(图2-28，图2-29)。

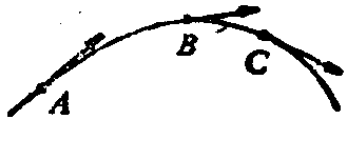
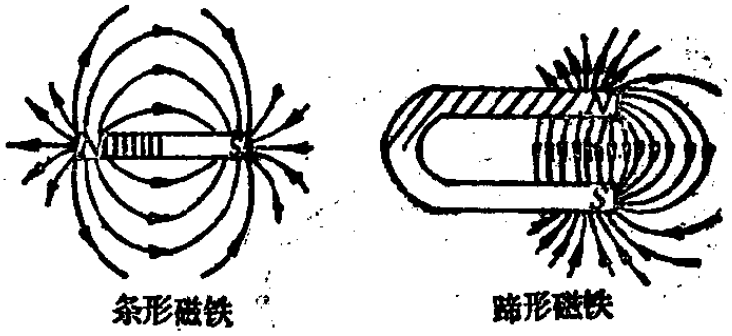



图2-28 磁力线




条形磁铁　　蹄形磁铁

图2-29 永磁体的磁力线

磁力线具有下面几个特点：

①磁力线上每一点的切线方向就是该点的磁场方向。

②磁力线密的地方、磁场强；磁力线疏的地方，磁场弱。

③磁力线都是闭合的曲线，没有起点和终点。在磁体外部，磁力线的方向从北极到南极；在磁体内部，磁力线的方向从南极到北极。

**6.磁感应强度、磁通量**

(1) 磁感应强度

在磁场中垂直于磁场方向的通电导线所受到的磁场的作用力$F$跟导线中的电流强度和导线长度的乘积$Il$的比值，叫做通电导线所在处的磁感应强度。

$$B=\frac{F}{Il}$$

磁感应强度是一个矢量，它的大小反映了磁场的强弱，它的方向就

是该点的磁场方向。

磁感应强度的国际单位制单位是特斯拉。

$$1\text{特斯拉} = 1\frac{\text{牛顿}}{\text{安培}\cdot\text{米}}$$

(2) 匀强磁场

磁感应强度的大小和方向处处相同的磁场区域叫做匀强磁场。在匀强磁场中，磁力线是一些分布均匀的平行直线。

(3) 磁通量

在匀强磁场中，穿过一个与磁场方向垂直的平面的磁通量规定为磁感应强度$B$与这个平面的面积$S$的乘积。

$$\phi = BS$$

穿过某一个面的磁通量在数值上与穿过这个面的磁力线条数相同。

磁通量的国际单位制单位是韦伯。

$$1\text{韦伯} = 1\text{特斯拉} \times 1\text{米}^2$$

7. 地磁场

地球是一个大磁体，它周围的磁场叫做地磁场，它的北极和南极分别叫做地磁北极和地磁南极。地磁北极在地球的地理南极附近，地磁南极在地球的地理北极附近。地磁两极的位置不是固定的，而是随时间的变化略有变化。据1975年的测定，地磁北极位于南纬65°48′，东经139°24′，地磁南极位于北纬76°6′，西经100°。

某地的地磁场的情况可利用磁偏角、磁倾角和水平强度来描述，这三个量叫做地磁三要素。

(1) 磁偏角

在地球上某处，磁针静止时所在的竖直平面叫做磁子午面，磁子午面与水平面的交线叫做磁子午线，磁子午线与地理子午线的交角(图2-30中的$\alpha$)叫做磁偏角。

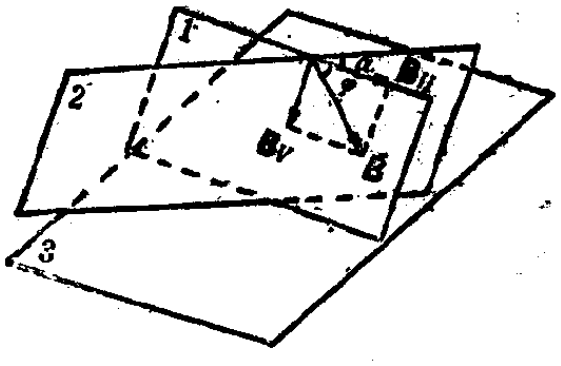



图 2-30

1. 磁子午面　2. 地理子午面　3. 水平面

(2) 磁倾角

在地球某处的磁力线与水平面的夹角（图2-30中的$\varphi$）叫做该处的磁倾角。

（3）水平强度

地磁场的磁感应强度B在水平方向上的分量叫做水平强度（图2-30中的$B_H$）

$$B_H = B\cos\varphi \qquad B_V = B\sin\varphi \qquad \frac{B_V}{B_H} = \operatorname{tg}\varphi$$

式中，$B_V$是B在竖直方向上的分量。

我国的几个主要城市的地磁情况

| 地　名 | 北　纬 | 东　经 | 磁偏角(西) | 倾　角 | 水平强度（$\times 10^{-4}$特斯拉） |
|---|---|---|---|---|---|
| 齐齐哈尔 | 47°22′ | 123°59′ | 7°34′ | 64°27′ | 0.242 |
| 沈阳 | 41°50′ | 123°28′ | 6°04′ | 58°39′ | 0.278 |
| 北京 | 40°00′ | 116°20′ | 4°53′ | 57°18′ | 0.288 |
| 天津 | 39°0.59′ | 117°11′ | 4°04′ | 56°21′ | 0.293 |
| 太原 | 37°51.9′ | 112°33′ | 3°18′ | 55°11′ | 0.301 |
| 济南 | 36°39.5′ | 117°01′ | 3°36′ | 53°06′ | 0.308 |
| 兰州 | 36°03.4′ | 103°48′ | 0°18′ | 53°05′ | 0.312 |
| 郑州 | 34°45′ | 113°43′ | 3°02′ | 50°43′ | 0.320 |
| 西安 | 34°16′ | 108°57′ | 1°42′ | 50°29′ | 0.323 |
| 南京 | 32°03.8′ | 118°48′ | 2°26′ | 46°43′ | 0.231 |
| 上海 | 31°11.5′ | 121°26′ | 2°36′ | 45°38′ | 0.331 |
| 成都 | 30°38′ | 104°03′ | 0°08′ | 45°10′ | 0.344 |
| 汉口 | 30°37′ | 114°20′ | 2°04′ | 44°42′ | 0.341 |
| 杭州 | 30°16′ | 120°08′ | 2°59′ | 44°05′ | 0.337 |
| 南昌 | 28°42.4′ | 115°51′ | 1°51′ | 41°49′ | 0.349 |
| 长沙 | 28°12.8′ | 112°53′ | 0°50′ | 41°11′ | 0.352 |
| 福州 | 26°02.2′ | 119°11′ | 1°43′ | 27°28′ | 0.355 |
| 桂林 | 25°17.7′ | 110°12′ | 0°05′ | 36°13′ | 0.366 |
| 昆明 | 25°04.2′ | 102°42′ | 0°04′ | 35°19′ | 0.372 |
| 广州 | 23°06.1′ | 113°28′ | 0°29′ | 32°01′ | 0.372 |

**8.电流的磁场**

(1) 电流磁场的方向

电流周围存在着磁场，磁场的方向可以用安培定则来确定。

①直线电流的磁场　如图2-31所示，用右手握住直导线，让拇指指向电流方向，则弯曲的四指的指向就是磁场的方向。磁力线分布情况如图2-32所示。

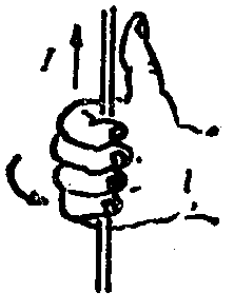



图2-31

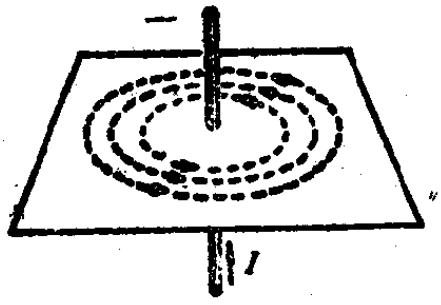



图2-32

②环形电流的磁场　如图2-33所示，用右手握住环形导线，让弯曲的四指指向电流方向，则拇指的指向就是其内部磁场的方向。磁力线分布情况如图2-34所示。

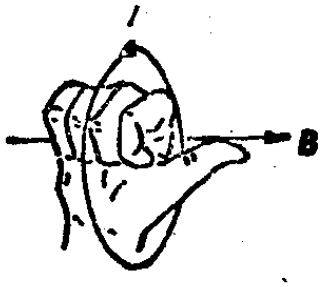



图2-33

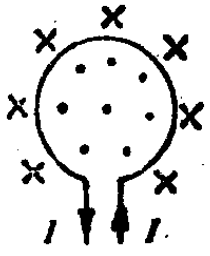



图2-34

③通电螺线管的磁场　与环形电流相同，如图2-35所示，磁力线分布情况如图2-36所示。

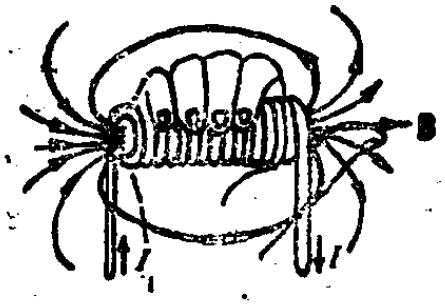



图2-35

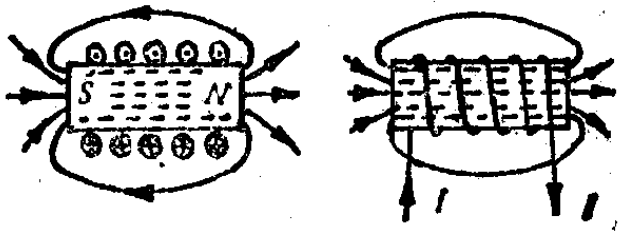



图2-36

2）磁感应强度的大小

①直线电流(在与导线距离为$r$处)

$$B=k\frac{I}{r}$$

②环形电流(环的半径为$r$，在中心处)

$$B=k\frac{\pi I}{r}$$

③通电螺线管(单位管长的匝数为$n$，在管内)

$$B=k\cdot 2\pi nI$$

在各式中，$k$是一个恒量，在国际单位制中，

$$k=2.0\times10^{7}\text{牛顿/安培}^{2}$$

**9.运动电荷的磁场**

带电量为$q$的电荷以速度$v$运动时，在距电荷为$r$处(图2-37)的磁场方向垂直于$v$和$r$所在的平面，磁场的方向遵守安培定则，磁感应强度的大小为

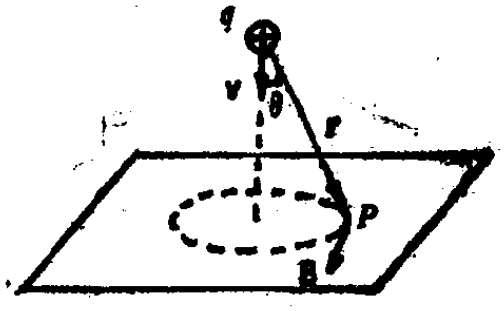



图2-37

$$B=k'\frac{qv\sin\theta}{r^{2}}$$

式中，$\theta$为$v$与$r$的夹角，$k'=10^{7}$牛顿/安培$^{2}$。

**10.磁场对电流或运动电荷的作用力、磁矩**

(1)磁场对电流的作用

在磁感应强度为$B$的磁场中，长度为$l$的通电导线(电流强度为$I$)受到的作用力的方向可以用左手定则来判定：伸开左手，使拇指跟其余四指垂直，并且都跟手掌在一个平面内，让磁力线垂直进入手心，四指指向电流方向，则拇指的指向就是通电导线在磁场中的受力方向。

导线受到的作用力的大小为

$$F=BIl\sin\theta$$

式中，$\theta$为电流方向和磁场方向的夹角，各量均用国际制单位来计算。

(2)磁场对通电线圈的作用、磁矩

通电线圈的磁矩是一个矢量，它的大小等于电流$I$和线圈面积$S$的乘积，即

$$p = IS,$$

磁矩的方向就是线圈平面的正法线方向。在国际单位制中，磁矩的单位是安培·米$^2$。

通电线圈在磁场中受到的力矩的大小为

$$M = Bp\sin\varphi = nBIS\sin\varphi$$

式中，$n$为线圈的匝数，$S$为线圈的面积，$\varphi$为磁场方向和线圈平面的夹角。

磁矩这一概念，可以用来形象地描述分子环形电流的取向和强弱。分子环形电流用安培定则所确定的指向，就是磁矩的方向。据此，可以解释在外磁场作用下，分子电流的排列和取向问题。原子中电子绕原子核运动而产生的磁矩，叫做"轨道磁矩"，由于电子本身自旋而产生的磁矩叫做"自旋磁矩"，或叫做"本征磁矩"。物质的磁性起源于电子的自旋磁矩，除电子外，质子、中子等基本粒子以及各种原子核也具有磁矩。

(3)洛仑兹力

运动电荷在磁场中所受到的作用力叫做洛仑兹力。洛仑兹力的方向如图2-38所示，可用左手定则判定。洛仑兹力的大小为

$$F = qvB\sin\theta$$

式中，$q$为电荷的电量，$v$为电荷运动的速度，$\theta$为电荷运动速度方向与磁场方向的夹角。

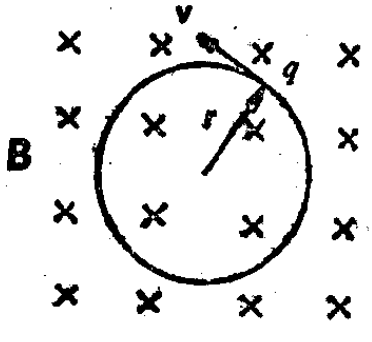


图2-38

11.磁场力的应用

(1)带电粒子在磁场中的运动

在匀强磁场中，带电粒子受到的力的方向总是与它的速度的方向垂直的，因此，这个力只改变速度的方向，不会改变速度的大小，即粒子作匀速运动，运动的轨迹可以是直线，圆或螺旋线。

如果粒子进入磁场时速度的方向与磁场方向相同，则粒子不受力的

作用，运动的轨迹是直线。

如果粒子垂直进入磁场，则粒子作匀速圆周运动(图2-39)。粒子受到的磁场力就是向心力，即

$$F = m\frac{v^2}{r} = qvB$$

圆周的半径 $r = \frac{mv}{qB}$

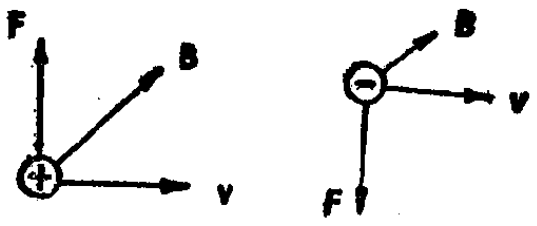



图2-39

粒子的动量 $P = mv = qBr$

粒子的动能 $E_k = \frac{P^2}{2m} = \frac{q^2B^2r^2}{2m}$

运动的周期 $T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$

如果粒子以其它角度进入磁场，则粒子运动的轨迹是螺旋线。

(2)测定带电粒子质量

带电量为$q$的粒子在电势差为$U$的极板间加速后，再垂直进入磁感应强度为$B$的磁场中，测得粒子在磁场中的轨迹的半径，就可用下式算出粒子的质量：

$$m = \frac{B^2qr^2}{2U}$$

利用磁场测定带电粒子质量的仪器叫做质谱仪，应用质谱仪可以对同位素进行系统的研究。

(3)电流天平

电流天平(图2-40)是应用通电导线在磁场中受力的原理制成的。

利用电流天平可以测定磁场的磁感应强度$B$和磁感应常数$k$。

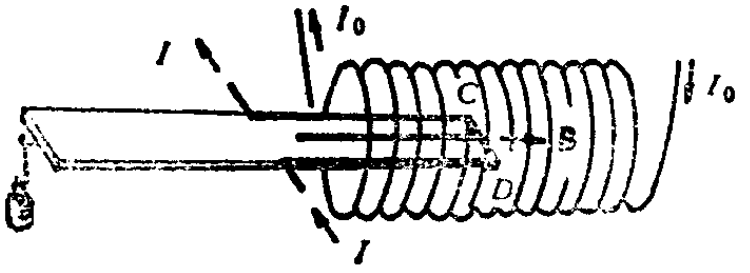



图2-40

把横臂上U形导线的$CD$段放入磁场中，并通以电流$I$，$CD$段受到向下的作用力，挂上砝码$m$使横臂平衡，则

$$B=\frac{mg}{IL}$$

式中，$L$是$CD$的长度。

如果电流天平的U形导线是放在如图2-30所示的通电(电流强度为$I_0$)螺线管中，设螺线管的匝数为$N$，则

$$k=\frac{mg}{2\pi NII_0L}$$

## 五、电磁感应

**1.电磁感应**

利用导体和磁场的相对运动或磁场的变化产生电动势(或电流)的现象叫做电磁感应现象。前者属第一类电磁感应现象，后者属第二类电磁感应现象。在电磁感应中出现的电动势和电流，叫做感生电动势和感生电流。

**2.感生电动势和感生电流的产生条件**

(1) 第一类电磁感应现象

如图2-41所示，导体在磁场中作切割磁力线运动时，导体内就产生感生电动势，如果导体是闭合电路的一部分，就产生感生电流。

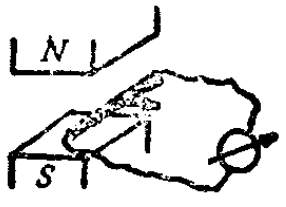



图2-41

(2) 第二类电磁感应现象

如图2-42所示，穿过线圈的磁通量发生变化时，线圈里就产生感生电动势，如果电路是闭合的，电路中就产生感生电流。

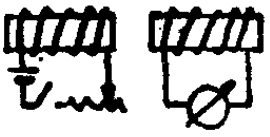


图 2-42

(3) 两类电磁感应现象在本质上的差异

在第一类电磁感应现象中，导体在稳恒磁场中以一定的速度作切割磁力线运动，它所以会产生感生电动势是由于导体中运动电荷(导体中自由电子)在磁场中受力(洛仑兹力)的作用，使导体两端出现正负电荷分布，当达到稳定时，导体两端形成一定的电势差；在第二类电磁感应现象中，在变化的磁场周围空间里产生电场，导体中的电荷受到电场的作用力而产生感生电动势。

3.楞次定律

感生电动势(或感生电流)的方向可以由右手定则或楞次定律来确定。右手定则常用于判断第一类电磁感应现象中产生的感生电动势的方向；楞次定律常用于判断第二类电磁感应现象中产生的感生电动势的方向。

(1) 右手定则

伸开右手，使拇指跟其余四指垂直，并且都跟手掌在一个平面内，让磁力线垂直穿过手心，拇指指向导体切割磁力线的方向，则四指的指向就是感生电动势(或感生电流)的方向(图2-43)。

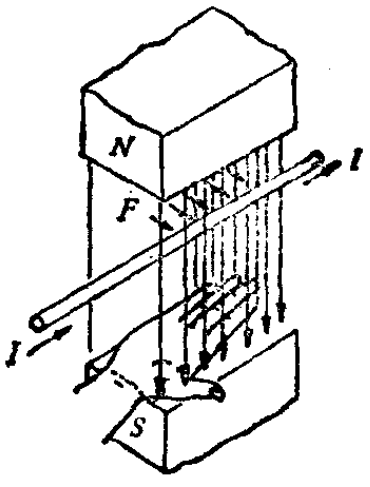



图2-43

右手定则是楞次定律在特殊情况中的应用。

(2) 楞次定律

感生电流的方向，总是要使感生电流的磁场阻碍引起感生电流的磁通量的变化。这就是楞次定律。

楞次定律揭示了感生电流的磁场与原磁场的关系。当穿过线圈的原磁通量增加(即原磁场增强)时，那么感生电流的磁场跟原磁场反向，而

阻碍磁通量的增加；当原磁通量减小(即原磁场减弱)时，感生电流的磁场跟原磁场同向，而阻碍原磁通量的减小。

运用楞次定律的步骤：

①确定原磁场的方向(即穿过线圈的磁力线方向)；

②明确穿过线圈的磁通量的变化情况(即增加还是减小)；

③根据楞次定律确定感生电流所产生的磁场的方向；

④根据感生电流的磁场方向，利用安培定则确定感生电流方向。

**4.法拉第电磁感应定律**

(1) 法拉第电磁感应定律

电路中感生电动势的大小，跟穿过这一电路的磁通量的变化率成正比，即

$$\varepsilon=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\quad\text{(对单匝线圈)}$$

$$\varepsilon=n\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\quad\text{(对}n\text{匝线圈)}$$

式中，$\varepsilon$表示在时间$\Delta t$内的平均感生电动势、单位为伏特，$\Delta t$表示时间变化量、单位为秒，$\Delta\phi$表示在时间$\Delta t$内的磁通量的变化量、单位为韦伯，$n$为线圈匝数。这两式适用于一切电磁感应现象，常用于计算第二类电磁感应现象中的感生电动势。

(2) 法拉第电磁感应定律在第一类电磁感应现象中的运用

在磁场中运动导线里的感生电动势($\varepsilon$)的大小，跟磁感应强度($B$)，导线长度($l$)，运动速度($v$)以及运动方向和磁力线方向的夹角的正弦($\sin\theta$)成正比，即

$$\varepsilon=Blv\sin\theta$$

式中，$B$的单位为特斯拉，$l$的单位为米，$v$的单位为米/秒，$\varepsilon$是某个时刻或某个位置的瞬时值、单位为伏特。

(3) 法拉第电磁感应定律和楞次定律的综合表达式

$$\varepsilon=-\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\text{(对单匝线圈)}$$

$$\varepsilon=-n\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\text{(对}n\text{匝线圈)}$$

式中，负号表示感生电动势的方向总是要使它的感生电流的磁场去阻碍磁通量的变化。

**5.自感现象**

由于导体本身的电流发生变化而产生的电磁感应现象，叫做自感现象。自感现象中产生的感生电动势，叫做自感电动势。

(1) 自感电动势($\varepsilon$)的大小跟引起自感现象的电流的变化率($\frac{\Delta I}{\Delta t}$)成正比，即

$$\varepsilon = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

式中，$L$为自感系数，它是由线圈本身的特性决定的。自感系数的国际单位制单位是亨利，常用单位还有毫亨和微亨。

1亨利 = 1伏特·秒/安培

1毫亨 = $10^{-3}$亨利

1微亨 = $10^{-6}$亨利

(2) 法拉第电磁感应定律和楞次定律在自感现象中的综合表述式

$$\varepsilon = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

式中负号表示自感电动势总是要阻碍导体中原来电流的变化。

## 六、交 流 电

**1.交流电的产生和变化规律**

强度和方向都随时间作周期性变化的电流叫做交变电流，简称交流电。

一般使用的交流电是按正弦规律变化的，叫做正弦交流电。把矩形线圈放在匀强磁场中绕垂直于磁力线的轴匀速转动，在线圈中就有正弦交流电产生。

正弦交流电电动势和电流强度的示性方程为

$$e = \varepsilon_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

**2.表征交流电的一些物理量**(见260页表)。

| 物理量 | | 符号 | 单位 | 定义及物理意义 | 物理量之间的关系 |
|---|---|---|---|---|---|
| 周期 | | $T$ | 秒 | 交流电变化一周所需的时间 | 频率和周期的关系 $f=\frac{1}{T}$，$T=\frac{1}{f}$ |
| 频率 | | $f$ | 赫兹(Hz) | 交流电在每秒钟内变化的周数 | |
| 角频率 | | $\omega$ | 弧度/秒 | 交流电在每秒钟内相位角的变化量 | 频率、周期、角频率的关系：$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$ |
| 瞬时值 | 电动势 | $e$ | 伏特 | 交流电动势在某一时刻的值 | 即时值与最大值的关系，如交流电的示性方程所示<br>交流电的有效值与最大值的关系：<br>$e=\frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}}=0.707\varepsilon_m$<br>$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=0.707I_m$<br>$U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}=0.707U_m$ |
| | 电流 | $i$ | 安培 | 交流电流在某一时刻的值 | |
| | 电压 | $u$ | 伏特 | 交流电压在某一时刻的值 | |
| 最大值 | 电动势 | $\varepsilon_m$ | 伏特 | 瞬时值中的最大者(又叫峰值) | |
| | 电流 | $I_m$ | 安培 | | |
| | 电压 | $U_m$ | 伏特 | | |
| 有效值 | 电动势 | $\varepsilon$ | 伏特 | 一直流电与一交流电分别通过等值电阻，如果在同一时间内两者产生的热量相等，则这个直流电的电动势、电流、电压的数值分别叫做这个交流电的电动势、电流、电压的有效值 | |
| | 电流 | $I$ | 安培 | | |
| | 电压 | $U$ | 伏特 | | |

（续上表）

| | | | |
|---|---|---|---|
| 相位 | $\omega t+\varphi_0$ | 弧度或度 | 交流电即时值的表达式 $e=\varepsilon_m\sin(\omega t+\varphi_0)$ 中，正弦（或余弦）符号后面相当于角度的量（它是某一时刻 $t$ 线圈平面与中性面所成的角度），又叫相、相位角、位相或周相 |
| 初　相 | $\varphi_0$ | 弧度或度 | $t=0$ 时刻的相位 $\varphi_0$ 叫做初相，它反映交流电的初始值 |
| 相　差 | $\varphi_2-\varphi_1$ | 弧度或度 | 两个同频率的正弦交流电 $e_1$ $e_2$ 的相位之差，叫做相差 |

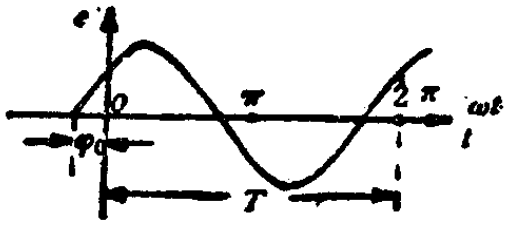



图2-44

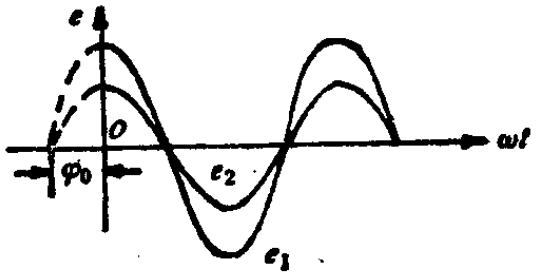



图2-45

**3.交流电的图象**

(1) 初相为$\varphi_0$的交流电的图象(图2-44，见261页)

$$e=e_m\sin(\omega t+\varphi_0)$$

(2) 两个同相的交流电的图象(图2-45，见261页)

$$e_1=e_{m1}\sin(\omega t+\varphi_1)$$

$$e_2=e_{m2}\sin(\omega t+\varphi_2)$$

$e_1$与$e_2$同相：

$$\varphi_1=\varphi_2=\varphi_0$$

(3) 两个反相的交流电的图象(图2-46)

$e_1$与$e_2$反相：

$\varphi_1-\varphi_2=180^\circ$

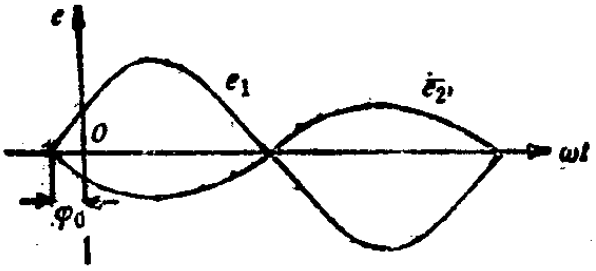



图2-46

(4) 两个有相差($\varphi\neq0$，$\varphi\neq180^\circ$)的交流电的图象(图2-47)

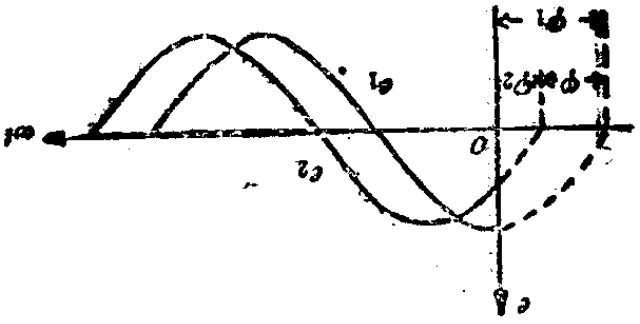


图2-47

$e_1$比$e_2$超前$\varphi$或$e_2$比$e_1$落后$\varphi$

$\varphi_1-\varphi_2=\varphi$

**4.交流电路**

(1) 纯电阻电路

对于交流电，纯电阻电路中电流与电压相位相同(图2-48)，即

$$u=U_m\sin\omega t$$

$$i=I_m\sin\omega t$$

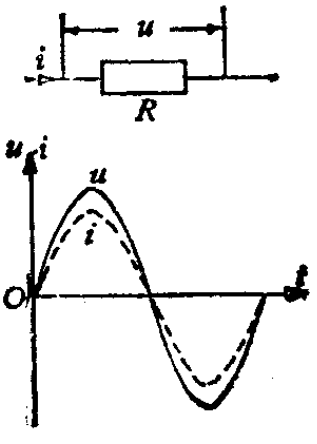



图2-48

电流与电压有效值的关系是

$$I=\frac{U}{R}$$

在交流电路中，电阻可以起限流、分压、分流作用。

(2) 纯电容电路

对于交流电，纯电容电路中电流的相位较电压超前90°（图2-49），即

$$u=U_m\sin\omega t$$

$$i=I_m\sin(\omega t+90°)$$

电流与电压有效值的关系是

$$I=\frac{U}{X_c}$$

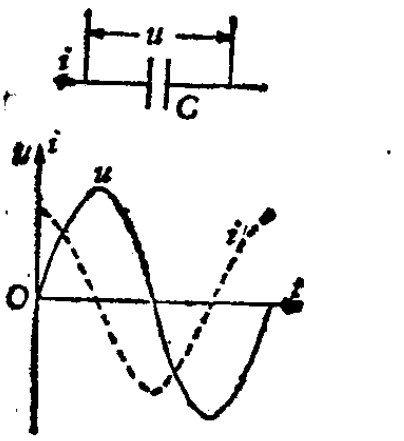



图2-49

其中 $X_c=\frac{1}{\omega c}=\frac{1}{2\pi fc}$

叫做容抗。上式中，$f$、$c$、$X_c$的单位分别是赫兹、法拉、欧姆。

在交流电路中，电容器可以起隔断直流、导通交流的作用。由于对同一电容器，容抗与频率成反比，故电容器还可以起阻低频、通高频的作用。

(3) 纯电感电路

对于交流电，纯电感电路中电流的相位较电压落后90°（图2-50），即

$$u=U_m\sin\omega t$$

$$i=I_m\sin(\omega t-90°)$$

电流与电压有效值的关系是

$$I=\frac{U}{X_L}$$

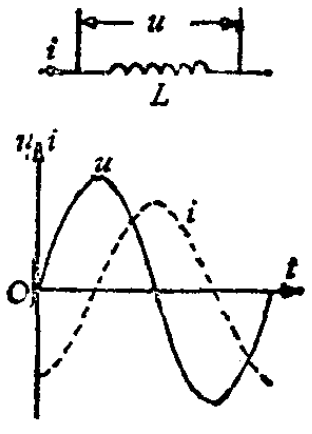



图2-50

其中 $X_L=\omega L=2\pi fL$

叫做感抗。上式中，$f$、$L$、$X_L$的单位分别是赫兹、亨利、欧姆。

在交流电路中，电感器可以起阻碍交流、导通直流的作用。由于对同一电感器，感抗与频率成正比，故电感器还可以起阻高频、通低频的

作用。

**5.变压器**

(1) 基本构造

变压器是一种用以改变电压、电流和变换阻抗的装置。它由套在铁芯上的原线圈和副线圈组成，如图2-51所示，在大型变压器中，还用油剂来加强绝缘并进行冷却。

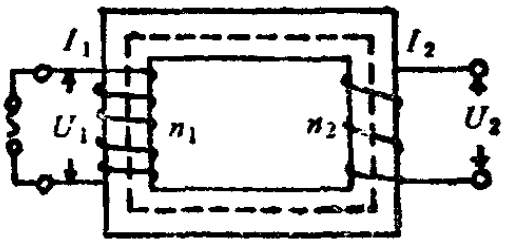



图2-51 变压器构造示意图

(2) 变压原理

在原线圈上加一交变电压$U_1$，在原线圈中就有交流电流$I_1$通过，铁芯被磁化产生交变磁通量，这一交变磁通量同时穿过原、副线圈，因而在原、副线圈中都产生了交变的感生电动势$e_1$和$e_2$。由于副线圈中存在$e_2$，它的两端也就出现交变电压$U_2$。如果副线圈电路是闭合的，就有交变电流$I_2$产生。

(3) 理想变压器

如果变压器原、副线圈的电阻和铁芯的热损耗都可以忽略不计，穿过原、副线圈的磁通量又总是相同，这样的变压器就叫做理想变压器。理想变压器原、副线圈的电压$U_1$、$U_2$，电流$I_1$、$I_2$，功率$P_1$、$P_2$与原副线圈匝数$n_1$、$n_2$之间的关系是

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}$$

$$\frac{I_1}{I_2}=\frac{n_2}{n_1}$$

$$P_1=P_2$$

(4) 变压器的作用

变压器可以用来改变交流电的电压，$n_2$小于$n_1$的变压器可以降低电压，叫做降压变压器；$n_2$大于$n_1$的变压器可以提升电压，叫做升压变压器。在实际中，常利用变压器提供用电器需要的各种不同的电压。在远距离输电线路中，为了减小输电导线上的电能损耗，在发电站应用变压器升压，采取高压输电，到用电地区再用变压器降压，进行低压配电。

**6.交流电的功率**

(1) 交流电的有功功率

交流电的电流对外做功的功率(或者交流电路实际消耗的功率)，叫做交流电的有功功率。用$P$表示。它的单位是瓦特或千瓦。

(2) 交流电的无功功率

在有电感器或电容器的交流电路里，一部分电流的能量和电感器的磁场能(或电容器里的电场能)往复转化，不对外做功，交流电提供这部分能量的功率叫做交流电的无功功率。无功功率的计算公式是

$$Q = I(U_L - U_C)$$

式中，$U_L$和$U_C$分别为电感器两端的电压及电容器两端的电压。无功功率的单位是无功伏安(又叫乏)或无功千伏安(又叫千乏)。

(3) 交流电的视在功率

交流电的无功功率与有功功率的总和叫做交流电的视在功率。交流电的视在功率($S$)在数值上等于交流电流的有效值($I$)和交流电压的有效值($U$)的乘积，即

$$S = UI$$

视在功率的单位是伏安或千伏安。

(4) 功率因数

交流电的有功功率与视在功率之比，叫做交流电的功率因数。功率因素等于电流和电压的相位差$\varphi$的余弦，即

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}$$

在纯电阻电路里，$\cos\varphi = 1$；

在纯电容电路里，$\cos\varphi = 0$；

在纯电感电路里，$\cos\varphi = 0$。

(5) 提高功率因数的途径

在视在功率为一定的情况下，提高功率因素可以增大有功功率$P$，从而提高供电设备的利用率。在实际电路中，经常使用电动机、变压器等电感性设备，电流的相位落后于电压的相位，存在一定的相差。倘若在电路里并联适当的电容器，发挥电容器能使电流相位超前电压相位的

作用，以抵消电感器所引起的相差，从而使电流和电压的相差 $\varphi$ 减小，就可以达到提高功率因数的目的。

## 七、电磁振荡和电磁波

### 1.电磁振荡

大小和方向都作周期性变化的电流叫做振荡电流。能够产生振荡电流的电路叫做振荡电路。如图2-52所示，由一个自感线圈 $L$ 和一个电容器 $C$ 组成的简单振荡电路，简称 $LC$ 回路。$LC$ 回路里产生的振荡电流，跟交流电一样，是按正弦规律变化的。

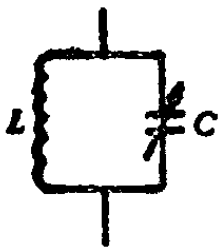


图2-52

在振荡电路中，电荷和电流以及跟它们相联系的电场和磁场都作周期性变化，这种现象叫做电磁振荡。

(1) 电磁振荡的能量

在电磁振荡中，电场能和磁场能互相转变。图2-53所示的是 $LC$ 回路中电容器里的电场能、线圈周围的磁场能、电路里的振荡电流和电压的变化关系。

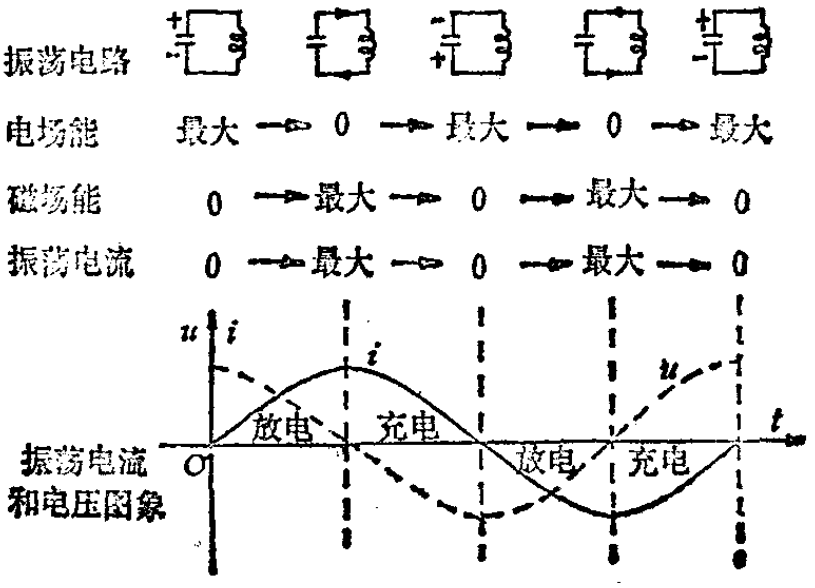



图2-53

(2) 无阻尼振荡和阻尼振荡

在电磁振荡中，如果没有外界的影响和能量的损失，振荡电流的振幅就不会改变。这种振幅不变的振荡叫做无阻尼振荡(又叫做无阻尼自由振荡或等幅振荡)。振荡电路中，振荡电流的振幅随着时间减小的振荡叫做阻尼振荡(又称减幅振荡)。在阻尼振荡中，振荡电路里有一部分能量转变为热能散失掉，还有一部分能量要向外辐射出去，使振荡过程中能量不断减小。振荡器借助晶体管(或电子管)周期地把电源的能量去补偿振荡电路中的能量损耗，可以使阻尼振荡变为等幅振荡。

(3) 电磁振荡的周期和频率

电磁振荡完成一次周期性变化需要的时间叫做周期；一秒钟内完成周期性变化的次数叫做频率。无阻尼自由振荡的周期(或频率)，叫做振荡电路的固有周期(或固有频率)，简称振荡电路的周期(或频率)。$LC$回路的周期$T$、频率$f$跟线圈的自感系数$L$、电容器的电容$C$的关系是

$$T=2\pi\sqrt{LC}, \qquad f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

式中，$T$、$f$、$L$、$C$的单位分别是秒、赫兹、亨利、法拉。这个公式指出，改变振荡电路的周期(或频率)的方法是改变电容$C$或自感系数$L$。

**2.电磁场和电磁波**

(1) 电磁场

任何变化的电场都要在周围空间产生磁场，振荡电场在周围空间产生频率相同的振荡磁场；任何变化的磁场都要在周围空间产生电场，振荡磁场在周围空间产生频率相同的振荡电场。这种变化的电场和磁场总是相互联系着的，形成一个不可分离的统一体，叫做电磁场。

(2) 电磁波

电磁场由发生的区域向周围空间传播就形成电磁波。电磁波是横波。在电磁波中，电场和磁场是同时传播的，电场强度和磁感应强度到达最大值和零值的时刻是同步的。

在真空中，电磁波的传播速度等于光速$c$，电磁波的波速$c$、频率$f$、波长$\lambda$的关系是

$$c=f\lambda$$

由于电磁波能够在空间中传播，可以利用它向远方传递信号，因此，电磁波在科学技术中已经得到了十分广泛的应用，例如无线电报、无线电广播、电视、传真、雷达等。在这些应用中所使用的电磁波的波长从几毫米到几千千米，叫做无线电波。

无线电波的波段表

| 波段 | 波长(米) | 频率(赫) | 传播特点 | 主要应用 |
|---|---|---|---|---|
| 长波 | 30000～3000 | 10～100 ×10³ | 全靠地波在地面和水中传播，传播距离受昼夜影响很小 | 电报通讯、远洋长距离通讯，潜水艇通讯 |
| 中波 | 3000～200 | 100～1500 ×10³ | 主要依靠地波传播，白天传播易被电离层吸收，所以传播不远。晚上可传播很远。即衰减日大夜小，夏季大，冬季小 | 100～500千赫多用于海洋通讯<br>500～1500千赫用于无线电广播 |
| 中短波 | 200～50 | 1.5～6 ×10⁶ | 地波和天波同时传播，传播距离很远。衰减受时日影响显著 | 电报通讯、业余无线电通讯、无线电广播 |
| 短波 | 50～10 | 6～30 ×10⁶ | 主要依靠天波传播，传播距离远，受时日影响极大 | |
| 超短波 | 10～1 | 30～300 ×10⁶ | 一般按直线传播，仅能在二地视线间传播 | 近距离直线通讯、电视、导航 |
| 微波 | 1～0.1（分米波） | 0.3～3 ×10⁹ | 一般按直线传播；仅能在二地视线间传播 | 电视、雷达、导航、接力通讯、其他专门用途 |
| | 0.1～0.01（厘米波） | 3～30 ×10⁹ | | |
| | 0.01～0.001（毫米波） | 30～300 ×10⁹ | 一般按直线传播；仅能在二地视线间传播 | 雷达、导航、其他专门用途 |

我国目前使用的电视频道

| 频道 | 频率范围 (MHz) | 图象载频 (MHz) | 伴音载频 (MHz) | 频道中心频率 (MHz) | 频道中心波长 (m) | 本机振动频率 (MHz) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 48.5～56.5 | 49.75 | 56.25 | 52.5 | 5.71 | 84 |
| 2 | 56.5～64.5 | 57.75 | 64.25 | 60.5 | 4.91 | 92 |
| 3 | 64.5～72.5 | 65.75 | 72.25 | 68.5 | 4.33 | 100 |
| 4 | 76～84 | 77.25 | 83.75 | 80 | 3.75 | 111.5 |
| 5 | 84～92 | 85.25 | 91.75 | 88 | 3.41 | 119.5 |
| 6 | 167～175 | 168.25 | 174.75 | 171 | 1.75 | 202.5 |
| 7 | 175～183 | 176.25 | 182.75 | 179 | 1.63 | 210.5 |
| 8 | 183～191 | 184.25 | 190.75 | 187 | 1.60 | 218.5 |
| 9 | 191～199 | 192.25 | 198.75 | 195 | 1.54 | 226.5 |
| 10 | 199～207 | 200.25 | 206.75 | 203 | 1.48 | 234.5 |
| 11 | 207～215 | 208.25 | 214.75 | 211 | 1.42 | 242.5 |
| 12 | 215～223 | 216.25 | 222.75 | 219 | 1.37 | 250.5 |

**3.电磁波的发射和接收**

利用电磁波传递讯号时，在发射讯号的地方，把讯号调制在电磁波上，用开放电路向空间发射出去；在接收讯号的地方，用接收电路接收电磁波，再经过检波把讯号解调出来。电磁波的发射、传播、接收的过程，同时也是电磁场的能量的辐射、传播、接收的过程。

(1) 电磁波的发射

发射电磁波要采用开放振荡电路。由天线、地线和线圈组成的开放电路(图2-54)，可以将电磁场的能量很好地辐射出去。辐射能量的本领还跟振荡频率有关，频率越高，向外辐射能量的本领就越大。因此，无线电技术中使用的振荡电流的频率通常都在几百千赫以上，并且用感应耦合的方法使开放电路产生振荡电流。

根据 $f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$，要提高振荡频率，必须降低振荡电路的电感

和电容。因此，开放电路的电容和电感都很小。

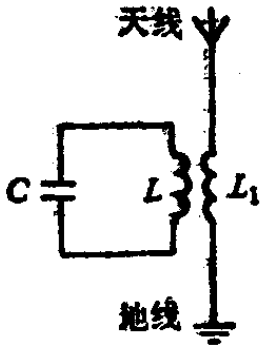



图2-54

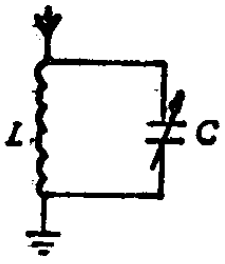



图2-55

(2) 电磁波的接收

当接收电路(图2-55)的固有频率 $f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ 跟收到的电磁波的频率相同时，接收电路中产生的振荡电流最强，这种现象叫做电谐振。使接收电路产生电谐振的过程叫做调谐，能够调谐的接收电路叫调谐电路。

从经过调制的高频振荡电流中取出调制讯号的过程，叫做检波。图2-56虚线右边所示的是简单收音机的晶体二极管检波电路，它利用晶体二极管的单向导电性把经过调制的高频振荡电流变成单向脉动电流，再利用电容$C_2$滤去单向脉动电流的高频成分，让剩下的音频电流进入耳机使其振动片随讯号而振动发声。

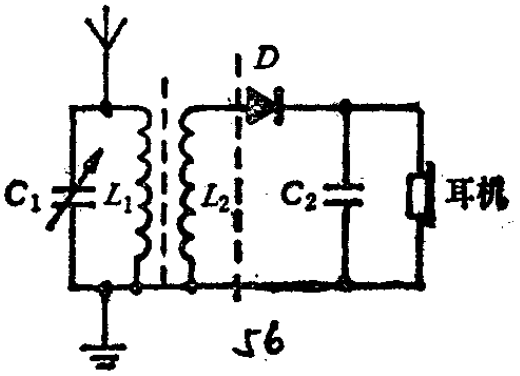



图2-56

# 光　学

## 一、几何光学

### 1.光的传播

(1) 光源

本身能够发光的物体叫做光源或发光体。

点光源　如果光源是一个很小的发光点，或者光源的大小比它到观察点的距离小得多，这种光源就叫做点光源。

(2) 光的直线传播

光在同一种均匀媒质里沿直线传播。日常生活中观察到的小孔成像、本影和半影、日食和月食等，都是光在同一均匀媒质里沿直线传播所形成的现象。

人的眼睛是根据光沿直线传播的规律来确定物体的形状和位置的。

(3) 光的独立传播

个别光束在某一区域内的传播，与是否有其它光束在这区域内同时传播无关。就是说，两束光线相遇时互不干扰。

(4) 本影和半影

本影　一个点光源发出的光线射到一个不透明的物体上，在物体的后面形成一个黑暗的阴影区，叫做物体的本影。如图2-57所示。

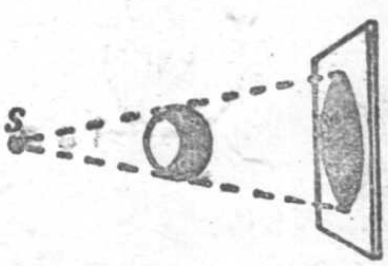



图2-57　本影的形成

半影　不能看作点光源的发光体或者两个和两个以上的点光源发出的光线照在一个物体上，那么在物体的本影周围还存在着暗淡的阴影区，这个阴影区叫做物体的半影，如图2-58所示。

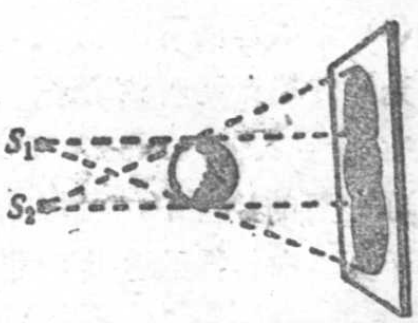



图2-58　半影的形成

(5) 日食和月食

日食　当月球运行到太阳和地球之间时，月球的影子投射到地球表面上，就会发生日食现象。处在月球本影区域里的人，这时完全看不见太阳，这种现象叫做日全食。在月球半影区域里的人，这时看见太阳缺少了一部分，这种现象叫做日偏食。如图2-59所示。

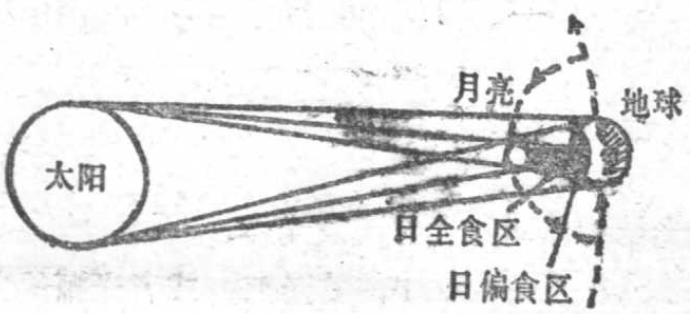



图2-59　日食

月食　当月球运行到地球的本影里面时，就会发生月食现象。发生月食时，如果整个月球全部进入地球的本影里，叫做月全食；如果月球只有一部分被地球的本影遮蔽，就叫做月偏食。如图2-60所示。

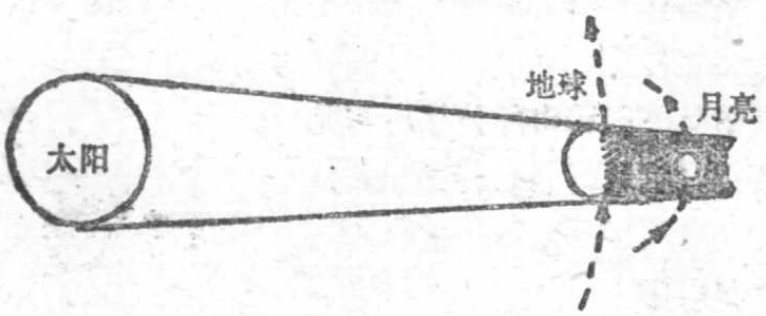



图2-60　月食

(6) 光的速度

光的传播速度叫做光速。光在真空中的速度是

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{米/秒}$$

在一般的计算中，可取 $c = 3 \times 10^8$ 米/秒。光在空气中传播的速度略小于真空中传播的速度，也可认为是 $3 \times 10^8$ 米/秒。光在其它媒质里传播的速度都小于真空中的光速。例如，在水中的光速约是 $\frac{3}{4}c$，在

水晶中的光速约是$\frac{2}{3}c$，在金刚石中的光速约是$\frac{2}{5}c$。

**2.光的反射和折射**

(1) 在两种媒质界面上的光现象

当光线射到两种媒质界面时，光就分成两部分：一部分改变传播的方向，折回原来的媒质中，叫做光的反射；另一部分进入另一种媒质，一般也从界面起改变传播的方向，叫做光的折射，如图2-61所示。

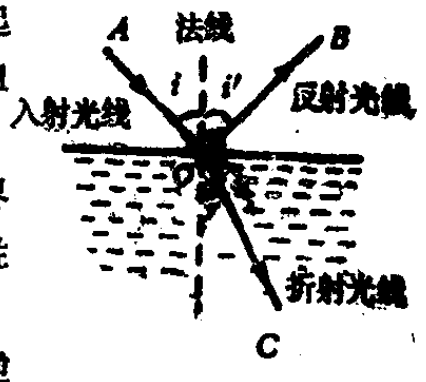


图2-61

光的反射和折射现象是光在两种媒质界面同时存在的，其光能的分配则由媒质的性质和入射角的大小所决定。

在光的反射和折射现象中，光路是可逆的。

(2) 光的反射定律

①反射光线在入射光线和法线所决定的平面里，反射光线和入射光线分居在法线的两侧；

②反射角$i'$等于入射角$i$。

(3) 漫反射

如果物体的表面是粗糙的，各点的法线就不平行，因此即使入射光线是平行的，反射光线也不会沿同一方向传播，这种现象叫做漫反射。

(4) 光的折射定律

①折射光线在入射光线和法线所决定的平面里，折射光线和入射光线分居在法线的两侧；

②入射角的正弦跟折射角的正弦之比，对于给定的两种媒质来说，是一个常数，这个常数叫做光从第一种媒质射入第二种媒质时的折射率$n_{21}$，即

$$\frac{\sin i}{\sin r}=n_{21}$$

当光线垂直照射到两种媒质的界面时，进入另一种媒质的光线并不

改变它原来的传播方向。

(5) 折射率

相对折射率　光从第一种媒质射入第二种媒质时的折射率 $n_{21}$，叫做第二种媒质对于第一种媒质的相对折射率，其数值等于光在第一种媒质里传播的速度 $v_1$ 跟在第二种媒质里传播的速度 $v_2$ 之比，即

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21} = \frac{v_1}{v_2}$$

绝对折射率　光从真空射入某种媒质时的折射率 $n$，叫做这种媒质的绝对折射率，简称折射率。

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{c}{v}$$

相对折射率与绝对折射率的关系是

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{n_{12}}$$

几种媒质的折射率

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 空　气 | 1.0003≈1 | 甘　油 | 1.47 | 有机玻璃 | 1.49 |
| 水蒸汽 | 1.026 | 冰 | 1.31 | 石　英 | 1.54 |
| 水 | 1.33 | 光学玻璃 | 1.4～1.8 | 红宝石 | 1.76 |
| 酒　精 | 1.36 | 普通玻璃 | 约1.5 | 金刚石 | 2.42 |

(6) 全反射

如果让光线从光密媒质射向光疏媒质(两种媒质相比较，光速较大的媒质，叫做光疏媒质；光速较小的媒质，叫做光密媒质)，折射角就大于入射角，增大入射角，可以使折射角等于90°，这时的入射角叫做临界角．当入射角等于或大于临界角时，光线就会全部反射回光密媒质，这种现象叫做全反射。

临界角C的计算公式是

$$\sin C = n_{\text{疏密}} = \frac{n_{\text{疏}}}{n_{\text{密}}}。$$

当光从某种媒质射向空气(或真空)时，

$$\sin C=\frac{1}{n}.$$

几种媒质相对于空气(或真空)的临界角

| 水 | 48.5° | 各种玻璃 | 30°～42° |
|---|---|---|---|
| 酒　精 | 47° | 二硫化碳 | 38° |
| 甘　油 | 43° | 金刚石 | 24.4° |

3.光学器件及实成像

(1) 平面镜

反射面是平面的镜，叫做平面镜。物体在平面镜里成一个正立的虚像，这个虚像跟物体大小相等，像和物体对镜面互相对称，如图2-62所示。

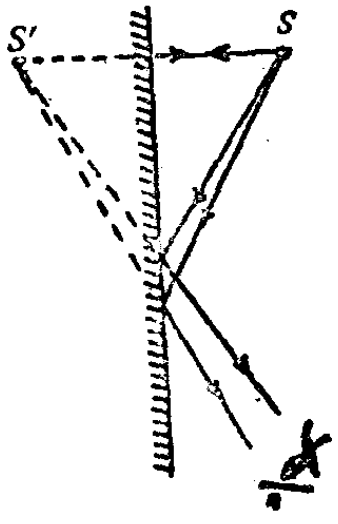



图2-62

(2) 球面镜

反射面是球面的一部分的镜，叫做球面镜，其中反射面是凹的叫做凹面镜或凹镜，反射面是凸的叫凸面镜或凸镜。

球面镜球面的中心点$O$叫做顶点，通过顶点和球心$C$的直线叫做主轴。球面的半径$R$叫做曲率半径。沿主轴射到球面镜上的近轴平行光

线，经镜面反射后(或将反射光线反方向延长时)会聚于主轴上的一点$F$，这一点叫做焦点，其中凹面镜的焦点是实焦点，凸面镜的焦点是虚焦点。焦点到顶点的距离叫做焦距($f$)。在近轴条件下，球面镜的焦距等于球面曲率半径的一半，即$f=R/2$。如图2-63所示。

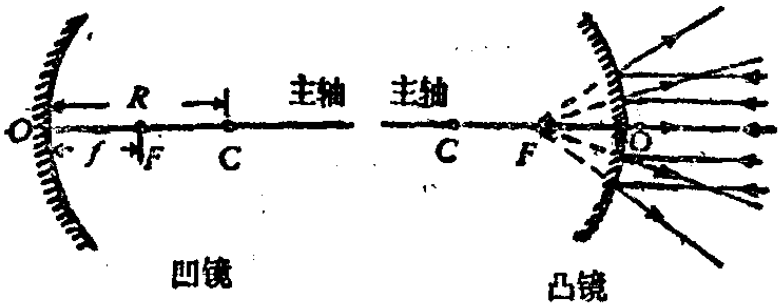



图2-63

物体在球面镜里所成的像可以利用作图求得，如图2-64所示。

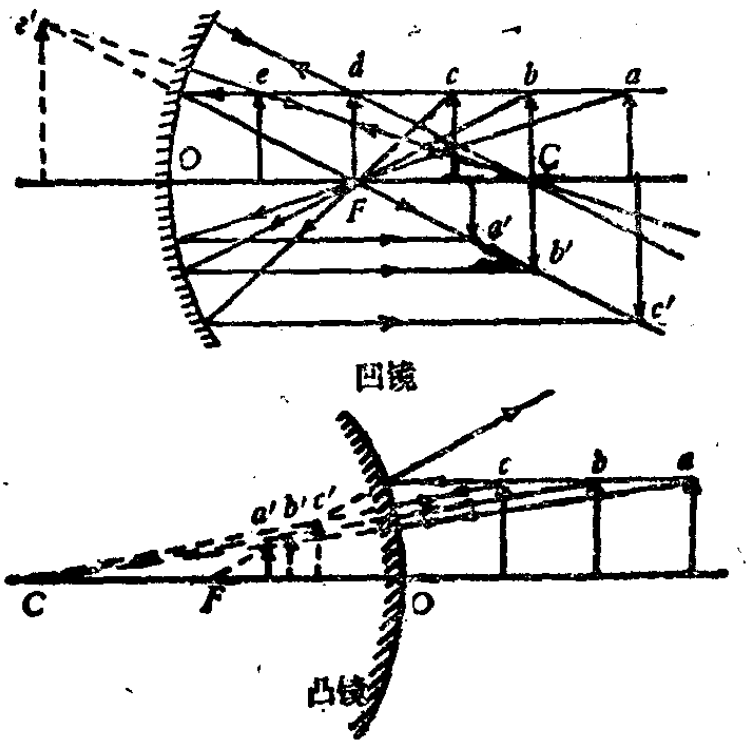



图2-64

平面镜、球面镜成像情况比较

| 镜的种类 | | 物的位置 | 像的位置 | 像的大小 | 像的性质 | 成像公式 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 平面镜 | | 镜前任意处 | 镜后 ($v$是负值) | 与物相等 | 正立虚像 | $v=-u$ |
| 球面镜 | 凹镜 | $u\to\infty$ | $v\to f$ | 一点 | 实像 | $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$ $f=\frac{R}{2}$ $m=\frac{v}{u}$ |
| | | $u>2f$ | $2f>v>f$ | 缩小 | 倒立实像 | |
| | | $u=2f$ | $v=2f$ | 与物相等 | | |
| | | $f<u<2f$ | $v>2f$ | 放大 | | |
| | | $u=f$ | $v\to\infty$ | 不成像 | | |
| | | $u<f$ | 镜后 ($v$是负值) | 放大 | 正立虚像 | |
| | 凸镜 | 镜前任意处 | 镜后 ($v$是负值) | 缩小 | 正立虚像 | $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$ $f=\frac{R}{2}$ |

表中，$u$表示物体到镜的距离，叫做物距，$v$表示像到镜的距离，叫做像距。物距$u$一般取正值，而象距$v$的值可正可负：成实像时，$v>0$，成虚像时，$v<0$。

(3) 平行透明板

有两个表面是互相平行的平面的透明体，叫做平行透明板。光线通过平行透明板后，传播方向不会改变，但侧移了一段距离，所侧移的距离与入射角、平行透明板的厚度有关，如图2-65所示。

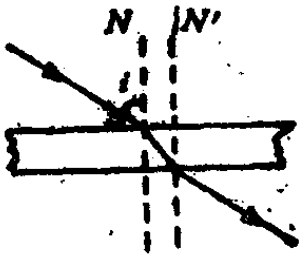


图2-65

(4) 棱镜

几何形状是棱柱的透明体，叫做棱镜，横截面是三角形的棱镜叫做三棱镜。利用棱镜可以改变光线的传播方向。光线通过三棱镜后，向棱镜的底面偏折，如图2-66所示。偏折的程度与入射角、棱镜的顶角有关。

横截面是等腰直角三角形的玻璃三棱镜，叫做全反射棱镜。如图2-67所示。应用全反射棱镜可以制成潜望镜。

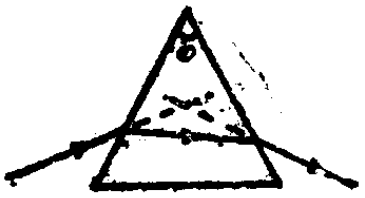


图2-66

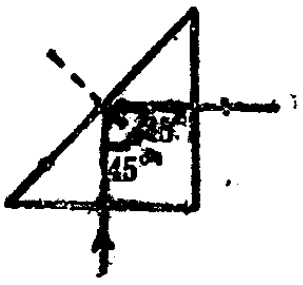



图2-67

(5) 透镜

两个侧面都是球面，或者一个侧面是球面，另一个侧面是平面的透明体，叫做透镜。其中中间厚边缘薄的，叫做凸透镜；中间薄边缘厚的，叫做凹透镜。通常使用的透镜的厚度比它的球面的半径小得多，这种透镜叫做薄透镜。

透镜的中心点叫做透镜的光心。通过光心的光线，传播方向不会改变。通过透镜两个折射面中心的直线叫做透镜的主轴。平行于主轴的近轴光线经透镜折射后，出射光线或出射光线的反向延长线会聚于主轴的一点$F$上，点$F$叫做透镜的焦点。凸透镜的焦点是实焦点，凹透镜的焦点是虚焦点。焦点到光心的距离叫做焦距。每个透镜两侧各有一个焦点，它们的焦距相等，如图2-68所示。

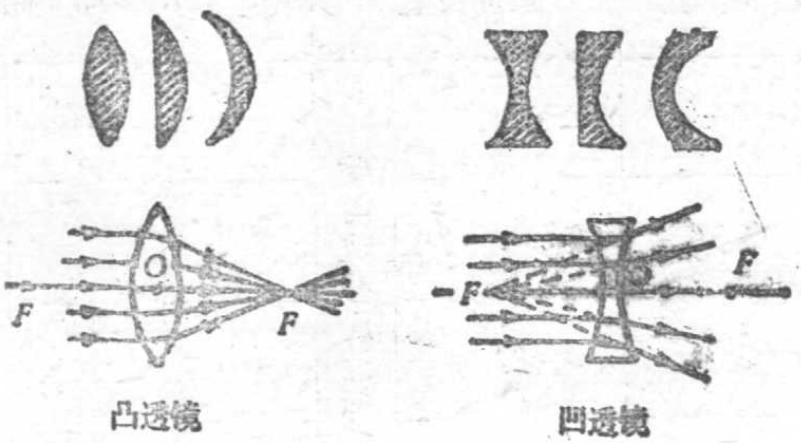



图2-68

物体在透镜里所成的像也可以通过作图求得，作图方法与球面镜成像的作图方法基本相同，只是作图时选用的特殊光线有些区别。

透镜成像的作图法如图2-69所示。

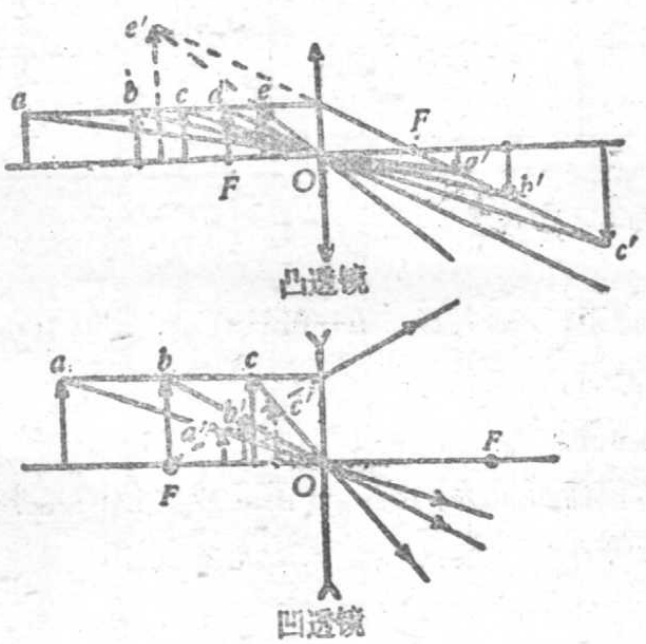



图2-69

透镜成像的各种情况

| 种类 | 物的位置 | 像的位置 | | 像的大小 | 像的性质 | 成像公式 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 凸透镜 | $u\to\infty$ | $v\to f$ | 物与像分居透镜两侧 | 一点 | 实像 | $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$<br>放大率：<br>$m=\frac{v}{u}$<br>焦度：<br>$D=\frac{1}{f}$ |
| | $u>2f$ | $2f>v>f$ | | 缩小 | 倒立实像 | |
| | $u=2f$ | $v=2f$ | | 与物相等 | | |
| | $f<u<2f$ | $v>2f$ | | 放大 | | |
| | $u=f$ | $v\to\infty$ | | 不成像 | | |
| | $u<f$ | $v<0$（与物同侧） | | 放大 | 正立虚像 | |
| 凹透镜 | 镜前任意处 | $v<0$（与物同侧） | | 缩小 | 正立虚像 | $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$<br>$m=\frac{v}{u}$ |

表中，$u$是物距，$v$是像距。$u$一般取正值，$v$的值可正可负：成实像时$v>0$，成虚像时，$v<0$。

**4.常用光学仪器**

常用的光学仪器可分为两类：一类是成实像的光学仪器，如眼睛、照相机、幻灯机等；另一类是成虚像的光学仪器，如放大镜、显微镜、望远镜等。

(1) 成实像的光学仪器

| 名称 | 主要组成部分 | 物体位置 | 成像情况 | 调节方法 |
|---|---|---|---|---|
| 眼睛 | 水样液、晶状体、玻璃体、睫状体、视网膜 | 在距眼10厘米到∞处，明视距离是25厘米 | 在视网膜上成倒立、缩小的实像 | 利用环绕晶状体的睫状体的收缩和放松来改变晶状体的焦距，使远近不同的物体都能在视网膜上成实像 |
| 照相机 | 凸透镜或透镜组、光圈、快门、暗箱 | 在两倍焦距之外 ($u>2f$) | 在底片上成倒立、缩小的实像 ($f<v<2f$) | 调节暗箱的长短，可以改变透镜的位置，使物体都能在底片上成实像 |
| 幻灯机 | 光源、聚光器、反射镜、凸透镜或透镜组，幻灯片 | 在两倍焦距与焦点之间 ($f<u<2f$) | 在银幕上成倒立、放大的实像 ($v>2f$) | 调节镜筒的长短，可以改变透镜的位置，使幻灯片上的画面在银幕上成实像 |

眼睛、照相机、幻灯机的光路如图2-70所示。

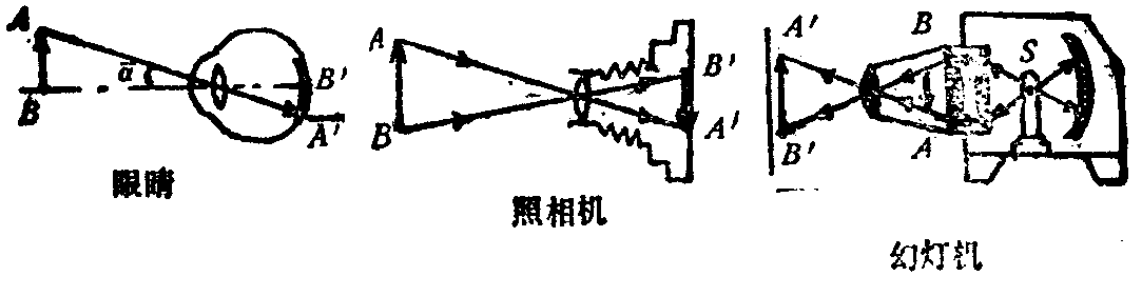



图2-70 眼睛、照相机、幻灯机的光路

(2) 成虚像的光学仪器

| 名称 | 主要组成部分 | 物体位置 | 成像情况 | 放大率（视角放大倍数）$K$ | 用途 |
|---|---|---|---|---|---|
| 放大镜 | 一个焦距很短（常在1～10厘米间）的凸透镜 | 在焦距以内 | 在明视距离处成正立、放大的虚像 | 2.5至25倍 $K=\frac{d}{f}$ （$d=25$厘米） | 观察细小物体 |
| 显微镜 | 物镜（焦距较短的凸透镜），目镜（焦距较长的凸透镜） | 在物镜焦点外离焦点很近的地方（$f_1<u<2f_1$） | 先经物镜得一放大实像，这一实像落在目镜焦点内，又被目镜放大成虚像（此像与物体上下倒置、左右互换，恰好成在明视距离处） | 一般可高达3000倍 $K=\frac{Ld}{f_1f_2}$ （$d=25$厘米） | 观察近处细小难以分辨的物体 |
| 望远镜 开普勒望远镜 | 物镜（焦距较长）和目镜（焦距较短）都是凸透镜（两者距离是其焦距之和） | 在很远处（$u>2f$） | 先经物镜成一缩小实像，这像落在目镜焦点内，又经目镜放大成倒立虚像（对原物来说） | $K=\frac{f_1}{f_2}$ （像较原物为小，但视角增大） | 主要用于观察天体，又名天文望远镜 |
| 望远镜 伽利略望远镜 | 物镜（焦距较长）是凸透镜，目镜（焦距较短）是凹透镜，两者距离是其焦距之差 | | 经物镜后在未生成实像以前落在目镜上，又经目镜发散成正立虚像（对原物来说） | | 适用于观察地面远处的物体 |

放大镜、显微镜、望远镜的光路如图2-71所示。

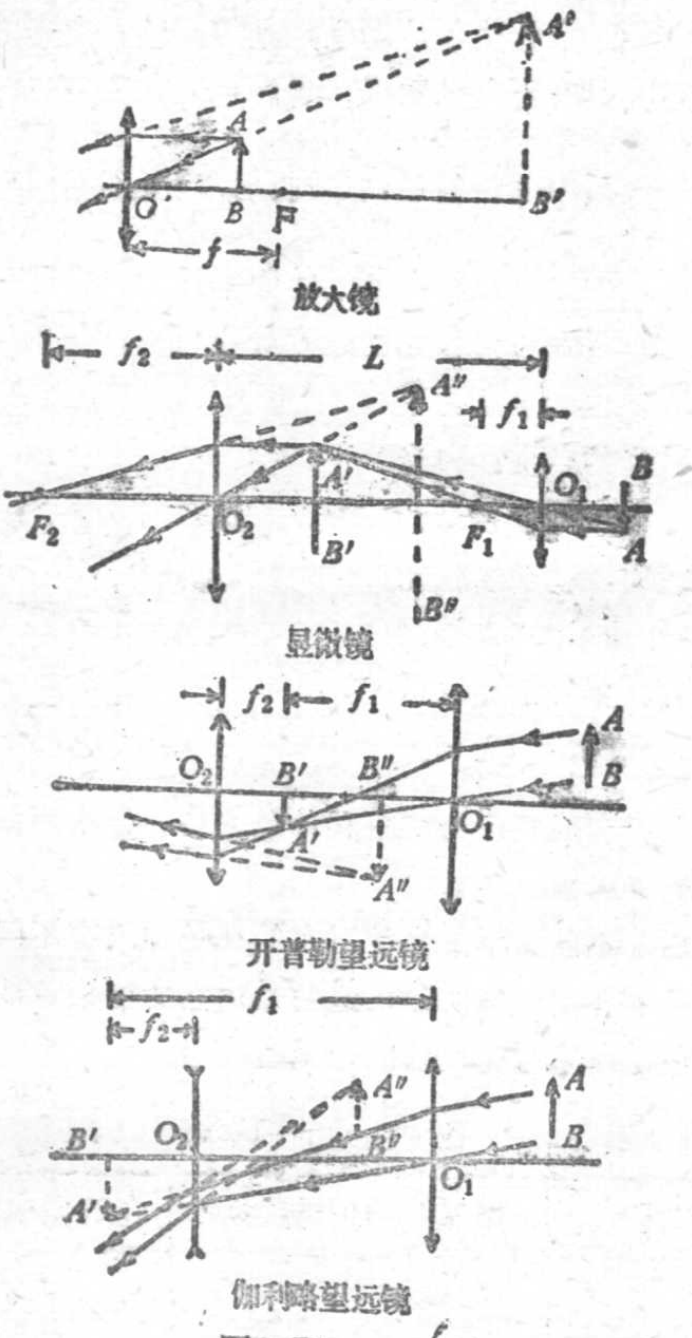



图2-71

## 二、物理光学

### 1.光的波动性

(1) 光的色散和光谱

单色光和复色光　不能分解为其它色光的单一色光叫做单色光，由

单色光合成的色光叫做复色光。

单色光的特性　根据光的波动说，光的颜色是由光的频率决定的，颜色不同的单色光具有不同的频率。各种色光在真空(或空气)中的速度相同，但在同一媒质中的传播速度(或折射率)各不相同($n=\frac{c}{v}$)。在各种单色光中，红光的频率最小，紫光的频率最大。在同一媒质里，红光的速度最大(折射率最小)，紫光的速度最小(折射率最大)。

光的色散　复色光分解为单色光的现象叫做光的色散。白光是由各种单色光合成的复色光。当白光通过棱镜时，就会发生光的色散现象，形成由红、橙、黄、绿、蓝、靛、紫等七种单色光组成的光带，如图2-72所示。

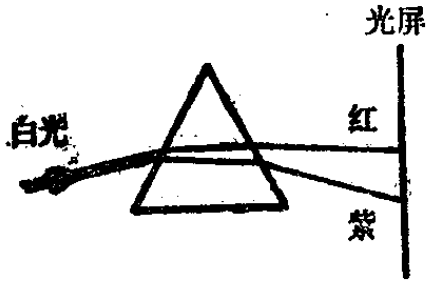


图2-72

光谱　色散时合成复色光的各种单色光按一定次序排列所形成的光带，叫做复色光的光谱。

物体的颜色　不同频率的光波对人的视觉神经有不同的刺激，因而人眼有各种颜色的感觉。透明体的颜色是由它所能透过的色光所决定，不透明体的颜色是由它所能反射的色光所决定。

各种色光的频率表

| 光谱的区域 | 频率($\times 10^{14}$赫兹) | 在真空中的波长(埃) |
|---|---|---|
| 红光 | 3.9～4.7 | 7700～6400 |
| 橙光和黄光 | 4.7～5.2 | 6400～5800 |
| 绿光 | 5.2～6.1 | 5800～4950 |
| 蓝光和靛光 | 6.1～6.7 | 4950～4400 |
| 紫光 | 6.7～7.5 | 4400～4000 |

各种光谱的产生与特征

| 光谱 | 发射光谱 | | 吸收光谱 |
|---|---|---|---|
| | 连续光谱 | 明线光谱 | |
| 产生 | 由炽热的固体、液体或高压气体所发出的光生成 | 在通常气压下的炽热气体或蒸汽所发出的光生成 | 由温度很高的光源发出的白光，通过温度较低的炽热的蒸汽或气体后再发生色散而生成 |
| 特征 | 由红到紫的各种色光连续的排列 | 在黑暗的背景上的一些不相连续的明线 | 在连续光谱的背景上分布着的一些暗线 |
| 关系 | 每一种元素都有自己特有的标识谱线，不同元素的光谱线的数目、位置和强度各不相同<br>每一种元素的吸收光谱里暗线的位置，跟它的明线光谱里明线的位置是互相重合的，即每种元素所发射的光的频率跟它所吸收的光的频率是相同的 | | |

(2) 光的干涉

两个相干光源(所发出的光波具有相同频率和恒定相差的光源)发出的光在像屏上叠加时，如果相位相同就互相加强，如果相位相反就互相减弱或抵消，于是屏上出现明暗相间的条纹(或彩色条纹)，这种现象叫做光的干涉，如图2-73所示。

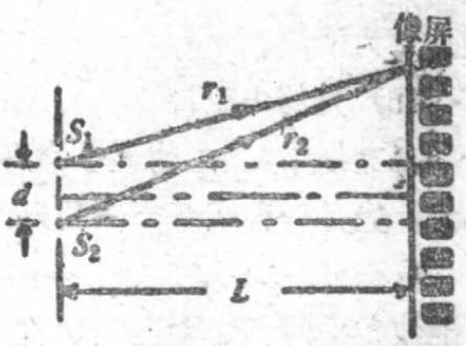



图2-73

在光的干涉中，屏上相邻两条明纹或暗纹间的距离$\Delta x$跟波长$\lambda$的关系是

$$\Delta x = \frac{l}{d}\lambda$$

式中，$d$为相干光源$S_1$和$S_2$的距离，$l$为光源到像屏的距离。

利用关系式$\Delta x=\frac{l}{d}\lambda$，可以测定光波的波长。

(3) 光的衍射

光在均匀媒质里进行传播时，如果遇到大小可以与光波的波长比拟的障碍物或小孔，就会改变原来直线传播的方向，绕过障碍物或小孔而继续传播，这种现象叫做光的衍射。图2-74是光通过狭缝时发生的衍射。

图2-74

波长不同的光产生的衍射条纹的位置跟波长有关，因此利用衍射条纹也可以测定光波的波长。

(4) 光的偏振

光波是横波，它的振动方向可以是垂直于光波传播方向的平面上的任何方向。沿着各个方向振动的振幅都相等的光，叫做自然光。自然光通过某些晶片(偏振片)后，只剩下沿着某一方向振动的光，这种光叫做偏振光，这种现象叫做光的偏振。

我们通常看到的光，除了从光源直接射来的以外，都是偏振光，只是我们的眼睛不能鉴别罢了。光的偏振现象在技术上有很多应用。例如，在照相机镜头上加一块偏振片，可以把一些反射光滤掉，使摄得的照片更为清晰。

(5) 光的电磁说

麦克斯韦(英国物理学家)电磁学说指出，光现象实质上是一种电磁现象，光是一种频率很高的电磁波。

电磁波是跟机械波根本不同的波。由于电磁场本身就是一种物质，电磁波传播时不需要别的物质作为媒质，能够在真空传播。这就是电磁波与机械波的本质区别。

(6) 电磁波谱

光波作用于人们的眼睛时，能够引起视觉的部分，只是一个很窄的波段(波长为7700～4000埃)，通常把这个波段的光叫做可见光。在可见光波范围外，还存在着大范围的看不见的红外线和紫外线。

无线电波、红外线、可见光、紫外线、伦琴射线、γ射线合起来，构成了范围非常广阔的电磁波谱，如图2-75所示。

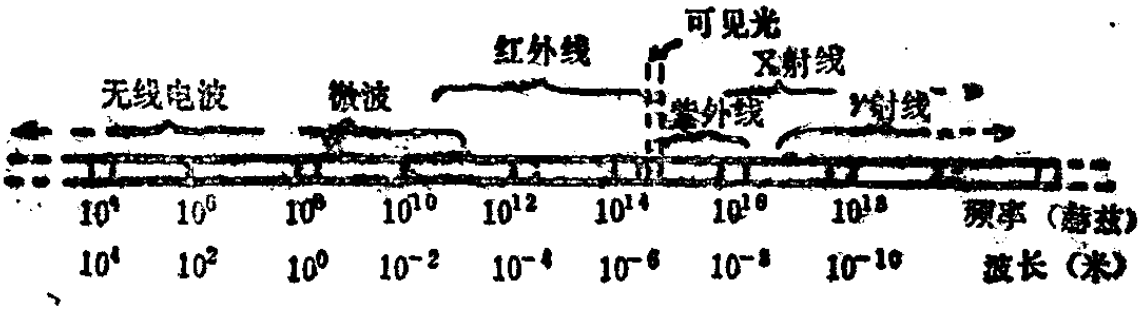



图2-75 电磁波谱

红外线、紫外线和伦琴射线的产生、特性与用途

| 类别 | 红外线 | 紫外线 | 伦琴射线(X射线) |
|---|---|---|---|
| 产生 | 一切物体都可以不停地辐射红外线，温度较高的物体发出的红外线较多 | 一切高温物体发出的光都含有紫外线，气体放电也可以激发紫外线 | 高速电子流射到任何固体上，都会产生伦琴射线 |
| 特性 | 一种波长较红光更长的不可见光。<br>突出的作用是热作用，还容易透过云雾烟尘，可使特制的底片感光 | 一种波长较紫光更短的不可见光。<br>主要作用是化学作用，很容易使照相底片感光，还有很强的荧光效应，能促进生理作用和具有杀菌消毒作用 | 一种波长较紫外线还短的不可见光。<br>具有很强的穿透本领，能使包在黑纸里的照相底片感光 |
| 用途 | 加热物体。远距离和高空摄影。红外线遥感等 | 紫外线照相（可分辨出细微的差别），<br>在医院里用作消毒杀菌等 | 工业上用来检查金属部件内部的砂眼、裂纹，医学上用来透视人体，检查体内病变和骨折情况 |

## 2.光的量子性

### (1) 光电效应

**当光(包括不可见光)照射在金属表面时，能使金属发射出电子的现象，叫做光电效应。在光电效应中从金属表面发射出来的电子，叫做光电子。**

光电效应的规律：

①产生光电流的过程非常快，一般不超过$10^{-9}$秒。一旦停止光照，光电流也立即停止。

②在单位时间里从极板发射出的光电子数(叫做光电子发射率)跟入射光的强度成正比。

③光电子的最大初动能与入射光的强度无关，只随入射光频率的增大而增大，它们的函数图象是一条直线。

④对于任何一种金属，入射光的频率必须大于某一极限频率，才能产生光电效应。低于这个极限频率的入射光，无论强度多大，照射时间多久，也不能产生光电效应。

几种金属的极限频率$\nu_0$和波长$\lambda_0$

| 金　属 | 铯 | 钠 | 锌 | 银 | 铂 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\lambda_0$(埃) | 6600 | 5000 | 3720 | 2600 | 1962 |
| $\nu_0$(赫兹) | $4.545\times10^{14}$ | $6.000\times10^{14}$ | $8.065\times10^{14}$ | $1.153\times10^{15}$ | $1.529\times10^{15}$ |

### (2) 光子说(光的量子论)

爱因斯坦(1879—1955)于1905年提出，在空间传播的光并不是连续的，而是一份一份的，每一份光叫做一个光子(或光量子)，光子的能量$E$跟它的频率$\nu$成正比，即

$$E=h\nu$$

式中，$h$是普朗克恒量，$h=6.63\times10^{-34}$焦耳·秒。

### (3) 爱因斯坦光电效应方程

$$\frac{1}{2}mv_m^2=h\nu-W$$

式中，$W$为逸出功，即光电子克服金属原子的引力所做的功。上式表

明，光电子的最大初动能等于入射光子的能量$h\nu$和逸出功$W$之差。

光子说对于光电效应的解释　对于某一金属来说，逸出功$W$的值是一定的。从光电效应方程可知，只有$h\nu>W$时，才能产生光电效应。如果入射光的频率越高，光子的能量$h\nu$也越大，从金属中释放出来的光电子的速度和动能也就越大，而跟光的强度无关。如果入射光的频率比较低，它的能量小于金属的逸出功，就不能产生光电效应了，这就是存在极限频率的原因。

光电管是利用光电效应把光能变成电能的装置。它在自动控制、电影、电视等方面有广泛的应用。

**3.光的本性**

光是一种频率很高的电磁波，但又是粒子，它具有波动和粒子的双重性质，这种性质叫做波粒二象性。

光子说能解释光电效应，但不能解释干涉、衍射等现象；而电磁说能解释很多光的现象，却不能解释光电效应。实际上，波动性和粒子性都是光的基本属性，它们总是同时存在的，只是在不同的具体条件下，某种特性更为显著而已。光在传播时表现出波动的性质，而在与物质作用时表现出粒子的性质。频率较低的光，波动性较显著；频率较高的光，粒子性较显著。

近代物理学指出，波粒二象性是一切微观粒子的共同属性。光具有波粒二象性，中子、电子等微观粒子也具有波粒二象性。

# 原子物理学

## 一、原子结构

**1.原子的结构**

在原子的中心有一个很小的核，叫做原子核，原子的全部正电荷和几乎全部质量都集中在原子核里，带负电的电子在核外空间里绕着核旋转。原子核所带的单位正电荷数等于核外的电子数，整个原子呈中性。

原子核由质子 ($_1^1\mathrm{H}$)和中子($_0^1\mathrm{n}$)组成。质子带正电，电量等于基本电荷的电量 ($1.6\times10^{-19}$库仑)，中子不带电。以原子质量单位量度时，质子和中子的质量数都等于1。

**2.原子的量子理论简介**

(1) 原子只能处于一系列不连续的能量状态(定态)中，在这些状态中，原子是稳定的。例如，氢原子在它的各个定态中能量的数值(氢原子的能级)可以表示为

$$E_n=-\frac{2\pi^2k^2e^4m}{n^2h^2},\quad n=1,2,3,\cdots$$

式中，$k$是静电力恒量，等于$9.0\times10^9$牛顿·米$^2$/库仑$^2$，$m$是电子质量，$h$是普朗克恒量。

(2) 原子从一种定态(设能量为$E_k$)跃迁到另一种定态(设能量为$E_n$)时，它辐射或吸收一定频率的光子，光子的能量由这两种定态的能量差决定，即

$$h\nu_{nk}=E_n-E_k$$

(3) 原子的能量不同的状态跟电子沿不同的圆形轨道绕核运动相对应。只有满足下列条件的轨道才是可能的轨道：轨道半径$r$跟电子的动量$mv$的乘积等于$h/2\pi$的整数倍，即

$$mvr=nh/2\pi,\quad n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$$

式中的$n$叫做量子数，这种现象叫做轨道量子化。

(4) 氢原子的轨道半径

$$r = n^2 r_0,\ n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,$$

其中，$r_0 = 0.53 \times 10^{-10}$米。

(5) 基态和激发态、电子的跃迁

基态　电子在离核最近的轨道（$r_0$）上运动时，这种定态叫做基态。

激发态　电子在离核较远的轨道（$r_n$）运动时，这种定态叫做激发态。

氢原子从能级$n$跃迁到能级$k$时辐射或吸收光子的频率为

$$\nu_{nk} = \frac{E_n - E_k}{h} = \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{h^3}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

由$\nu = \frac{c}{\lambda}$得

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2\pi^2 k^2 e^4 m}{h^3 c}\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right) = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

式中，$R = 2\pi^2 k^2 e^4 m / h^3 c = 1.097373 \times 10^7$米$^{-1}$，称为里德伯恒量。

3.氢原子的光谱

(1) 氢原子核外电子辐射的光谱与能级关系如图2-76所示。

(2) 氢光谱线系　氢光谱线系的公式是

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

$k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,$

$n = k+1,\ k+2,\ k+3,\ \cdots$

$k=1$的线系叫做赖曼线系，$k=2$的线系叫做巴末耳线系，$k=3$的线系叫做帕邢线系，$k=4$的线系叫做布喇开线系，$k=5$的线系叫做普芬德线系。

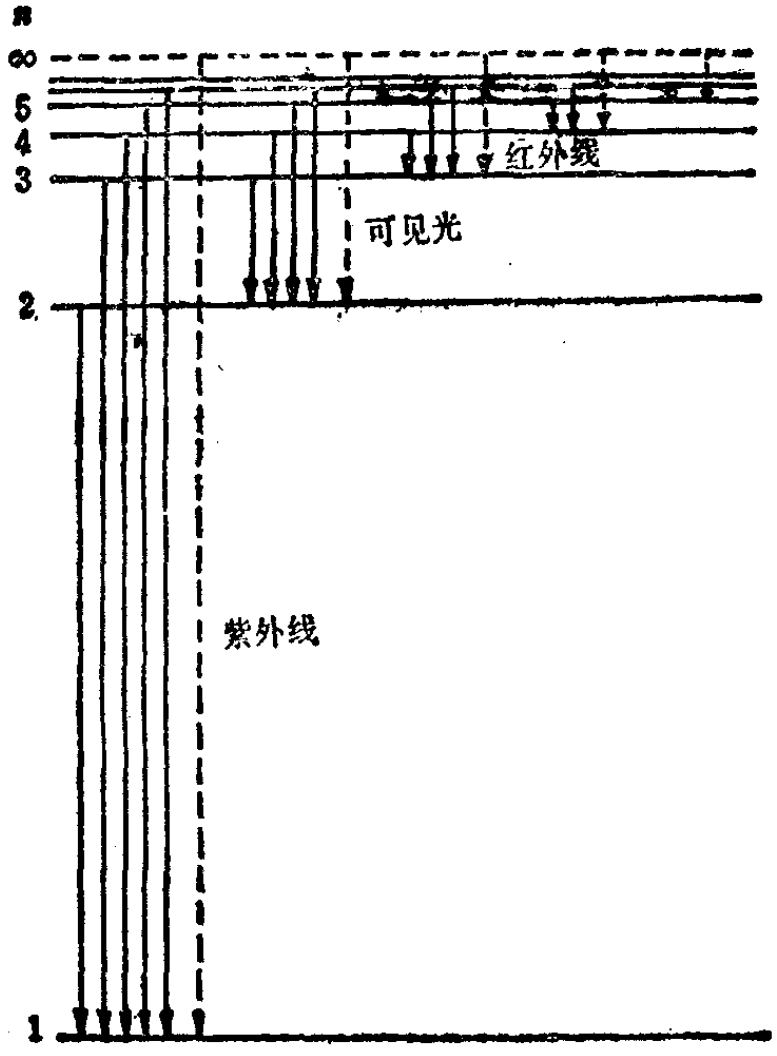



图2-76

**4.激光**

(1) 亚稳态和粒子数反转

原子的不易发生自发辐射的激发态，叫做亚稳态。处于高能级的原子数目大于处于低能级的原子数目的状态叫做粒子数反转。

(2) 激光

由于受激辐射而得到加强的光叫做激光。产生激光的条件是实现粒子数反转。激光具有能量大、方向集中、单色性强等特点。

## 三、原子核的变化和基本粒子

**1.放射性元素**

**放射性** 某些物质具有的能够发射穿透性射线的性质叫做放射性。

**放射性元素** 具有放射性的元素，叫做放射性元素。

**同位素** 原子核中质子数相同而中子数不同的元素叫做同位素。同一种元素的同位素在元素周期表中占同一位置，具有相同的化学性质。

**放射性同位素** 具有放射性的同位素叫做放射性同位素。

**2.原子核的衰变**

一种原子核由于自发放出某种粒子而转变成另一种原子核的变化叫做原子核的衰变。衰变时，放射性元素可以放出$\alpha$射线($^{4}_{2}He$)、$\beta$射线($^{0}_{-1}e$)或$\gamma$射线($\gamma$光子)。

(1) $\alpha$衰变

放射性元素放出$\alpha$粒子的衰变叫做$\alpha$衰变，例如

$$^{226}_{88}Ra \longrightarrow ^{222}_{86}Rn + ^{4}_{2}He$$

(2) $\beta$衰变

放射性元素放出$\beta$粒子的衰变叫做$\beta$衰变，例如

$$^{239}_{92}U \longrightarrow ^{239}_{93}Np + ^{0}_{-1}e$$

(3) 半衰期

放射性元素的原子核有半数发生衰变所需要的时间叫做半衰期。

**3.原子核的人工转变**

用人工的方法使原子核发生变化的过程，叫做原子核的人工转变。例如

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \longrightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H$$

**4.原子核的裂变**

重核分裂成中等质量的核而放出结合能的反应叫做原子核的裂变。例如

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{139}_{54}Xe + ^{95}_{38}Sr + 2^{1}_{0}n + 200McV.$$

链式反应　使裂变不断地进行下去的反应叫做链式反应.

链式反应的临界体积　铀能够产生链式反应的最小体积叫做**临界体积.**

裂变的应用　原子反应堆和原子弹都是利用原子核的裂变制成的.

**5.原子核的聚变**

轻核聚合成质量较大的核，同时放出结合能的变化叫做原子核的聚变(热核反应). 产生聚变的条件是物质的温度达到几百万度以上.

聚变的应用　利用聚变可以制成氢弹，也可以利用可控制的热核反应来作为能源.

**6.原子核的结合能**

核子结合成原子核时放出的能量，或原子核分解成核子时吸收的能量，叫做原子核的结合能或原子能.

(1) 爱因斯坦质能方程

$$E = mc^2$$

(2) 质量亏损　原子核的质量小于组成它的核子的质量的总和，叫做核的质量亏损.

$$\Delta E = \Delta mc^2$$

**7.基本粒子**

电子、中子、质子、光子以及在宇宙射线和高能原子核实验中发现的一系列粒子，统称为基本粒子. 按基本粒子之间的相互作用可以把它们分为三类:

①强子　参与强相互作用的基本粒子叫做强子. 强子包括重子(质子、中子和超子)和介子.

②轻子　不参与强相互作用的基本粒子叫做轻子. 例如电子、$\mu$子和中微子$\nu$等.

③光子(只发现一种).

从科学的观点来看，一些基本粒子(例如强子)是由更小的层子组成的. 层子(又叫夸克)有几种，所带的电荷是基本电荷的$\pm\frac{1}{3}$或$\pm\frac{2}{3}$.

许多基本粒子都有和它的质量相同而电荷相反的粒子(反粒子)。例如，电子的反粒子就是正电子，质子的反粒子就是反质子。正反粒子相遇时，会同时消失而转化为别种粒子(湮灭)。

绝大多数基本粒子都是不稳定的，在很短时间内就发生衰变，并且能相互转变。

# 附录一、量　纲

在物理学里，物理量可分为基本量和导出量。选定了基本量之后，任何导出量都可以借助于定义方程式(或物理公式)用基本量表示出来。在力学中，通常选择长度$l$(路程$s$)、质量$m$和时间$t$作为基本量，这样，力学中的任何导出量都可以用$l(s)$、$m$、$t$这三个物理量中的一个、两个或三个来表示。为此，就必须对每一个导出量都选择一个定义方程式，这些定义方程式组成所谓定义方程式系列。

定义方程式系列应满足下列条件：

①在系列的第一个方程式中，除了包含准备定义的物理量之外，只包含基本物理量。

②以后的任一个方程式，除了包含准备定义的物理量之外，只包含基本物理量和前面已经定义了的物理量。

例如，下面的方程式系列就满足上述条件：

$$v = \frac{s}{t}$$

$$a = \frac{v}{t}$$

$$F = ma$$

$$p = \frac{F}{s}$$

$$W = Fs$$

$$P = \frac{W}{t}$$

$$J = mr^2$$

……

在定义方程式系列中，任何一个方程式都直接表示出导出量与基本量之间的依赖关系，或者给出建立这种关系的可能性，即从这些方程式出发，通过一定的运算，就可以得到导出量与基本量之间的依赖关系。

例如在上面举出的系列中，方程式 $v=\frac{s}{t}$ 直接给出导出量速度 $v$ 与基本量路程 $s$ 和时间 $t$ 之间的依赖关系，方程式 $J=mr^2$ 也直接给出导出量质点绕轴转动时的转动惯量（惯性距）$J$ 与基本量质点的质量 $m$ 和质点到转动轴的距离 $r$ 之间的依赖关系。这个系列的其他方程式虽然没有直接地给出导出量与基本量之间的依赖关系，不过，这种依赖关系可以把方程式右边的导出量都用基本量表示出来，再通过运算而得到。例如，在加速度的定义方程式中，把速度 $v$ 用路程 $s$ 和时间 $t$ 表示出来，即得

$$a=\frac{v}{t}=\frac{s/t}{t}=\frac{s}{t^2}=st^{-2}$$

用同样方法，可以将这个系列中的任意一个导出量用基本量表示出来。

表示导出量对于基本量的依赖关系的式子，叫做导出量的量纲式。

在量纲式中，力学的基本量常用下面的符号来表示：

长度——$L$

质量——$M$

时间——$T$

在热学、电学中，还会引进其它一些基本量及其符号。

一般地讲，如果在表示导出量 $Q$ 的式子中，基本量 $L$ 的幂指数为 $\alpha$，基本量 $M$ 的幂指数为 $\beta$，基本量 $T$ 的幂指数为 $\gamma$，则 $Q$ 的量纲式可表为

$$[Q]=[L^{\alpha}M^{\beta}T^{\gamma}]$$

式中，方括号表示该式仅指量纲而言。式中的幂指数 $\alpha$、$\beta$、$\gamma$ 分别叫做导出量 $Q$ 对于长度、质量、时间的量纲。它们既可为整数，亦可为分数；既可为正数，亦可为负数；而且亦可为零。但是，$\alpha$、$\beta$、$\gamma$ 中应至少有一个不等于零，否则量 $Q$ 就是一个无量纲的量。

写量纲式时，应按照长度量纲、质量量纲、时间量纲的顺序，即按 $L^{\alpha}M^{\beta}T^{\gamma}$ 的顺序排列。

在构成复杂的量纲式时，可应用下列各定理：

①如果量$C$在数值上等于量$A$与量$B$之积，则$C$的量纲式等于$A$与$B$的量纲式之积，即

$$[C]=[A\cdot B]=[A]\cdot[B]$$

②如果量$C$在数值上等于量$A$与量$B$之比，则$C$的量纲式等于$A$与$B$的量纲式之比，即

$$[C]=\left[\frac{A}{B}\right]=\frac{[A]}{[B]}$$

③如果量$C$在数值上等于量$A$的$n$次幂，则$C$的量纲式也等于$A$的量纲式的$n$次幂，即

$$[C]=[A^n]=[A]^n$$

例如，加速度的量纲式可用定理(2)来确定，即

$$[a]=\left[\frac{v}{t}\right]=\left[\frac{LT^{-1}}{T}\right]=[LT^{-2}]$$

力的量纲式可以用定理(1)来确定，即

$$[F]=[m]\cdot[a]=[M]\cdot[LT^{-2}]=[LMT^{-2}]$$

物理量的量纲式可以用来检验物理关系式的正确性，检验时所根据的原则是：只有量纲式相同的项才能相加减，而且等号两边一定要有相同的量纲式，一个正确的物理关系式，一定是符合上述原则的。如果一个物理关系式经过检验违反上述原则，那就表明这个关系式一定是错误的。例如，匀变速运动的位移公式是

$$s=v_0t+\frac{1}{2}at^2$$

这个公式左边的量纲式是$[L]$，右方第一项的量纲式是$[LT^{-1}]\cdot[T]=[L]$，第二项的量纲式是$[LT^{-2}][T^2]=[L]$，经过检验每一项量纲都是$[L]$，可见这个公式依照量纲的检验是正确的。又如第一宇宙速度的公式是

$$v=\sqrt{gR}$$

这个公式左边的量纲是$[LT^{-1}]$，右方的量纲式是$[LT^{-2}]^{1/2}\cdot[L]^{1/2}=[LT^{-1}]$ 等号两边的量纲式相同。因此，这个公式依照量纲的检验也是正确的。

在运用物理知识时，往往要从已有公式出发，根据需要推导出某些关系式。这时，可以用量纲式来初步检验所推导出来的关系式是否正确。在量纲方面不正确，这个关系式肯定是错误的；在量纲方面正确了，这关系式也还可能有别的错误。例如，假如我们推导出一个关系式 $a=\frac{v}{s}$，用量纲关系就能发现它是错误的，但如推导的关系式是 $a=\frac{v^2}{s}$，用量纲关系就发现不了它的错误。

类似于物理量的量纲式，也可引进单位量纲式的概念，确定导出单位用基本单位表示的关系。

如果将物理量的量纲式中的基本量用各自的量度单位来代替，导出量用该量的量度单位来代替，便得到导出单位的量纲式。

例如，力的量纲式为

$$[F]=[LMT^{-2}]$$

用m、kg、s分别代替上式中的$L$、$M$、$T$，而用N(牛顿)代替上式中的$F$，便得到SI制中力的单位量纲式，即

$$[\mathrm{N}]=[\mathrm{mkgs^{-2}}]$$

不过，用这种方法表示那些没有专门名称的单位的量纲式是不方便的。例如，当表示速度的单位量纲式时，如果用上述方法，则应写成

$$[\text{速度的单位}]=[\mathrm{ms^{-1}}]$$

这个等式的左边不能用一个简单的符号表示。所以，一般在写单位量纲式时，都用相应物理量符号代替单位符号，使用时再根据等式右边的符号来判断是物理量量纲式还是单位量纲式：如果等式右边是基本量符号，则所表示的是物理量量纲式，如果等式右边是单位符号，则所表示的是单位量纲式。例如，$[v]=[LT^{-1}]$表示速度在SI制或CGS制中的物理量量纲式，$[v]=[\mathrm{ms^{-1}}]$表示速度在SI制中的单位量纲式，$[F]=[\mathrm{mkgs^{-2}}]$表示力在SI制中的单位量纲式，等等。

借助量纲式还可以确定出基本量的大小改变时，导出量的大小将如何改变。特别是当一种单位制变换到另一种单位制时，可根据两种单位制中基本单位之间的倍数关系，借助量纲式确定导出量单位之间的倍数

关系。

例如，由功的量纲式

$$[W]=[L^2MT^{-2}]$$

可知，功的单位与质量单位成正比，与路程单位的平方成正比，与时间单位的平方成反比。由此可知，当将CGS制的基本单位厘米(cm)、克(g)、秒(s)分别用SI的基本单位米(m)、千克(kg)、秒(s)代替时，功的单位将增大到

$$100^2\times1000\times1^{-2}=10^7\text{(倍)}$$

即　　1焦耳$=10^7$尔格

# 附录二、常用物理量的国际单位制单位

## 1.国际单位制(SI)基本单位

| 物理量 | 单位名称 | 单位代号 | | 单位定义 |
|---|---|---|---|---|
| | | 中文 | 国际 | |
| 长度 | 米 | 米 | m | 米等于真空中光线在1/299792458秒时间间隔所经过的距离 |
| 质量 | 千克 | 千克 | kg | 千克是质量单位，等于国际千克原器的质量 |
| 时间 | 秒 | 秒 | s | 秒是铯-133原子基态的两个超精细能级之间跃迁所对应的辐射的9192631770个周期的持续时间 |
| 热力学温度 | 开尔文 | 开 | K | 热力学单位开尔文是水三相点热力学温度的1/273.16 |
| 电流 | 安培 | 安 | A | 安培是一恒定电流，若保持在处于真空中相距1米的两无限长，而圆截面可忽略的平行直导线内，则在此两导线之间产生的力在每米长度上等于 $2\times10^{-7}$ 牛顿 |
| 发光强度 | 坎德拉 | 坎 | cd | 坎德拉是一光源在给定方向上的发光强度，该光源发出频率为 $540\times10^{12}$ 赫兹的单色辐射，且在此方向上的辐射强度为1/683瓦特每球面度 |
| 物质的量 | 摩尔 | 摩 | mol | 1.摩尔是一系统的物质的量，该系统中所包含的基本单元数与0.012千克碳-12的原子数目相等<br>2.在使用摩尔时，基本单元应予指明，可以是原子、分子、离子、电子及其它粒子，或是这些粒子的特定组合 |

## 2.国际单位制(SI)辅助单位

| 物理量 | 单位名称 | 单位代号 | | 单位定义 |
|---|---|---|---|---|
| | | 中文 | 国际 | |
| 平面角 | 弧度 | 弧度 | rad | 弧度是一圆内两条半径之间的平面角，这两条半径在圆周上截取的弧长与半径相等 |
| 立体角 | 球面度 | 球面度 | sr | 球面度是一立体角，其顶点位于球心，而它在球面上所截取的面积等于以球半径为边长的正方形面积 |

## 3.具有专门名称的国际单位制(SI)导出单位

| 物理量 | 单位名称 | 单位代号 | | 单位关系式 |
|---|---|---|---|---|
| | | 中文 | 国际 | |
| 频率 | 赫兹 | 赫 | Hz | 1赫＝1秒$^{-1}$ |
| 力 | 牛顿 | 牛 | N | 1牛＝1千克·米/秒$^2$ |
| 压力，压强，应力 | 帕斯卡 | 帕 | Pa | 1帕＝牛/米$^2$ |
| 功，能，热量 | 焦耳 | 焦 | J | 1焦＝1牛·米 |
| 功率，辐通量 | 瓦特 | 瓦 | W | 1瓦＝1焦/秒 |
| 电量，电荷 | 库仑 | 库 | C | 1库＝1安·秒 |
| 电位，电压，电动势 | 伏特 | 伏 | V | 1伏＝1瓦/安 |
| 电容 | 法拉 | 法 | F | 1法＝1库/伏 |
| 电阻 | 欧姆 | 欧 | Ω | 1欧＝1伏/安 |
| 电导 | 西门子 | 西 | S | 1西＝1安/伏 |
| 电感 | 亨利 | 亨 | H | 1亨＝1韦/安 |
| 磁通量 | 韦伯 | 韦 | Wb | 1韦＝1伏·秒 |
| 磁感应强度 | 特斯拉 | 特 | T | 1特＝1韦/米$^2$ |
| 光通量 | 流明 | 流 | lm | 1流＝1坎·球面度 |
| 光照度 | 勒克斯 | 勒 | lx | 1勒＝1流/米$^2$ |

## 4.常用力学量的国际单位制(SI)导出单位

| 物理量 | 定义方程式 | 单位名称 | 单位代号 | | 物理量量纲式 | 单位量纲式 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 中文 | 国际 | | |
| 面积 | $S=l^2$ | 平方米 | 米$^2$ | $m^2$ | $[L^2]$ | $[m^2]$ |
| 体积 | $V=l^3$ | 立方米 | 米$^3$ | $m^3$ | $[L^3]$ | $[m^3]$ |
| 流量 | $Q=\frac{V}{t}$ | 立方米每秒 | 米$^3$/秒 | $m^3/s$ | $[L^3T^{-1}]$ | $[m^3s^{-1}]$ |
| 速度 | $V=\frac{s}{t}$ | 米每秒 | 米/秒 | m/s | $[LT^{-1}]$ | $[ms^{-1}]$ |
| 加速度 | $a=\frac{v}{t}$ | 米每秒平方 | 米/秒$^2$ | $m/s^2$ | $[LT^{-2}]$ | $[ms^{-2}]$ |
| 力 | $F=ma$ | 牛顿 | 牛 | N | $[LMT^{-2}]$ | $[mkgs^{-2}]$ |
| 压强 | $p=\frac{F}{S}$ | 帕斯卡 | 帕 | Pa | $[L^{-1}MT^{-2}]$ | $[m^{-1}kgs^{-2}]$ |
| 密度 | $\rho=\frac{m}{V}$ | 千克每立方米 | 千克/米$^3$ | $kg/m^3$ | $[L^{-3}M]$ | $[m^{-3}kg]$ |
| 比重 | $\gamma=\frac{G}{V}$ | 牛顿每立方米 | 牛/米$^3$ | $N/m^3$ | $[L^{-2}MT^{-2}]$ | $[m^{-2}kgs^{-2}]$ |

（续上表）

| 物理量 | 定义方程式 | 单位名称 | 单位代号 | | 物理量量纲式 | 单位量纲式 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 中文 | 国际 | | |
| 冲量 | $I=Ft$ | 牛顿秒 | 牛·秒 | N·S | $[LMT^{-1}]$ | $[mkgs^{-1}]$ |
| 动量 | $p=mv$ | 千克米每秒 | 千克米/秒 | kgm/s | $[LMT^{-1}]$ | $[mkgs^{-1}]$ |
| 功，能 | $W=Fs$ | 焦耳 | 焦 | J | $[L^2MT^{-2}]$ | $[m^2kgs^{-2}]$ |
| 功率 | $P=\frac{W}{t}$ | 瓦特 | 瓦 | W | $[L^2MT^{-3}]$ | $[m^2kgs^{-3}]$ |
| 力矩 | $M=FL$ | 牛顿·米 | 牛·米 | N·m | $[L^2MT^{-2}]$ | $[m^2kgs^{-2}]$ |
| 转动惯量 | $J=mr^2$ | 千克平方米 | 千克米$^2$ | kg·m$^2$ | $[L^2M]$ | $[m^2kg]$ |
| 频率 | $\nu=\frac{1}{T}$ | 赫兹 | 赫 | Hz | $[T^{-1}]$ | $[s^{-1}]$ |
| 角速度 | $\omega=\frac{\phi}{t}$ | 弧度每秒 | 弧度/秒 | rad/s | $[T^{-1}]$ | $[s^{-1}]$ |
| 角加速度 | $d=\frac{\omega}{t}$ | 弧度每秒平方 | 弧度/秒$^2$ | rad/s$^2$ | $[T^{-2}]$ | $[s^{-2}]$ |

## 5.常用热学量的国际单位制(SI)导出单位

| 物理量 | 定义方程式 | 单位名称 | 单位代号 | | 物理量量纲式 | 单位量纲式 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 中文 | 国际 | | |
| 热量 | $Q=kE$ | 焦耳 | 焦 | J | $[L^2MT^{-2}]$ | $[m^2kgs^{-2}]$ |
| 燃烧值 | $q=\frac{Q}{m}$ | 焦耳每千克 | 焦/千克 | J/kg | $[L^2T^{-2}]$ | $[m^2s^{-2}]$ |
| 比热 | $c=\frac{Q}{m\Delta T}$ | 焦耳每千克开尔文 | 焦/千克·开 | J/kg·K | $[L^2T^{-2}\theta^{-1}]$ | $[m^2s^{-2}K^{-1}]$ |
| 熔解热 | $\lambda=\frac{Q}{m}$ | 焦耳每千克 | 焦/千克 | J/kg | $[L^2T^{-2}]$ | $[m^2s^{-2}]$ |
| 汽化热 | $L=\frac{Q}{m}$ | 焦耳每千克 | 焦/千克 | J/kg | $[L^2T^{-2}]$ | $[m^2s^{-2}]$ |
| 线胀系数 | $\alpha=\frac{\Delta l}{l_0\Delta t}$ | 每度 | 1/度 | 1/℃ | $[\theta^{-1}]$ | $[K^{-1}]$ |
| | $\alpha=\frac{\Delta l}{l_0\Delta T}$ | 每开 | 1/开 | 1/K | $[\theta^{-1}]$ | $[K^{-1}]$ |
| 体胀系数 | $\beta=\frac{\Delta V}{V_0\Delta t}$ | 每度 | 1/度 | 1/℃ | $[\theta^{-1}]$ | $[K^{-1}]$ |
| | $\beta=\frac{\Delta V}{V_0\Delta T}$ | 每开 | 1/开 | 1/K | $[\theta^{-1}]$ | $[K^{-1}]$ |

## 6.常用电磁学量的国际单位制(SI)导出单位

| 物理量 | 定义方程式 | 单位名称 | 单位代号 | | 物理量量纲式 | 单位量纲式 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 中文 | 国际 | | |
| 电量 | $Q=It$ | 库仑 | 库 | C | $[TI]$ | [sA] |
| 电势 | $U=\frac{W}{Q}$ | 伏特 | 伏 | V | $[L^2MT^{-3}I^{-1}]$ | $[m^2kgs^{-3}A^{-1}]$ |
| 电势差、电压 | $U=\frac{P}{I}$ | | | | | |
| 电容 | $C=\frac{Q}{U}$ | 法拉(第) | 法 | F | $[L^{-2}M^{-1}T^4I^2]$ | $[m^{-2}kg^{-1}s^4A^2]$ |
| 电阻 | $R=\frac{U}{I}$ | 欧姆 | 欧 | Ω | $[L^2MT^{-3}I^{-2}]$ | $[m^2kgs^{-3}A^{-2}]$ |
| 电阻率 | $\rho=\frac{S}{L}R$ | 欧姆米 | 欧·米 | Ωm | $[L^3MT^{-3}I^{-2}]$ | $[m^3kgs^{-3}A^{-2}]$ |
| 电导 | $g=\frac{1}{R}$ | 西门子 | 西 | S | $[L^{-2}M^{-1}T^3I^2]$ | $[m^{-2}kg^{-1}s^3A^2]$ |
| 电导率 | $\gamma=\frac{1}{\rho}$ | 每欧姆米 | 1/欧·米 | 1/Ωm | $[L^{-3}M^{-1}T^3I^2]$ | $[m^{-3}kg^{-1}s^3A^2]$ |

（续上表）

| 物理量 | 定义方程式 | 单位名称 | 单位代号 | | 物理量量纲式 | 单位量纲式 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 中文 | 国际 | | |
| 电场强度 | $E=\frac{U}{d}$ | 伏特每米 | 伏/米 | V/m | $[LMT^{-3}I^{-1}]$ | $[mkgs^{-3}A^{-1}]$ |
| | $E=\frac{F}{Q}$ | 牛顿每库仑 | 牛/库 | N/C | $[LMT^{-3}I^{-1}]$ | $[mkgs^{-3}A^{-1}]$ |
| 介电常数 | $e=\frac{lC}{s}$ | 法拉每米 | 法/米 | F/m | $[L^{-3}M^{-1}T^{4}I^{2}]$ | $[m^{-3}kg^{-1}s^{4}A^{2}]$ |
| 磁通量 | $\Delta\phi=E\Delta t$ | 韦伯 | 韦 | Wb | $[L^{2}MT^{-2}I^{-1}]$ | $[m^{2}kgs^{-2}A^{-1}]$ |
| 磁感应强度 | $B=\frac{\phi}{s}$ | 特斯拉 | 特 | T | $[MT^{-2}I^{-1}]$ | $[kgs^{-2}A^{-1}]$ |
| 磁场强度 | $H=\frac{I}{2\pi r}$ | 安培每米 | 安/米 | A/m | $[L^{-1}I]$ | $[m^{-1}A]$ |
| 电感（自感系数） | $L=\frac{\phi}{I}$ | 亨利 | 亨 | H | $[L^{2}MT^{-2}I^{-2}]$ | $[m^{2}kgs^{-2}A^{-2}]$ |
| 磁导率 | $\mu=\frac{B}{H}$ | 亨利每米 | 亨/米 | H/m | $[LMT^{-2}I^{-2}]$ | $[mkgs^{-2}A^{-2}]$ |

# 附录三、重要的物理常数

| 名　称 | 符号 | 常用数值 | 最新数据 |
|---|---|---|---|
| 万有引力常数 | $G$ | $6.67\times10^{-11}$ 牛顿·米$^2$/千克$^2$ | $6.672041\times10^{-11}$ N·m$^2$/kg$^2$ |
| 标准重力加速度 | $g$ | 9.80米/秒$^2$ | 9.80665 m/s$^2$ |
| 标准大气压 | $P$ | $1.01\times10^5$帕斯卡 | 101325 Pa(N/m$^2$) |
| 真空中光速 | $C$ | $3.00\times10^8$米/秒 | 299792458 m/s |
| 阿伏伽德罗常数 | $N_A$ | $6.022\times10^{23}$ 1/摩尔 | $6.022045\times10^{23}$ 1/mol |
| 普适气体常数 | $R$ | 8.31焦耳/摩尔·开尔文 | 8.31441 J/mol·K |
| 普朗克常数 | $h$ | $6.63\times10^{-34}$焦耳·秒 | $6.626176\times10^{-34}$ J·s |
| 水的熔凝点 | $T_0$ | 273开尔文 | 273.15 K |
| 基本电荷 | $e$ | $1.60\times10^{-19}$库仑 | $1.6021892\times10^{-19}$C |
| 静电常数 | $k$ | $9.0\times10^9$牛顿·米$^2$/库仑$^2$ | $8.987\times10^9$ N·m$^2$/C$^2$ |
| 电子的质量 | $m_e$ | $9.11\times10^{-31}$千克 | $9.109534\times10^{-31}$ kg |
| 电子荷质比 | $e/m_e$ | $1.76\times10^{11}$库仑/千克 | $1.7588047\times10^{11}$ C/kg |
| 质子的质量 | $m_p$ | $1.67\times10^{-27}$千克 | $1.6726485\times10^{-27}$ kg |
| 中子的质量 | $m_n$ | $1.67\times10^{-27}$千克 | $1.6749543\times10^{-27}$kg |
| $\alpha$粒子的质量 | $m_\alpha$ | $6.64\times10^{-27}$千克 | |
| 原子质量单位 | $u$ | $1.66\times10^{-27}$千克 | |
| 1电子伏特 | $eV$ | $1.60\times10^{-19}$焦耳 | |
| 热功当量 | $J$ | 4.1868焦耳/卡 | |
| 地球质量 | $M$ | $6\times10^{24}$千克 | $5.975\times10^{24}$kg |
| 地球平均半径 | $R$ | 6400千米 | $6.371\times10^6$m |
| 氢原子的半径 | $a_0$ | $0.53\times10^{-10}$米 | |
| 里德伯恒量 | $R$ | $1.097\times10^7$米$^{-1}$ | |

# 化　学

# 目　录

基本概念和基本定律 ……(317)
一、物质的组成 ……(317)
1.分子、原子、离子(317)　2.元素、同位素(318)　3.单质、化合物、同素异性体(319)
二、物质的变化和无机化学反应 ……(320)
1.物理变化和化学变化(320)　2.无机化学反应的基本类型(321)
三、化学量 ……(322)
1.原子量、分子量(322)　2.摩尔(322)　3.当量(323)
4.中和热、燃烧热(324)
四、化学用语 ……(324)
1.元素符号、化学式(324)　2.化合价、氧化数(326)　3.化学方程式(327)
五、分散系 ……(329)
1.分散系及其特性(329)　2.饱和溶液与不饱和溶液(330)
3.溶解度、溶液浓度(330)　4.结晶、结晶水(331)　5.胶体的性质(331)
六、基本定律 ……(332)
1.定组成定律(332)　2.质量守恒定律(332)　3.阿伏加德罗定律(332)　4.当量定律(332)　5.理想气体定律——气态方程式(333)　6.盖斯定律(333)

基本理论 ……(334)

一、原子结构 ……(334)
1.原子的组成(334)　2.核外电子的运动状态(334)　3.核外电子的排布规律(335)

二、元素周期律和元素周期表 ……(335)
1.元素周期律(336) 2.元素周期表(337) 3.元素周期表与原子结构的关系(337) 4.周期表里元素性质的递变规律(338)
三、分子结构 ……(340)
1.化学键(340) 2.分子间作用力和氢键(341) 3.元素电负性、分子极性(341) 4.固态物质(342)
四、电离理论 ……(343)
1.电解质和非电解质(343) 2.电离度和电离常数(343) 3.稀释定律(344) 4.水的电离和溶液的pH值(344) 5.盐类的水解(345)
五、氧化-还原反应和电化学 ……(345)
1.氧化与还原(345) 2.氧化-还原反应(346) 3.电解、电镀(347) 4.原电池(349) 5.金属的腐蚀和防护(350)
六、化学反应速度和化学平衡 ……(350)
1.化学反应速度及活化能(350) 2.化学平衡(351)
无机化合物 ……(354)
一、无机化合物的分类和变化规律 ……(354)
1.氧化物(354) 2.碱(355) 3.酸(356) 4.盐(357) 5.无机化合物变化的一般规律(359)
二、氢 ……(360)
1.氢气(360) 2.水(361)
三、卤族元素 ……(361)
1.通性和性质比较(361) 2.氯气(364)
四、氧族元素 ……(365)
1.氧族元素性质比较(365) 2.硫及其化合物和硫酸(366) 3.硫及其化合物的相互关系(369)
五、氮族元素 ……(369)
1.氮族元素性质比较(369) 2.氮和磷(371) 3.氨气与铵盐(372) 4.硝酸和硝酸盐(372)

六、碳族元素……(375)
1.碳族元素性质比较(375) 2.碳的同素异形体及化学性质(375) 3.一氧化碳和二氧化碳(375) 4.碳酸和碳酸盐(378) 5.硅及其化合物(378)
七、碱金属元素……(381)
1.碱金属元素性质比较(381) 2.钠及其化合物的相互关系(381)
八、钙、镁、铝……(383)
1.钙和镁(383) 2.铝(383)
九、过渡元素……(385)
1.过渡元素原子结构和性质的特点(385) 2.铁和钢铁冶炼(385) 3.铜及其化合物(389) 4.锌及其化合物(390) 5.铬和锰(390) 6.镧系元素和锕系元素(391)
十、惰性元素……(392)
十一、络合物……(393)
1.络合物的组成(393) 2.络离子在水溶液里的平衡(394) 3.络合物的主要用途(394)
有机化合物……(395)
一、有机化合物概述……(395)
1.有机化合物的特点(395) 2.基团、同系物、同分异构体(395) 3.有机高分子化合物(398) 4.有机化合物的命名(398)
二、有机化学反应……(401)
1.重要的有机反应类型(401) 2.一些重要的有机反应(405)
三、烃……(409)
1.链烃(409) 2.环烃(410)
四、烃的衍生物……(411)
1.醇和酚(411) 2.醛和酮(412) 3.羧酸和酯(413) 4.含氮有机化合物(413)
五、糖类……(415)
六、塑料、合成纤维、合成橡胶……(415)

1.塑料(415)　2.合成纤维(418)　3.合成橡胶(419)
化学基本计算……(420)
一、有关分子式的计算……(420)
1.计算分子量(420)　2.计算元素或有效成分含量(420)　3.求最简式和分子式(421)
二、溶解度与溶液浓度的计算……(421)
1.溶解度(421)　2.质量百分比浓度(421)　3.ppm浓度(422)　4.摩尔浓度(422)　5.当量浓度(422)　6.各种浓度的换算(422)
三、根据化学方程式的计算……(424)
1.有关纯净物的计算(424)　2.不纯物的计算(425)　3.多步反应的计算(425)　4.原料利用率和产品产率的计算(426)　5.过量问题(426)　6.增减量问题(427)　7.反应热的计算(428)
四、关于平衡常数的计算……(428)
1.化学平衡常数(428)　2.电离平衡常数(429)
五、溶液pH值的计算……(430)
化学实验……(431)
一、几种气体的实验制法……(431)
1.气体发生装置(431)　2.气体收集方法(432)　3.常见气体的实验室制法(433)
二、物质的鉴别……(434)
1.几种气体的鉴别(434)　2.几种离子的检验(436)　3.几类有机物的鉴别(438)
三、物质的分离提纯及保存……(439)
1.物质的分离提纯(439)　2.几种特殊药品的保存(439)　3.仪器污迹的洗涤(440)
附录一、元素的存在及其性质……(441)
1.几种重要元素在地壳中所占的质量百分比(441)　2.常见元素的电负性、第一电离能、原子半径、离子半径(442)　3.常

见元素的沸点、熔点、密度、硬度和晶体颜色(443) 4.常见离子的颜色(444) 5.元素在火焰上的着色(445)
附录二、无机物和有机物……(446)
1.常见无机物的物理性质(446) 2.常见化学键的键能(449) 3.常见物质的电离平衡常数(450) 4.常见酸、碱、盐的电离度(452) 5.某些反应的中和热(453) 6.常见有机物的燃烧热(454) 7.常见物质的俗名和别名(455)
附录三、指示剂、气体干燥剂及酸碱浓度……(460)
1.常用酸碱指示剂及其变色范围(460) 2.常用试纸及其用途(461) 3.常用气体干燥剂及其用途(461) 4.实验室常用酸碱溶液的浓度(462)

# 基本概念和基本定律

化学是一门基础的自然科学。化学主要是研究物质的化学运动形式，具体地说，它是在分子、原子或离子的水平上，研究物质的组成、结构、性质、变化以及合成等。化学研究的物质主要有金属、非金属、无机物、有机物、高分子化合物等。

## 一、物质的组成

### 1.分子、原子、离子

物质就是组成物体的材料。世界是由物质构成的。

(1) 分子

分子是构成物质的一种微粒，它保持物质的化学性质。

分子总是在不断地运动着。分子之间有一定的距离。同种物质的分子、性质相同；不同种物质的分子、性质不相同。

(2) 原子

原子是化学变化中的最小微粒。有些物质由分子构成，有些物质则由原子直接构成。原子并不是物质的最小微粒，它具有复杂的结构。

(3) 原子团

原子团是几个原子结合而成的一个带有电荷的集团。在许多化学反应中，它作为一个整体参加。常见的原子团有：$OH^-$、$NH_4^+$、$NO_3^-$、$SO_4^{2-}$、$CO_3^{2-}$、$HSO_4^-$、$HCO_3^-$。

(4) 离子

带有电荷的原子或原子团称为离子。带正电荷的离子为阳离子，带负电荷的离子为阴离子。

离子和原子在结构、性质上是不同的。

| 原　子 | | 核外电子数＝核电荷数 | 电 中 性 |
|---|---|---|---|
| 离子 | 阳离子 | 核外电子数＜核电荷数 | 带正电荷 |
| | 阴离子 | 核外电子数＞核电荷数 | 带负电荷 |

| 种类 | 钠原子(Na) | 钠离子($Na^+$) |
|---|---|---|
| 性质 | (1) 呈银白色；<br>(2) 化学性质很活泼，容易失去一个电子 | (1) 无色；<br>(2) 化学性质很稳定，不能再失去电子 |
| 相互关系 | $Na \overset{+e}{\underset{-e}{\rightleftharpoons}} Na^+$ | |

(5) 水合离子

它是由离子与水化合而成的离子。例如，水合氢离子$H_3O^+$，水合镁离子$Mg(H_2O)_6^{2+}$，水合铁离子$Fe(H_2O)_6^{3+}$等。水溶液中的离子大都以水合离子的形式存在。

2.元素、同位素

(1) 元素

凡是具有相同核电荷数的同一类原子，总称为元素。到目前为止，已经知道的元素有107种。

从基本成分看，物质由元素组成；从微粒种类看，物质由分子或原子组成。例如，二氧化碳由氧元素、碳元素组成，或者说，二氧化碳分子由氧原子、碳原子组成。但不宜说成二氧化碳分子由氧元素、碳元素组成。

元素和原子的区别如下表：

| 元　　素 | 原　　子 |
| --- | --- |
| 构成物质的基本成分 | 构成物质的一种微粒 |
| 只有种类，没有个数 | 有种类，也有个数 |

(2) 同位素

具有相同的质子数，而中子数不同的各种原子，互称同位素。许多元素都有同位素。例如，$^{1}_{1}H$(氕)、$^{2}_{1}H$(或D，氘)、$^{3}_{1}H$(或T，氚)是氢的同位素，$^{12}_{6}C$、$^{13}_{6}C$、$^{14}_{6}C$是碳的同位素。

同一元素的各种同位素，化学性质几乎完全相同，在元素周期表里占有同一个位置。

**3.单质、化合物、同素异性体**

(1) 混和物与纯净物

由同种分子构成的物质称为纯净物；由不同种分子构成的物质称为混和物。

研究任何一种物质的性质，都必须取用纯净物。物质中如果含有杂质，就会影响该物质的性质。但是，完全纯净的物质是没有的。所谓纯净物，通常是指含杂质很少，具有较高纯度的物质。

(2) 单质与化合物

由同种元素组成的物质称为单质；由不同种元素组成的物质称为化合物。

以单质的形态存在的元素，称为元素的游离态；以化合物的形态存在的元素，称为元素的化合态。自然界里的各种元素，通常以上述两种形态存在的。

(3) 金属与非金属

根据性质的不同，单质一般可分为金属与非金属两大类。

| 金　　属 | 非　金　属 |
| --- | --- |
| (1) 通常情况下为固体(汞为液体)； | (1) 有固体、气体和液体； |
| (2) 有金属光泽； | (2) 没有金属光泽； |
| (3) 有延展性和可塑性； | (3) 固态非金属一般质脆； |
| (4) 有良好的导电性和传热性 | (4) 导电性和传热性一般较差 |

但是，金属与非金属之间并没有绝对的界限。例如，用作半导体材料的硅和锗，既具有金属性质，又有非金属性质。

(4) 同素异性体与同素异形体

同一种元素组成的不同性质的单质，称为同素异性体。例如，氧气($O_2$)和臭氧($O_3$)，金刚石和石墨，黄磷(白磷)和红磷等。

呈晶体的同素异性体，一般称为同素异形体，如金刚石和石墨。

## 二、物质的变化和无机化学反应

### 1.物理变化和化学变化

世界上一切物质都在不停地运动着。物理变化和化学变化是物质运动的两种形式。

| 变化 | 物理变化 | 化学变化 |
| --- | --- | --- |
| 特征 | 没有生成新物质 | 生成新的物质 |
| 现象 | 形状或状态发生变化 | 变色、发光、放热或产生气体 |
| 例子 | 水结成冰，汽油挥发 | 钢铁生锈，木材燃烧 |

物理性质：物质不需要发生化学变化就表现出来的性质。例如，状态、颜色、气味、熔点、沸点、硬度、比重、溶解性等。

化学性质：物质在化学变化中表现出来的性质。例如，活泼性、稳定性、酸碱性、金属性、非金属性、可燃性等。

## 2.无机化学反应的基本类型

根据反应的形式(分子中原子重新组合的形式)，无机化学反应可分为化合、分解、置换和复分解反应这四种基本类型。

根据反应的本质(反应时有无电子得失或偏移这个本质)，无机化学反应可分为氧化-还原、非氧化-还原反应两种类型。(氧化-还原反应的介绍参阅第345～347页。)

(1) 化合反应

由两种或两种以上的物质生成另一种物质的反应。例如

$$2Mg + O_2 \xrightarrow{\text{点燃}} 2MgO$$

$$2SO_2 + O_2 = 2SO_3$$

$$(NH_4)_2SO_3 + SO_2 + H_2O = 2NH_4HSO_4$$

(2) 分解反应

由一种物质生成两种或两种以上其它物质的反应。如

$$CaCO_3 \xrightarrow{\text{煅烧}} CaO + CO_2\uparrow$$

$$Cu(OH)_2 \xrightarrow{\triangle} CuO + H_2O$$

$$2KMnO_4 \xrightarrow{\triangle} K_2MnO_4 + MnO_2 + O_2\uparrow$$

分解反应通常在光能、热能或电能作用下才能进行。

(3) 置换反应

一种单质与一种化合物生成另一种单质和另一种化合物的反应。如

$$Zn + 2HCl = ZnCl_2 + H_2\uparrow$$

$$Fe + CuSO_4 = FeSO_4 + Cu$$

金属与酸或盐能否发生置换反应，要利用金属活动性顺序进行判断。又如

$$2Na + 2H_2O = 2NaOH + H_2\uparrow$$

$$Cl_2 + 2NaI = 2NaCl + I_2$$

(4) 复分解反应

两种化合物相互交换成分，生成另外两种化合物的反应。如

$$CaCO_3 + 2HCl = CaCl_2 + H_2O + CO_2\uparrow$$

$$NaCl + AgNO_3 = AgCl\downarrow + NaNO_3$$

$$Cu(OH)_2 + H_2SO_4 = CuSO_4 + 2H_2O$$

只有生成物中有沉淀析出或气体放出(包括挥发性酸)，或者生成弱电解质(如水)时，复分解反应才能趋于完成。

## 三、化 学 量

### 1.原子量、分子量

(1) 原子量

原子量指的是各种元素原子的相对质量。以一种碳原子($^{12}_{6}C$)的质量的1/12作为标准，其它原子的质量跟它相比所得的数值，就是该原子的原子量。它没有单位。

大多数原子是由两种或两种以上的同位素所组成，因此，一种元素的原子量实际上是按各种同位素原子所占的百分比计算而得的平均值(平均原子量)。

(2) 分子量

分子量是单质或化合物分子的相对质量。它等于分子中各原子的原子量的总和。它没有单位。例如，水($H_2O$)的分子量是

$$1.0079\times2+15.9994=18.0152\approx18$$

分子量的测定，一般用沸点升高法、冰点降低法和相对密度法等。

### 2.摩尔

(1) 摩尔

摩尔是表示物质的量的单位。某物质如果含有阿佛加德罗常数个微粒，这种物质的量就是1摩尔。阿佛加德罗常数的数值为$6.022045\times10^{23}$，一般计算取值$6.02\times10^{23}$。

注意，物质中所包含的结构粒子，可以是原子、分子、离子、电子等，也可以是这些粒子的特定组合体，因此，使用摩尔时应指明结构粒子的种类。

摩尔的国际符号是mol。它是国际单位制(SI)的一个基本单位，化学上一个常用的重要的单位。

(2) 摩尔质量

1摩尔物质的质量，通常指 $6.02\times10^{23}$ 个物质微粒的总质量。一种原子或分子的摩尔质量，在数值上等于其原子量或分子量，单位是克/摩尔或千克/摩尔，分别读作"克每摩尔"或"千克每摩尔"。注意，摩尔质量的单位不是克或千克。硫酸的摩尔质量是98克/摩尔，可以说，1摩尔硫酸的质量是98克，但不宜说成1摩尔硫酸的质量是98克/摩尔，或硫酸的摩尔质量是98克。

(3) 气体摩尔体积

在标准状况(0℃、1大气压)下，1摩尔任何气体所占的体积都约是22.4升。22.4升这个数值称为气体摩尔体积。例如，$H_2$的摩尔体积为22.4升/摩尔，$CO_2$的摩尔体积为22.3升/摩尔。注意，1摩尔固态或液态物质的体积则是各不相同的。

3.当量

表示元素或化合物相互作用时质量的比值，称为当量。

一种元素的当量，是该元素跟8份质量单位的氧或1份质量单位的氢相化合时，或者从化合物中置换出这些质量单位的氧或氢时，该元素的质量单位。

物质的当量以克作单位时，称为该物质的克当量，以毫克作单位时称为毫克当量。例如，40克钙跟16克氧化合而成氧化钙时，钙的克当量是 $\frac{40\times8}{16}=20$(克)。

根据化学反应的不同，物质的当量可分为氧化-还原当量和复分解当量(包括各种非氧化-还原当量)。氧化-还原当量包括氧化剂的当量和还原剂的当量。复分解当量一般包括酸的当量，碱的当量和盐的当量。

$$\text{氧化剂或还原剂的当量}=\frac{\text{分子量或原子量}}{\text{1个分子或原子得失电子的总数}}$$

$$\text{酸或碱的当量}=\frac{\text{分子量}}{\text{1个分子提供的}H^+\text{或}OH^-\text{的总数}}$$

$$\text{盐的当量}=\frac{\text{分子量}}{\text{金属阳离子的正价总数}}$$

物质的当量并非固定不变的，同一物质在不同反应中，可能有不同的当量。例如

$$NaCl + H_2SO_4(浓) \xrightarrow{常温} NaHSO_4 + HCl\uparrow$$

$$2NaCl + H_2SO_4(浓) \xrightarrow{强热} Na_2SO_4 + HCl\uparrow$$

$H_2SO_4$的当量在以上两个反应中分别为

$$E_{H_2SO_4} = \frac{98}{1} = 98, \qquad E_{H_2SO_4} = \frac{98}{2} = 49$$

**4.中和热、燃烧热**

在稀溶液中，酸跟碱发生中和反应生成1摩尔水所放出的热量，叫做中和热。一元强酸和强碱反应的中和热为13.68千卡。若弱酸或弱碱参加反应，则中和热一般低于13.68千卡，因为它们电离时要吸热，且吸收的热量不等。

1摩尔物质完全燃烧生成稳定的氧化物时所放出的热量，叫该物质的燃烧热。例如，碳的燃烧热是94千卡/摩尔，氢生成液态水时的燃烧热为68.37千卡/摩尔，生成水蒸气时的燃烧热为57.82千卡/摩尔。

## 四、化学用语

**1.元素符号、化学式**

(1) 元素符号

元素符号是化学上表示各种元素的符号。国际上统一采用该元素的拉丁文名称的第一个大写字母来表示；如果几种元素符号的第一个字母相同时，再附加一个小写字母，以示区别。

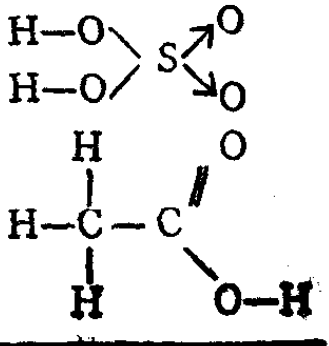
元素符号的意义：表示一种元素，表示这种元素的一个原子及其原子量。

以元素符号作基础，加上某些数字或符号，成为离子或同位素等符号。

| 符　号 | 表示方法示例 | 说　明 |
|---|---|---|
| 元素符号 | H　Al　Ca　Br | |
| 离子符号 | $H^+$　$Al^{3+}$　$Ca^{2+}$　$Br^-$　$SO_4^{2-}$ | $Al^{3+}$不应写成$Al^{+3}$ |
| 标价的元素符号 | $\overset{+1}{H}$　$\overset{+3}{Al}$　$\overset{+2}{Ca}$　$\overset{-1}{Br}$　$\overset{-2}{SO_4}$ | $\overset{-1}{Br}$和$Br^-$的意义不同 |
| 同位素符号 | ${}_1^1H$　${}_1^2H$　${}_1^3H$　${}_{92}^{238}U$ | 通式为${}_Z^AX$ |
| 电子式 | H·　·C·　·N: | |
| 电子排布式 | C：$1s^2\ 2s^2\ 2p^2$<br>N：$1s^2\ 2s^2\ 2p^3$ | |
| 轨道表示式 | C：↑↓　↑↓　↑　↑　□<br>N：↑↓　↑↓　↑　↑　↑ | |

(2) 化学式

化学式是用元素符号表示单质或化合物组成的式子。包括分子式、实验式、示性式和结构式等。

| 化学式 | 意　义 | 例　子 |
|---|---|---|
| 分子式 | 表示物质一个分子所含原子数目 | $O_2$，$C_2H_4O_2$(醋酸) |
| 实验式 | 表示物质分子中各原子数的最简单整数比 | NaCl，$CH_2O$ |
| 示性式 | 表示物质分子中所含官能团的简化结构 | $CH_2=CH_2$<br>$CH_3COOH$ |
| 结构式 | 表示物质分子中原子的排列和结合方式 |  |

## 2.化合价、氧化数

### (1) 化合价

化合价表示一定数目的一种元素的原子跟一定数目的其它元素的原子化合的性质。化合价有正价和负价。

在离子化合物里，元素化合价的数值就是该元素一个原子得失电子的数目。失去电子的原子带正电荷，该元素的化合价为正价；得到电子的原子带负电荷，该元素的化合价为负价。

在共价化合物里，元素化合价的数值，就是该元素的一个原子跟其它元素的原子形成的共用电子对的数目。电子对偏向的原子为负价，电子对偏离的原子为正价。

不论在离子化合物或在共价化合物中，正负化合价的代数和都等于零。

许多元素的化合价不是固定不变的，而显示出可变化合价。例如，氮元素有－3，＋1，＋2，＋3，＋4，＋5价，铁元素有＋2，＋3价。

### (2) 氧化数

氧化数是指分子中原子外表上所带的电荷数。

有关氧化数的规则：

①在单质中，元素的氧化数为零；

②在化合物中，氢的氧化数一般指定为＋1，氧的氧化数一般指定为－2。但在活泼金属的氢化物中，氢的氧化数为－1；在过氧化物中，氧的氧化数为－1；

③在化合物中，所有元素的氧化数的代数和为零；在离子里，所有元素的氧化数之和等于该离子的电荷数；

④氧化数有正、负之分，可以是整数，也可以是分数。例如，在$Fe_3O_4$中，铁的氧化数为＋8/3。$Fe_3O_4$的分子组成为$\overset{+3}{Fe}\cdot\overset{+2}{Fe}[\overset{+3}{Fe}O_4]$，不能写成$FeO\cdot Fe_2O_3$。

氧化数是在化合价概念的基础上发展起来的。化合价的原意是相结合的原子个数比的性质，氧化数则是形式电荷的数值，用以表示原子的相对化合状态。

### 3.化学方程式

(1) 化学方程式

化学方程式是用分子式表示化学反应的式子。它不仅表示参加反应的反应物和反应结果的生成物，还表示它们之间量的关系。例如：

$$N_2 + 3H_2 = 2NH_3$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 质量比 | 28 | 6 | 34 |
| 分子数比 | 1 | 3 | 2 |
| 摩尔数比 | 1 | 3 | 2 |
| 体积比 | 1 | 3 | 2 |

书写化学方程式注意事项：

①必须以反应事实为根据，不能臆造不存在的化学反应或分子式；

②必须遵循质量守恒定律，配平后等号左右两边同一元素的原子总数应相等。

(2) 热化学方程式

热化学方程式是表示化学反应中热量变化的化学方程式。

书写热化学方程式注意事项：

①要注明反应条件。没有注明反应条件的一般指25℃和1大气压；

②要注明物质的聚集状态。同一物质如果聚集状态不同，在反应中放出或吸收的热量的数值不同；

③热量的数值一般写在方程式的右端，放热用"+"表示，吸热用"-"表示(若写在左方则符号相反)。按国际单位制，热量的单位是焦耳，现暂仍用卡为单位；

④热化学方程式中的系数，只表示摩尔数而不代表分子数，因此，可以是整数，也可以是分数。

(3) 离子方程式

离子方程式是用实际参加反应的离子符号来表示离子反应的化学方程式。不是以离子形式进行的反应不能用离子方程式表示。

离子方程式跟一般化学方程式不同，它不仅表示一定物质间的某个反应，还表示所有同一类型的离子反应。

书写离子方程式注意事项：

①无论反应物或生成物，凡是难溶性物质、难电离物质或气体，

都用分子式表示。可溶性的强电解质，一律写成离子符号，没有参加反应的离子不写；

②离子方程式配平后，方程式两边各元素原子的种类和数目必须相等，反应物和生成物的正、负电荷总数的绝对值也必须相等。

(4) 电离方程式

电离方程式是表示电解质电离过程的化学方程式。

| 类　型 | 电　离　特　点 | 举例 |
|---|---|---|
| 强电解质 | 几乎完全电离，电离过程不可逆 | 例 1 |
| 弱电解质 | 只有部分电离，电离过程可逆；多元弱酸分步电离 | 例 2 |
| 两性氢氧化物 | 既发生酸式电离，又发生碱式电离 | 例 3 |
| 络离子 | 只有部分电离，电离过程可逆 | 例 4 |

例 1　$HCl = H^+ + Cl^-$

例 2　$H_2S \rightleftharpoons H^+ + HS^-$　(第一步电离)

$HS^- \rightleftharpoons H^+ + S^{2-}$　(第二步电离)

例 3　$Al(OH)_3 \rightleftharpoons Al^{3+} + 3OH^-$　(碱式电离)

$Al(OH)_3 \rightleftharpoons H^+ + AlO_2^- + H_2O$　(酸式电离)

例 4　$[Ag(NH_3)_2]^+ \rightleftharpoons Ag^+ + 2NH_3$

(5) 电解方程式

电解方程式是表示电解质电解过程的化学方程式。

例如，氯化铜在水溶液中的电解方程式为

阳极反应　$2Cl^- - 2e = 2Cl$

$2Cl = Cl_2$

阴极反应　$Cu^{2+} + 2e = Cu$

总的电解方程式　$Cu^{2+} + 2Cl^- \xrightleftharpoons{\text{电解}} Cu + Cl_2\uparrow$

有时只写出最后的总式就可以了。

(6) 水解方程式

水解方程式是表示盐类水解过程的化学方程式。它可写成化学方程式或离子方程式。

例如，氯化铵的水解方程式为

$$NH_4Cl + H_2O \rightleftharpoons NH_3 \cdot H_2O + HCl$$

或 $$NH_4^+ + H_2O \rightleftharpoons NH_3 \cdot H_2O + H^+$$

书写水解方程式注意事项：

①式子两边用"$\rightleftharpoons$"联系，只有彻底水解时才用"="；

②水写成分子式，不写成离子符号；

③水解后生成的不溶性碱，不加沉淀符号，生成的不稳定性酸或碱，因数量不多一般不分解。只有彻底水解时，才加上生成沉淀或放出气体的符号。

## 五、分 散 系

### 1.分散系及其特性

(1) 分散系的分类

分散系是一种或几种物质的微粒分布于另一种物质里形成的混和物。其中分散成微粒的物质为分散质；微粒分布于其中的物质为分散剂。溶液是一种分散系，溶质是分散质，溶剂是分散剂。悬浊液、乳浊液及胶体也都是分散系。

(2) 各种分散系特性的区别

| | 溶 液 | 胶 体 | 悬浊液 | 乳浊液 |
|---|---|---|---|---|
| 外表特征 | 澄清，透明 | 透明，有丁达尔现象 | 浑 浊 | |
| 稳定性 | 稳定 | 一般情况下稳定 | 不稳定 | |
| 分散质直径 | $<10^{-9}$m | $10^{-9}\sim10^{-7}$m | $10^{-7}\sim10^{-3}$m | |
| 分散质本质 | 分子或离子 | 大分子或分子聚集体 | 分子聚集体 | |
| 举 例 | 蔗糖溶液，食盐溶液 | 蛋白溶 | 泥浆，六六六水剂 | 牛乳，DDT水剂 |

(3) 溶液跟混和物、化合物的区别

| | 混和物 | 溶　　液 | 化合物 |
|---|---|---|---|
| 形成过程 | 物理过程 | 既有物理过程又有化学过程 | 化学过程 |
| 组成 | 不固定 | 大多数溶质有一定溶解限度，不饱和溶液的组成不固定 | 固定 |
| 状态 | 不均一 | 均一 | 均一 |

**2.饱和溶液与不饱和溶液**

在一定温度下，一定量的溶剂里，不能再溶解某种溶质的溶液叫做这种溶质的饱和溶液；还能继续溶解某种溶质的溶液，叫做这种溶质的不饱和溶液。

3.溶解度、溶液浓度

(1) 溶解度

在一定温度下，某物质在100克溶剂里达到饱和状态时所溶解的克数，叫做这种物质在该溶剂里的溶解度。

气体的溶解度，常用标准状况下1体积溶剂中所能溶解的该气体的体积数表示。

不同物质在水里的溶解度不同，同一物质在不同温度下的溶解度也可能不同。

根据物质在室温下的溶解度，可粗略地区分物质的溶解性。

| 溶解度(20℃) | 溶解性 | 举　例 |
|---|---|---|
| ＞10克 | 易溶性 | $KNO_3$，NaCl |
| ＞1克 | 可溶性 | $Br_2$，$KClO_3$ |
| ＜1克 | 微溶性 | $Ca(OH)_2$，$I_2$ |
| ＜0.01克 | 难溶或不溶性 | AgCl，$CaCO_3$ |

(2) 溶液的浓度

一定量的溶液里所含溶质的量，叫做溶液的浓度。溶液的数量通常

用质量或体积表示，溶质的数量通常用质量、摩尔、当量等表示。

| 溶液浓度 | 溶液的数量及单位 | 溶质的量 | 符号 |
|---|---|---|---|
| 质量百分比浓度 | 100克 | 克 | % |
| 体积百分比浓度 | 100毫升 | 毫升 | % |
| 摩尔浓度 | 1升 | 摩尔 | M |
| 当量浓度 | 1升 | 当量 | N |
| 质量百万分比浓度 | $1\times10^6$毫克 | 毫克 | ppm |

4.结晶、结晶水

(1) 物质的结晶

晶体从溶液中析出的过程称为结晶。物质的结晶有两种方法：一是蒸发溶剂，适用于温度对溶解度影响不大的物质的结晶，如食盐；二是冷却溶液，适用于温度对溶解度影响很大的物质的结晶，如硝酸钾。制取晶体时往往同时运用两种方法。为制得纯度较高的晶体，可采用重结晶方法。

晶体：从饱和溶液中析出的、具有规则的几何外形的固体。

母液：分离出晶体后留下的溶液。

(2) 结晶水与结晶水合物

结晶水：晶体里结合的一定数目的水分子。

结晶水合物：含有结晶水的晶体。例如，$CuSO_4\cdot5H_2O$(胆矾)，$FeSO_4\cdot7H_2O$(绿矾)，$ZnSO_4\cdot7H_2O$(皓矾)，$K_2SO_4\cdot Al_2(SO_4)_3\cdot24H_2O$(明矾)，$CaSO_4\cdot2H_2O$(石膏)，$Na_2SO_4\cdot10H_2O$(芒硝)。

5.胶体的性质

(1) 丁达尔现象

由于胶体粒子对光线的散射作用，当一束光线射入胶体时，从侧面可以看到一条光亮的"通路"。

(2) 布朗运动

由于胶体粒子受到分散剂分子从各方面的碰撞，而处于不停的、无秩序的运动状态。

(3) 电泳现象

由于胶体粒子带有正电荷或负电荷，在电场的作用下，能向阴极或阳极作定向移动。

(4) 凝聚作用

胶体里小颗粒合并成大颗粒而沉淀析出的过程，叫做胶体凝聚。使胶体凝聚的主要方法有三种：加入一种电解质，加入一种带相反电荷的胶体，加热胶体溶液。

(5) 渗析

由于胶体粒子大于溶液里溶质分子或离子，所以不能透过半透膜。采用渗析方法，可使胶体粒子跟离子或分子分离。

## 六、基本定律

**1.定组成定律**

任何纯净的化合物都有固定的组成，不因物质的来源或制备方法的不同而改变。或者说，任何纯净的化合物的组分元素的质量，都有一定的比例。因而定组成定律也叫做定比定律。

**2.质量守恒定律**

参加化学反应的各种物质的总质量，等于反应后生成的各种物质的总质量。

**3.阿佛加德罗定律**

在相同的温度和压强下，相同体积的任何气体都含有相同数目的分子。

**4.当量定律**

在任何化学反应中，反应物之间完全作用时，它们的克当量数一定相等。

当量定律可用下列关系式表示：

$n_1 = n_2$ （$n$为克当量数或毫克当量数）

$$\frac{W_1}{E_1} = \frac{W_2}{E_2}$$ （$W$为质量，$E$为克当量或毫克当量）

$N_1V_1 = N_2V_2$ （$N$为当量浓度，$V$为溶液体积）

**5.理想气体定律——气态方程式**

理想气体是指气体分子间的相互作用力很小，一般可以忽略不计，气体分子本身的体积远远小于气体体积。这样，可以把气体分子看作是不具有任何体积的质点。实际上，理想气体是不存在的。只是在平常温度下，压强较低时，一般气体近似地当作理想气体。

理想气体的温度、压强、体积和气体物质的量之间的关系符合下式：

$$PV = nRT \quad 或 \quad PV = \frac{m}{M}RT$$

式中$m$为质量，$M$为摩尔质量，$R$为气体常数，$R$的数值和单位因$P$、$V$的不同而异，列于下表。

| $P$ | $V$ | $T$ | $n$ | R |
|---|---|---|---|---|
| 大气压 | 升 | 开 | 摩尔 | 0.082大气压·升/开·摩尔 |
| 毫米水银柱 | 毫升 | 开 | 摩尔 | 62400毫米水银柱·毫升/开·摩尔 |

**6.盖斯定律**

一个化学反应不管是一步完成还是分几步完成，其热效应总是相同的。也就是说，反应的热效应只跟物质的始态和终态有关，而跟变化的途径无关。盖斯定律可用于有关热效应（反应热）的计算。

# 基本理论

## 一、原子结构

### 1.原子的组成

原子 { 原子核 { 质子 / 中子 } / 电子 }

| 粒子名称 | 符号 | 电荷 | 相对质量 | 绝对质量(克) |
|---|---|---|---|---|
| 电　子 | $e$ | −1 | 1/1837 | $9.1066\times10^{-28}$ |
| 质　子 | $p$ | +1 | 1 | $1.6726\times10^{-24}$ |
| 中　子 | $n$ | 0 | 1 | $1.6726\times10^{-24}$ |

在一个原子里，有如下的数量关系：

原子序数＝核电荷数＝质子数＝核外电子数

质量数($A$)＝质子数($Z$)＋中子数($N$)

### 2.核外电子的运动状态

电子的质量很小，运动速度极快。核外电子的运动没有确定的轨道，只能用电子在核外空间单位体积内出现机会的多少来描述。“电子云”就是这种描述方法的一种图象。在电子云示意图中，小黑点密的，表明单位体积的空间内电子出现的机会多，反之，小黑点疏的表明出现的机会少。

核外电子的运动状态，可由下述四个方面进行定性描述。

(1) 电子层

在含有多个电子的原子里，核外电子是分层排布的，它们按能量的高低和离核的远近，分成不同的电子层。

| 电子层 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 符　号 | *K* | *L* | *M* | *N* | *O* | *P* | *Q* |
| 离核远近 | 近 | | | | | | →远 |
| 能量高低 | 低 | | | | | | →高 |

(2) 电子亚层

在同一电子层中，由于电子的能量稍有差别，一个电子层可分成一个或几个亚层。

| 电子层 | *K* | *L* | *M* | *N* |
|---|---|---|---|---|
| 亚层数目 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 符　号 | 1*s* | 2*s* 2*p* | 3*s* 3*p* 3*d* | 4*s* 4*p* 4*d* 4*f* |

在同一电子层里，亚层电子的能量按*s*、*p*、*d*、*f*的次序递增。即

$$E_{ns}<E_{np}<E_{nd}<E_{nf}$$

不同亚层的电子云形状不同。*s*亚层的电子云为球形，*p*亚层的电子云为纺锤形，*d*、*f*亚层的电子云形状则比较复杂。

(3) 电子云的伸展方向

同一亚层的电子云，在核外空间的伸展方向不同。*s*、*p*、*d*、*f*亚层的电子云分别有1、3、5、7种伸展方向。

在一定的电子层上，一种形状和伸展方向的电子云所占据的空间，就是一个轨道。例如，2*p*电子云的3种伸展方向为$2p_x$、$2p_y$、$2p_z$，也就是有3个轨道。若电子层为*n*，则该电子层可能有的最多轨道数为$n^2$。

(4) 电子的自旋

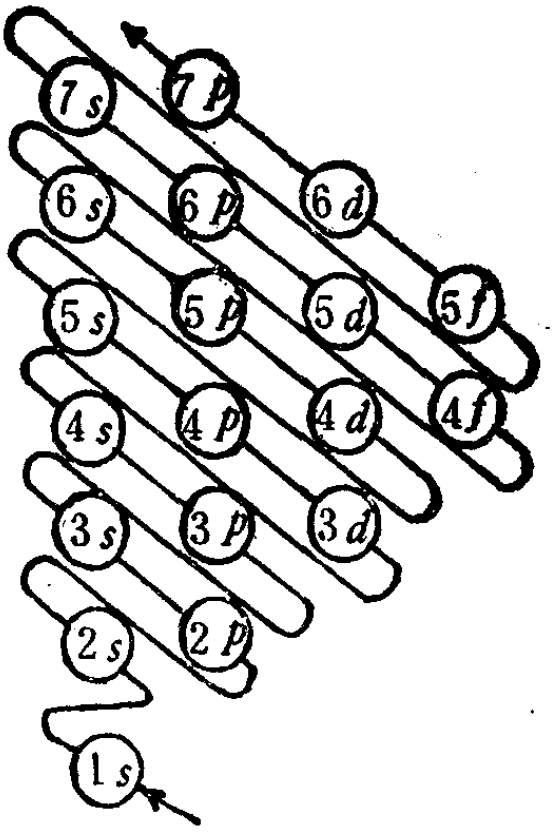
电子不仅在核外空间不停地运动，而且还作自旋运动。电子自旋有两种状态，相当于顺时针和逆时针两种方向，分别用"↑"和"↓"表示。

3.核外电子的排布规律

(1) 能量最低原理

在通常情况下，核外电子总是尽先占有能量最低的轨道，只有当能量最低的轨道占满后，电子才依次进入能量较高的轨道。

电子进入轨道的顺序如右图所示。



电子填入轨道的顺序

(2) 保里不相容原理

在同一个轨道中，不可能有运动状态完全相同的两个电子存在。也就是说，每一轨道只能容纳两个自旋方向相反的电子。由于每一个电子层可能有的最多轨道数为$n^2$，因此，各个电子层可能容纳电子的最大数目为$2n^2$。

(3) 洪特规则

在同一亚层的各个轨道（3个$p$轨道，5个$d$轨道或7个$f$轨道）上，电子的排布将尽可能分占不同的轨道，而且自旋方向相同，这样排布会使整个原子的能量最低。

对于同一亚层，当电子排布为全充满、半充满或全空时，比较稳定。

全充满：$p^6$，　$d^{10}$，　$f^{14}$

半充满：$p^3$，　$d^5$，　$f^7$

全　空：$p^0$，　$d^0$，　$f^0$

## 二、元素周期律和元素周期表

### 1.元素周期律

元素的性质，随着元素原子序数的递增而呈周期性的变化。元素周期律是元素原子的核外电子排布的周期性变化的必然结果。

元素的性质，主要是指原子的性质，包括原子半径、第一电离能和

主要化合价等。

由于单质和化合物的某些性质跟组成的元素的性质密切相关，因此，元素的性质，有时可用相应的单质、化合物的性质来说明。这些性质包括：单质跟水或酸反应置换出氢气的难易，跟氢气生成的气态氢化物的稳定性，最高正价氧化物相应的水化物的酸碱性强弱，等等。

**2.元素周期表**

元素周期表是元素周期律的具体表现形式。

常用的长式元素周期表的结构如下：

| 周期 | | | 族 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 短周期 | 长周期 | 不完全周期 | 主族 | 副族 | Ⅷ族 | 0族 |
| 3 | 3 | 1 | 7 | 7 | 1 | 1 |
| 7个横列 | | | 18个纵行 | | | |

各周期里元素的数目及惰性元素如下：

| 周期序数 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 元素数目 | 2 | 8 | 8 | 18 | 18 | 32 | (20) |
| 惰性元素 | $_{2}He$ | $_{10}Ne$ | $_{18}Ar$ | $_{36}Kr$ | $_{54}Xe$ | $_{86}Rn$ | |

周期：具有相同的电子层数，并按照原子序数递增的顺序排布的一系列元素。

主族：由短周期元素和长周期元素组成。族序数后面标有A字，如ⅠA、ⅡA。

副族：完全由长周期元素组成。族序数后面标有B字，如ⅠB、ⅤB。

**3.元素周期表与原子结构的关系**

原子序数＝核电荷数

周期序数＝电子层数

主族序数＝最外层电子数

最高正价＝最外层电子数

负价 = 最外层电子数 − 8

周期序数 = 能级组序数

| 周期序数 | 能级组序数 | 外层轨道 | 最多填充的电子数 |
|---|---|---|---|
| 1 | Ⅰ | 1s | 2 |
| 2 | Ⅱ | 2s 2p | 8 |
| 3 | Ⅲ | 3s 3p | 8 |
| 4 | Ⅳ | 4s 3d 4p | 18 |
| 5 | Ⅴ | 5s 4d 5p | 18 |
| 6 | Ⅵ | 6s 4f 5d 6p | 32 |
| 7 | Ⅶ | 7s 5f 6d 7p | (32) |

**4.周期表里元素性质的递变规律**

(1) 元素性质跟原子结构的关系

元素的性质是由它的原子结构决定的，其中包括原子的最外层电子数、电子层数和核电荷数。由于化学反应中，主要是外层电子数的变化。因此，外层电子数成为最重要的因素。

| 元素种类 | 最外层电子排布 | 最外层电子数 | 结构稳定性 | 得失电子情况 | 化学特性 |
|---|---|---|---|---|---|
| 金属元素 | $ns^{1\to2}$ $np^{0\to1}$ | 1～3个 | 不稳定 | 易失电子 | 金属性或还原性强 |
| 非金属元素 | $ns^2\,np^{2\to5}$ | 4～7个 | 不稳定 | 易得电子 | 非金属性或氧化性强 |
| 惰性元素 | $ns^2np^6$ | 8个 | 稳定 | 难于得失电子 | 不活泼性 |

(2) 同周期、同主族元素性质的递变规律

非金属性增强 →

最高正价氧化物相应的水化物的酸性增强

金属性增强 ↓ 碱性增强

| 族 | ⅠA | ⅡA | ⅢA | ⅣA | ⅤA | ⅥA | ⅦA | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 始末元素 | 活泼金属(碱金属) ——→ | | | | | | 活泼非金属(卤素)， | 惰性元素 |
| 最外层电子排布 | $ns^1$ | $ns^2$ | $ns^2np^1$ | $ns^2np^2$ | $ns^2np^3$ | $ns^2np^4$ | $ns^2np^5$ | $ns^2np^6$ |
| 原子半径 | 大——→ | | | | | | 小 | |
| 第一电离能 | 小——→ | | | | | | 大 | |
| 最高正价 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 | +6 | +7 | 0 |
| 最高正价氧化物通式 | $R_2O$ | RO | $R_2O_3$ | $RO_2$ | $R_2O_5$ | $RO_3$ | $R_2O_7$ | |
| 对应水化物通式 | ROH | $R(OH)_2$ | $R(OH)_3$ | $H_2RO_3$ | $H_3RO_4$ | $H_2RO_4$ | $HRO_4$ | |
| 负价 | — | — | — | −4 | −3 | −2 | −1 | |
| 气态氢化物通式 | | | | $RH_4$ | $RH_3$ | $H_2R$ | HR | |

# 三、分 子 结 构

## 1.化学键

最外层电子数不足8个的原子，在化学反应中，通过得失电子或形成共用电子对的方式而成为稳定结构。这种倾向是原子相互结合成分子的原因。

邻近的两个或多个原子之间强烈的相互作用，称为化学键。化学键的键能为30～200千卡/摩尔。

化学键的基本类型：

- 化学键
  - 离子键
  - 共价键
    - 极性键(包括配位键)
    - 非极性键
  - 金属键

分子间作用力和氢键的键能都在10千卡/摩尔以下，因此分子间作用力和氢键都不属于化学键。

(1) 离子键

阴、阳离子之间通过静电作用而形成的化学键。具有离子键的化合物称为离子化合物。

(2) 共价键

原子间通过共用电子对而形成的化学键。以共价键结合的化合物称为共价化合物。共价键的特点是具有饱和性、方向性。

共用电子对没有偏移的共价键称为非极性键；共用电子对发生偏移的共价键称为极性键。根据共用电子对偏移的程度的大小，它又分为强极性键和弱极性键。

(3) 配位键

电子对由一个原子单方面提供，并跟另一个原子共用而成的化学键。

配位键是一类特殊的共价键。形成配位键的条件是，一方有孤对电子(没有跟别的原子共用的一对电子)，另一方有空轨道。

配位化合物(络合物)含有配位键。

(4) 金属键

金属晶体里的自由电子跟金属离子、原子相互作用而成的化学键。

各类化学键的比较如下：

| 键型 | 键的性质 | 成键的条件 | 例　子 |
|---|---|---|---|
| 离子键 | 没有饱和性、方向性 | 活泼金属与活泼非金属化合 | NaCl、CaO |
| 共价键 | 具有饱和性、方向性 | 活泼性相近的元素化合 | HBr、$F_2$ |
| 金属键 | (自由电子为所有金属离子共有) | 金属元素 | Fe、Cu |

**2.分子间作用力和氢键**

(1) 分子间作用力

物质分子之间存在的作用力，又称为范德华力。实质上它是一种电性吸引力，但比化学键弱得多。分子间作用力的大小，对物质的熔点、沸点和溶解度等有影响。

(2) 氢键

当氢原子跟电负性很大、半径较小的原子以共价键结合成分子时，因共用电子对偏向于电负性大的原子，使氢原子带上部分正电荷，这样，氢原子就可以吸引另一分子里电负性大的原子而形成键。氢键通常用X—H…Y表示，其中X、Y代表F、O、N等。HF、$H_2O$、$NH_3$是常见的形成氢键的化合物。X、Y的电负性越大、原子半径越小，形成的氢键就越强。氢键具有饱和性和方向性，键能比分子间作用力略大。形成分子间氢键的物质，其熔点和沸点升高。

**3.元素电负性、分子极性**

(1) 元素的电负性

分子中两个成键原子吸引共用电子对能力的大小，用元素的电负性表示。电负性的数值在0.7～4之间。电负性数值越大，成键原子吸引共用电子对的能力越大。一般地说，金属元素的电负性较小，非金属元素的电负性较大。

利用电负性的数值，可以大体上推测化学键的类型和共价键的极性大小。成键的两个原子的电负性的差值大于1.7的，为离子键；在1.7～

0.4之间的，为极性键；小于0.4的，为非极性键。

(2) 分子的极性

双原子分子的极性取决于键的极性。多原子分子的极性，除跟键的极性有关之外，还取决于分子的空间构型的对称性。

| 分子的类型 | | 空间构型 | 是否极性分子 | 例 子 |
|---|---|---|---|---|
| 双原子分子 | $A_2$ | | 非极性 | $O_2$, $Cl_2$ |
| | AB | | 极性 | HCl, CO |
| 三原子分子 | ABA | 直线型 | 非极性 | $CO_2$, $CS_2$ |
| | ABA | 弯曲型 | 极性 | $H_2O$, $SO_2$ |
| | ABC | 直线型 | 极性 | HCN |
| 四原子分子 | $AB_3$ | 平面三角形 | 非极性 | $BCl_3$ |
| | $AB_3$ | 棱锥形 | 极性 | $NH_3$ |
| 五原子分子 | $AB_4$ | 正四面体 | 非极性 | $CH_4$ |
| | $AB_3C$ | 四面体 | 极性 | $CH_3Cl$ |

**4.固态物质**

在通常状况下，物质的存在状态有三种：固态、液态和气态。固态又分成晶体和非晶体。

按晶体里微粒的种类和相互作用力的不同，晶体可分为以下四种类型：

| 晶体类型 | 离子晶体 | 原子晶体 | 分子晶体 | 金属晶体 |
|---|---|---|---|---|
| 微粒种类 | 离 子 | 原子 | 分子 | 金属离子，自由电子 |
| 化学键 | 离子键 | 非极性共价键 | (分子间力，氢键) | 金属键 |
| 主要物理性质 | 熔点、沸点较高，硬度较大 | 熔点、沸点高，硬度大 | 熔点、沸点低，硬度小 | 熔点、沸点较高，硬度较大 |
| 例 子 | 食盐，硝酸钾 | 金刚石，晶体硅 | 干冰，冰 | 金属，合金 |

# 四、电离理论

## 1.电解质和非电解质

(1) 电解质和非电解质的区别

| | 电解质 | 非电解质 |
|---|---|---|
| 宏观现象 | 在水溶液中或熔化后能导电 | 在水溶液中或熔化后不能导电 |
| 微观结构 | 具有离子键或强极性键 | 具有非极性键或弱极性键 |
| 例 | 酸，碱，盐，有机酸盐及大多数有机酸 | 大部分有机物 |

(2) 强电解质和弱电解质的区别

| | 强电解质 | 弱电解质 |
|---|---|---|
| 导电能力 | 大 | 小 |
| 微观结构 | 具有离子键或强极性键 | 具有弱极性键 |
| 电离过程 | 不可逆，几乎完全电离 | 可逆，只有部分电离 |
| 溶液中的存在形式 | 水合离子 | 共价分子 |

## 2.电离度和电离常数

(1) 电离度

弱电解质的电离程度，可用电离度($\alpha$)表示：

$$\alpha = \frac{\text{已电离的电解质分子数}}{\text{电解质分子总数}} \times 100\%$$

电离度的大小，反映出弱电解质的相对强弱。不同的弱电解质的电离度不同。强电解质几乎完全电离，电离度一般假定为100%。

一般地说，同一弱电解质，溶液越稀，电离度越大；温度升高，电离度增大。

(2) 电离常数

设弱电解质RX在水溶液中达到电离平衡：

$$RX \rightleftharpoons R^+ + X^-$$

则得 $$K_{电离} = \frac{[R^+][X^-]}{[RX]}$$

电离常数$K_{电离}$的大小，反映出弱电解质的相对强弱。

不同的弱电解质，在同一温度下电离常数不同。同一弱电解质，在同一温度下电离常数的数值相同，而且不随浓度的改变而变化。

多元弱酸或弱碱，在分步电离时，每一步都有一个电离常数，通常用$K_1$、$K_2$、$K_3$加以区别，而且$K_1 > K_2 > K_3$。多元弱酸或弱碱的酸碱性，主要由第一步电离决定。

**3.稀释定律**

弱电解质的电离达到平衡时，电离常数跟溶液的浓度、电离度有如下关系：

$$K_{电离} = \frac{C\alpha^2}{1-\alpha}$$

当$K_{电离} < 10^{-4}$时，$\alpha$值很小，可近似地认为$(1-\alpha) \approx 1$，则得以下稀释定律：

$$K_{电离} = C\alpha^2 \quad 或 \quad \alpha = \sqrt{\frac{K_{电离}}{C}}$$

**4.水的电离和溶液的pH值**

(1) 水的离子积

水是一种极弱的电解质，但仍能微弱地电离。

$$H_2O \rightleftharpoons H^+ + OH^-$$

$$\frac{[H^+][OH^-]}{[H_2O]} = K_{电离}$$

$$[H^+][OH^-] = K_{电离} \cdot [H_2O] = K_W$$

$K_W$称为水的离子积。22℃时，$K_W = 1 \times 10^{-14}$；100℃时，

$$K_W = 1 \times 10^{-12}.$$

$K_W$不但适用于纯水，也适用于酸性或碱性的稀溶液。

(2) 溶液的pH值

当溶液的$[H^+]$或$[OH^-]$小于1$M$时，其酸碱度采用pH值表示。

$pH=-\lg[H^+]$ 或 $pOH=-\lg[OH^-]$

| 溶液的酸碱性 | $[H^+]$ | pH |
|---|---|---|
| 酸性溶液 | $>10^{-7}M$ | $<7$ |
| 中性溶液 | $=10^{-7}M$ | $=7$ |
| 碱性溶液 | $<10^{-7}M$ | $>7$ |

**5.盐类的水解** $\text{盐}+\text{水}\underset{\text{中和}}{\overset{\text{水解}}{\rightleftharpoons}}\text{酸}+\text{碱}$

盐类水解的实质：盐在水溶液中电离出来的离子，跟水电离出来的$H^+$或$OH^-$结合，生成弱酸或弱碱(弱电解质)，从而破坏水的电离平衡，改变了溶液中$H^+$或$OH^-$的相对浓度，使溶液呈现酸性或碱性。

| 盐的类型 | 水解情况 | 溶液的酸碱性 | pH值 | 例　子 |
|---|---|---|---|---|
| 强碱弱酸盐 | 水解 | 碱性 | $>7$ | $Na_2CO_3$，$K_2S$ |
| 强酸弱碱盐 | 水解 | 酸性 | $<7$ | $NH_4Cl$，$Al_2(SO_4)_3$ |
| 弱酸弱碱盐 | 强烈水解 | 中性、酸性或碱性 | | $NH_4CN$，$NH_4Ac$ |
| 强酸强碱盐 | 不水解 | 中性 | $=7$ | $Na_2SO_4$，$KNO_3$ |

## 五、氧化-还原反应和电化学

**1.氧化与还原**

| 反应 | 氧化反应 | 还原反应 |
|---|---|---|
| 现象 | 化合价升高 | 化合价降低 |
| 本质 | 失电子 | 得电子 |
| 物质 | 还原剂 | 氧化剂 |
| 性质 | 还原性 | 氧化性 |

$$\text{氧化剂} + ne \xrightarrow{\text{还原反应}} \text{还原产物}$$

$$\text{还原剂} - ne \xrightarrow{\text{氧化反应}} \text{氧化产物}$$

常见的氧化剂和还原剂如下：

| 氧化剂 | 还原产物 | 还原剂 | 氧化产物 |
|---|---|---|---|
| $O_2$ | $O^{2-}$ | Na | $Na^+$ |
| $Cl_2$ | $Cl^-$ | Zn | $Zn^{2+}$ |
| $MnO_4^-$ | $MnO_2$或$Mn^{2+}$ | $H_2$ | $H^+$ |
| $ClO_3^-$ | $Cl^-$ | C | CO或$CO_2$ |
| $H_2SO_4$(浓) | $SO_2$、S或$H_2S$ | S | $SO_2$ |
| $HNO_3$ | $NO_2$或NO | $I^-$ | $I_2$ |
| $H_2O_2$ | $H_2O$ | $Sn^{2+}$ | $Sn^{4+}$ |
| $Fe^{3+}$ | $Fe^{2+}$ | $Fe^{2+}$ | $Fe^{3+}$ |

同一周期里，从左到右，元素的还原性逐渐减弱，氧化性逐渐增强。

还原性：$Na > Mg > Al > Si$

氧化性：$Na^+ < Mg^{2+} < Al^{3+} < Si^{4+}$

同一主族里，自上而下，元素的氧化性逐渐减弱，还原性逐渐增强。

氧化性：$F_2 > Cl_2 > Br_2 > I_2$

还原性：$F^- < Cl^- < Br^- < I^-$

**2. 氧化-还原反应**

**(1) 反应的类型和表示方法**

| 类　　型 | 特　　点 | 例　　子 |
| --- | --- | --- |
| 分子间氧化-还原反应 | 发生于两个不同的分子之间 | $2Fe + 3Cl_2 = 2FeCl_3$ |
| 分子内氧化-还原反应 | 发生于同一分子内的不同原子间 | $2KClO_3 = 2KCl + 3O_2$ |
| 自身氧化-还原反应 | 发生于同一物质的同种元素之间 | $Cl_2 + H_2O = HClO + HCl$ |

氧化-还原反应通常有两种表示方法：单桥法和双桥法。

| 表示方法 | 特　　点 | 意　　义 | 例　子 |
| --- | --- | --- | --- |
| 单 桥 法 | 箭号不跨过等号 | 表示电子的转移方向和数目 | 例 1 |
| 双 桥 法 | 箭号跨过等号 | 表示电子的得失情况 | 例 2 |

2e×6

例1.　$2KClO_3 = 2KCl + 3O_2$

失1e

例2.　$Cl_2 + H_2O = HClO + HCl$

得1e

(2) 方程式的配平

配平原则：氧化剂得电子总数 = 还原剂失电子总数

配平步骤：①写出反应物和生成物的分子式，标明发生变化的元素的化合价；②标出一个分子得失电子的数目，用最小公倍数法，使电子得失总数相等；③调整其它物质的系数。

3.电解、电镀

(1) 电解和电解池

电解是电解质溶液受电流(直流电)作用，在阴阳两极上发生氧化-还原反应的过程。

电解与电离的区别如下：

| | 电　　离 | 电　　解 |
|---|---|---|
| 条件 | 受热能或水分子的作用 | 受直流电的作用 |
| 特征 | 阴、阳离子无序运动，没有明显的化学变化 | 阴、阳离子定向移动，发生氧化-还原反应 |
| 例 | $CuCl_2 = Cu^{2+} + 2Cl^-$ | $CuCl_2 \xrightarrow{电解} Cu + Cl_2\uparrow$ |

借助于电流引起氧化-还原反应的装置叫做电解池。它把电能转变为化学能。

(2) 离子在电极上的放电规律

电解时阴、阳电极情况的比较：

| | 阳　　极 | 阴　　极 |
|---|---|---|
| 电极的连接 | 跟外电源的正极相连 | 跟外电源的负极相连 |
| 电极上的反应 | 氧化反应 | 还原反应 |
| 反应实质 | 失 电 子 | 得 电 子 |

常用的电极：
- 惰性电极——电解时本身不发生化学变化，如石墨、铂
- 活泼电极——电解时本身发生化学反应，如铜、银

在惰性阴极上，某些阳离子的放电(获得电子)顺序是：

$K^+ Ca^{2+} Na^+ Mg^{2+} Zn^{2+} Fe^{2+} Sn^{2+} Pb^{2+} (H^+) Cu^{2+} Hg^{2+} Ag^+ Pt^{2+} Au^{3+}$ →

阳离子放电能力增强

在惰性阳极上，某些阴离子的放电(失去电子)顺序是：

$F^- \ SO_4^{2-} \ OH^- \ Cl^- \ Br^- \ I^- \ S^{2-}$ →

阴离子放电能力增强

因此，当用石墨作阳极，铁作阴极电解饱和食盐溶液时，在阴极得到的是$H_2$而不是Na，阳极得到的是$Cl_2$。即

$$2NaCl + 2H_2O \xrightarrow{电解} 2NaOH + H_2\uparrow + Cl_2\uparrow$$

(3) 电镀

电镀过程实质上是一个电解过程。电镀时，把待镀的金属作阴极，镀层金属作阳极，用含有镀层金属离子的溶液作电解液，在直流电的作用下，镀件表面就会覆盖一层均匀、光洁而致密的镀层。

电镀的特点是阳极本身参加了电极反应（电极的金属原子失去电子变成阳离子而溶解）。电镀的结果，阳极(镀层金属）减小的量，与阴极(镀件)增加的量相等。

**4.原电池**

(1) 原电池和电化腐蚀原理

原电池是借助氧化-还原反应把化学能转变为电能的装置。

在原电池中，活动性较强的金属为负极，活动性较弱的金属为正极。在负极上发生氧化反应，在正极上发生还原反应。

实际上，凡是活动性不同的两种材料跟电解质溶液接触，都构成了原电池。因而含有杂质的金属跟电解质溶液接触，就构成许多微小的原电池(称为微电池)。这时，较活动的金属成为原电池的负极，不断地被氧化而溶解。这就是金属电化腐蚀的原理。

(2) 原电池与电解池的区别

原电池与电解池的反应实质相同，都是在电极上发生氧化-还原反应。原电池与电解池都是实施能量的装置，不同的是原电池把化学能转变为电能，电解池则将电能转变为化学能。

原电池的正、负极是由电极材料的金属活动性决定的；电解池的阴、阳极是由连接的外电源的电极决定的。

| | 电极名称 | 电极反应 | 电子移动方向 | 电流方向 | 能量转变 |
|---|---|---|---|---|---|
| 原电池 | 正极 | 还原反应 | 导体<br>负极 ⟶ 正极 | 导体<br>正极 ⟶ 负极 | 化学能→电能<br>(提供电能) |
| | 负极 | 氧化反应 | | | |
| 电解池 | 阳极 | 氧化反应 | 电解液<br>阴极 ⟶ 阳极<br>(借助离子) | 电解液<br>阳极 ⟶ 阴极<br>(借助离子) | 电能→化学能<br>(消耗电能) |
| | 阴极 | 还原反应 | | | |

在原电池中，电子从负极流出，通过导体而流入正极。在电解池中，电子从直流电源的负极流出，经过导线流入阴极，然后借助电解液中离子的定向移动而到达阳极，再沿着导线回到电源的正极。

5.金属的腐蚀和防护

金属腐蚀主要是由于金属跟周围物质发生氧化-还原反应引起的，本质上是金属原子失去电子而被氧化的过程。它包括电化腐蚀、化学腐蚀两类。

金属腐蚀
- 电化腐蚀——通过原电池反应，伴有电流产生
- 化学腐蚀——直接发生化学反应，没有电流产生

防护方法
- 改变内部组织结构
- 在表面覆盖保护层
- 电化学保护法(包括阴极保护和阳极保护)

## 六、化学反应速度和化学平衡

1.化学反应速度及活化能

(1) 化学反应速度的表示方法

概念：化学反应速度是指化学反应的快慢程度。

表示方法：单位时间内反应物浓度的减少，或者生成物浓度的增加。

常用单位：摩尔/升·秒或摩尔/升·分。

(2)化学反应速度的影响因素

化学反应速度主要决定于反应物的性质，而且受浓度、压强、温度、催化剂等外界条件的影响。

一般地说，增大反应物浓度而其它反应条件不变时，反应速度会加快；升高反应温度或加入催化剂时，反应速度都会加快。

对于有气体参加的反应，反应速度除了受到浓度、温度、催化剂的影响外，还受到压强的影响。在一定温度下增大压强时，反应速度加快。

催化剂：能改变化学反应速度，而在反应前后化学组成和质量不变

的物质。

(3) 有效碰撞和活化能

化学反应的过程，就是旧的化学键破裂，新的化学键形成的过程。在这一过程中，反应物分子必须具有足够的能量，才能破坏旧的化学键，形成新的化学键。

分子能量 { 高 ⟶ 活化分子 ⟶ 有效碰撞 ⟶ 发生化学反应
{ 低 ⟶ 普通分子 ⟶ 无效碰撞 ⟶ 不起化学反应

活化分子是指具有比平均能量高的、能发生有效碰撞的分子。

活化能是指活化分子具有的最低限度的能量跟分子平均能量的差值。

在一定条件下，同一反应有一定的活化能，不同反应则活化能不同。活化能的大小，决定了化学反应进行的难易程度。活化能低，反应就容易进行。

(4) 化学反应速度影响因素的解释

增大浓度、增大压强 } ⟶ 增大分子总数 ⟶ 增大活化分子数

升高温度 ⟶ 增大分子能量 } ⟶ 增大活化分子百分数

使用催化剂 ⟶ 降低活化能 }

增大活化分子数、增大活化分子百分数 } ⟶ 增加有效碰撞次数 ⟶ 增大化学反应速度

| | 增大反应物浓度 | 增大气体反应物压强 | 升高温度 | 使用催化剂 |
|---|---|---|---|---|
| 单位体积内活化分子数 | 增 大 | 增 大 | 增 大 | 增 大 |
| 活化分子百分数 | 不 变 | 不 变 | 增 大 | 增 大 |
| 活化能 | 不 变 | 不 变 | 不 变 | 降 低 |
| 有效碰撞 | 增 加 | 增 加 | 增 加 | 增 加 |
| 化学反应速度 | 加 快 | 加 快 | 加 快 | 加 快 |

2.化学平衡

化学平衡是研究化学反应进行的方向和程度。它与化学反应速度，

从两个不同的侧面来研究化学反应的规律。

(1) 化学平衡的特征

**化学平衡是指在一定条件下，可逆反应里正反应速度跟逆反应速度相等，反应混和物中各组分成分百分含量保持不变的状态。**

化学平衡的特征是：

**"动"——它是一种动态平衡。在化学平衡状态下，反应并没有停止，正、逆反应都在继续进行，只是正反应速度跟逆反应速度相等罢了；**

**"定"——一定条件下，可逆反应达到化学平衡时，反应混和物的百分含量固定不变；**

**"变"——外界条件(浓度、压强、温度)改变时，平衡便发生移动，在新的条件下达到新的平衡。**

(2) 化学平衡常数

对于一般的可逆反应

$$mA + nB \rightleftharpoons pC + qD$$

在一定温度下达到平衡时，反应物浓度跟生成物浓度有如下关系：

$$\frac{[C]^p \cdot [D]^q}{[A]^m \cdot [B]^n} = K_c$$

$K_c$就是这个反应在该温度下的平衡常数。

$K_c$值越大，表示生成物的平衡浓度越大，反应物的平衡浓度越小，也就是说，反应进行得越彻底。

在一定温度下，一个可逆反应的平衡常数是固定的，它不随反应物或生成物的浓度变化而改变。但是，不同温度下的同一反应或同一温度下的不同反应，平衡常数的数值不同。而且，同一温度下的一个可逆反应，正反应的平衡常数跟逆反应的平衡常数互为倒数。

(3) 平衡移动原理

一个可逆反应达到平衡以后，如果反应条件改变，正、逆反应速度相等的状态就被破坏，反应混和物里各组分的百分含量也随之改变，直到在新条件下达到新的平衡。这种转化过程，称为化学平衡移动。

平衡移动原理(勒沙特列原理)：如果改变影响平衡的一个条件(浓度、压强或温度)，平衡就向着使这种改变减弱的方向移动。

浓度
- 增大
  - 反应物浓度——向正反应方向移动
  - 生成物浓度——向逆反应方向移动
- 减少
  - 反应物浓度——向逆反应方向移动
  - 生成物浓度——向正反应方向移动

压强
- 增大——向气体体积缩小的方向移动
- 减少——向气体体积增大的方向移动

温度
- 升高——向吸热反应的方向移动
- 降低——向放热反应的方向移动

**注意：**①催化剂对化学平衡的移动没有影响；②浓度是指溶液或气体的浓度，不考虑固态反应物；③压强的影响只适应于有气体参加的反应。

# 无机化合物

## 一、无机化合物的分类和变化规律

无机化合物一般是指组成里不含碳元素的化合物。但一氧化碳、二氧化碳、碳酸盐等少数含碳化合物也属无机化合物。

无机化合物可分为氧化物、酸、碱、盐四大类。

**1.氧化物**

| | | |
|---|---|---|
| 定义 | 氧和另一种元素组成的化合物 | |
| 分类 | 成盐氧化物（能与酸或碱生成盐） | 碱性氧化物：能与酸作用生成盐。如$Na_2O$、CaO |
| | | 酸性氧化物：能与碱作用生成盐。如$SO_2$、$CO_2$ |
| | | 两性氧化物：既能与酸又能与碱作用生成盐。如$Al_2O_3$、ZnO |
| | 不成盐氧化物 | 不能与酸或碱作用生成盐。如NO、CO |
| 命名 | (1)氧化某。如$Na_2O$叫氧化钠，CuO叫氧化铜；<br>(2)氧化亚某。某元素如有两种化合价，低价的加一“亚”字。如$Cu_2O$叫氧化亚铜；<br>(3)几氧化几某。如$Fe_3O_4$叫四氧化三铁 | |

## 2.碱

| | | |
|---|---|---|
| 定　义 | 电离时生成的阴离子全部是氢氧根离子的化合物 | |
| 分类 | 根据溶解性 | 可溶性碱：如NaOH、KOH |
| | | 不溶性碱：如$Cu(OH)_2$、$Fe(OH)_3$ |
| | 根据电离情况 | 强碱：电离出的$OH^-$离子数较多。如NaOH、KOH |
| | | 弱碱：电离出的$OH^-$离子数较少。如$Cu(OH)_2$、$Fe(OH)_3$ |
| 命名 | (1)氢氧化某。如NaOH叫氢氧化钠，$Fe(OH)_3$叫氢氧化铁；<br>(2)氢氧化亚某。某金属元素如有两种化合价，低价的加一“亚”字，如$Fe(OH)_2$叫氢氧化亚铁 | |

3.酸

| | | |
|---|---|---|
| 定义 | 电离时生成的阳离子全部是氢离子的化合物 | |
| 分类 | 根据酸根组成 | 含氧酸：酸根含氧原子。如$H_2SO_4$、$HNO_3$ |
| | | 不含氧酸：酸根不含氧原子。如HCl、$H_2S$ |
| | 根据电离情况 | 强酸：电离出的氢离子数较多。如$H_2SO_4$、HCl |
| | | 弱酸：电离出的氢离子数较少。如$H_2S$、$H_2SO_3$ |
| | 根据含氢原子个数 | 一元酸：如HCl<br>二元酸：如$H_2SO_4$<br>多元酸：如$H_3PO_4$ |
| 命名 | (1)某酸.如$H_2SO_4$叫硫酸，$HNO_3$叫硝酸；<br>(2)高、亚、次某酸：成酸元素有多种价态，常见的叫某酸，其余分别叫高、亚、次某酸。如$HClO_3$叫氯酸，$HClO_4$叫高氯酸，$HClO_2$叫亚氯酸，HClO叫次氯酸；<br>(3)氢某酸：指不含氧酸。如HCl叫氢氯酸(习惯叫盐酸)，$H_2S$叫氢硫酸 | |

## 4. 盐

| | | |
|---|---|---|
| 定义 | 电离时生成金属阳离子(或铵根)和酸根阴离子的化合物 | |
| 分类 | 根据组成 | 正盐：在水溶液中电离出金属阳离子和酸根阴离子。如NaCl、$Na_2SO_4$ |
| | | 酸式盐：在水溶液电离出金属阳离子、酸根阴离子和$H^+$离子。如$NaHSO_4$、NaHS |
| | | 碱式盐：在水溶液中电离出金属阳离子、酸根阴离子和$OH^-$离子。如$Cu_2(OH)_2CO_3$ |
| | | 复盐：在水溶液中电离出两种不同金属阳离子和一种酸根阴离子。如$KAl(SO_4)_2$ |
| | 根据相同酸根离子 | 如硫酸盐、盐酸盐、硝酸盐等 |
| | 根据相同金属离子 | 如钾盐、钠盐、铵盐等 |
| 命名 | (1)正盐：含氧酸盐叫某酸某，金属离子是低价的加"亚"字。如$Fe_2(SO_4)_3$叫硫酸铁，$FeSO_4$叫硫酸亚铁；<br>不含氧酸盐叫某化某，金属离子是低价的加"亚"字。如$FeCl_3$叫氯化铁，$FeCl_2$叫氯化亚铁；<br>(2)酸式盐：某酸氢某。如$NaHSO_4$叫硫酸氢钠；<br>(3)碱式盐：碱式某酸某。如$Cu_2(OH)_2CO_3$叫碱式碳酸铜；<br>(4)复盐：将活动性较弱的金属元素读在前面。如$KAl(SO_4)_2$叫硫酸铝钾 | |

（续上表）

| | | | |
|---|---|---|---|
| 酸性氧化物＋水 | 含氧酸 | 化合 | $SiO_2$不能反应 |
| 碱性氧化物＋酸性氧化物 | 含氧酸盐 | 化合 | 常温或熔化时进行 |
| 碱性氧化物＋酸 | 盐＋水 | | 酸要可溶性酸 |
| 酸性氧化物＋碱 | 盐＋水 | | 碱是可溶性碱；在常温或熔化时进行 |
| 金属＋酸 | 盐＋氢气 | 置换 | 金属指活动顺序中H以前的；酸指非氧化性酸溶液；$HNO_3$或热浓$H_2SO_4$与金属反应不产生$H_2$ |
| 金属＋盐 | 盐＋金属 | 置换 | (1)在金属活动顺序中处于H以后的金属，前面的金属原子能从盐溶液中置换后面的金属离子；<br>(2) Mg～Pb等较活动金属，可以把氢以后不活动金属从它的盐溶液里（或熔化状态）置换出来。但它们之间前面的金属原子，不易从盐溶液中置换后面的金属离子；<br>(3)K、Na、Ca、Ba易与水反应，不能从盐溶液中置换金属离子；<br>(4)Fe参加反应时生成亚铁盐；<br>(5)参加反应的盐是可溶性的 |
| 金属＋水 | 碱＋氢气 | 置换 | 金属是指K、Na、Ca、Ba、Mg、Al等活泼金属 |
| 非金属＋盐 | 盐＋非金属 | 置换 | 指卤素间的置换 |
| 酸＋碱 | 盐＋水 | 复分解(中和) | 酸或碱至少有一个溶于水 |
| 酸＋盐 | 酸＋盐 | 复分解 | (1)生成挥发性酸或极易分解成气体的酸(如$H_2CO_3$、$H_2SO_3$)或不溶性的酸或盐；<br>(2)强酸与弱酸的盐的反应；<br>(3)不挥发性(高沸点)酸与挥发性酸的盐的反应 |

## 5.无机化合物变化的一般规律

| 反应物 | 生成物 | 反应类型 | 说明 |
|---|---|---|---|
| 不溶性碱(强热条件下) | 碱性氧化物+水 | 分解 | 在金属活动顺序表中Al以后金属的氢氧化物 |
| 含氧酸(强热条件下) | 酸性氧化物+水 | 分解 | 常见的有$H_2CO_3$、$H_2SiO_3$、$HNO_3$。分解产物不同 |
| 含氧酸盐(强热条件下) | 碱性氧化物+酸性氧化物 | 分解 | 碳酸盐受热易分解，硝酸盐受热可分解 |
| 金属+非金属 | 无氧酸盐 | 化合 | 活泼金属与活泼非金属(如卤素及硫等)易反应 |
| 氢气+非金属 | 无氧酸(气态氢化物的水溶液) | 化合 | 非金属指卤素及硫等；无氧酸如HF、HCl、$H_2S$、HI |
| 金属+氧气 | 金属氧化物(多数是碱性氧化物) | 化合 | K、Na、Ca易被氧化；在金属活动性顺序表中Mg~H前的，常温时能被氧化；Cu、Ag、Hg加热时能被氧化；Pt、Au不被氧化 |
| 非金属+氧气 | 非金属氧化物 | 化合 | 非金属如C、S、P、Si；卤素($Cl_2$、$Br_2$、$I_2$)不能跟氧直接化合 |
| 碱性氧化物+水 | 碱 | 化合 | 反应物分子中的金属，金属活动顺序表中Mg以前的金属，不溶性碱对应的氧化物不能反应 |

# 二、氢

氢的原子核外只有1个电子($1s^1$)，故氢元素位于周期表的ⅠA族。它和非金属元素结合时，通常显+1价，但当与极活泼的钾、钠等金属反应时，又形成-1价的化合物(如KH、NaH)，与卤素相似，故也可把它排在ⅦA族。

**1.氢气**

(1) 氢气的主要性质和用途

| 物理性质 | 化学性质 | 用途 |
|---|---|---|
| 无色，无味，无臭，最轻的气体，难溶于水，难液化 | (1) 可燃性<br>纯净氢气在空气或氧气里能安静地燃烧。若混有空气，点燃时则会爆炸<br>$2H_2+O_2\xrightarrow{点燃}2H_2O$<br>氢气也能在氯气中安静燃烧，若混有空气，点燃(或光照)时会猛烈爆炸<br>$H_2+Cl_2\xrightarrow{点燃或光照}2HCl$<br>(2) 还原性<br>能跟某些金属氧化物反应，使金属还原<br>$CuO+H_2\xrightarrow{\triangle}Cu+H_2O$ | 填充气球，高能燃料，冶炼高纯度金属，化工原料 |

(2) 氢气的制法

①实验室制法

锌与稀硫酸(或盐酸)反应，用排水集气法或向下排空气法收集。

$$Zn+2H^+=Zn^{2+}+H_2\uparrow$$

②工业制法

a.电解食盐水

$$2NaCl+2H_2O\xrightarrow{电解}2NaOH+H_2\uparrow+Cl_2\uparrow$$

b.电解水

$$2H_2O \xrightarrow{\text{电解}} 2H_2\uparrow + O_2\uparrow$$

c.半水煤气法

d.天然气裂解

$$CH_4 \xrightarrow{\triangle} C + 2H_2$$

2.水

(1) 水的组成

组成的元素——氢、氧

组成元素的体积比——H:O = 2:1

组成元素的原子个数比——H:O = 2:1

(2) 水分子的结构

水分子中的H原子和O原子以共价键结合，两个O—H键之间的夹角为104°45′．O—H键是极性键，所以水分子是极性分子。

水分子之间有强的氢键，可以缔合成$(H_2O)n$，故水具有高的沸点。

## 三、卤族元素

包括氟、氯、溴、碘四种元素。位于周期表ⅦA族，最外层电子构型为$ns^2np^5$，是典型的非金属元素。

1.通性和性质比较

(1) 卤族元素的通性

①游离态的性质活泼，能跟大多数元素化合，具有强氧化性，显－1价。在其最高价氧化物里，化合价为＋7价。

②与氢直接化合生成性质相似的气态氢化物。

③易与金属化合生成金属卤化物。

(2) 卤素性质的比较(见第362、363并页表)

**卤素性质的比较**

| | | F | Cl | Br | I |
|---|---|---|---|---|---|
| 元素符号 | | F | Cl | Br | I |
| 外层电子构型 | | $2s^2 2p^5$ | $3s^2 3p^5$ | $4s^2 4p^5$ | $5s^2 5p^5$ |
| 原子半径 | | 小→大 | | | |
| 电负性 | | 大→小 | | | |
| 物理性质 | 颜色 | 淡黄绿 | 黄绿 | 红棕 | 紫黑 |
| | 状态 | 气 | 气 | 液 | 固 |
| | 密度 | 1.69克/升 | 3.214克/升 | 3.119克/厘米$^3$ | 4.93克/厘米$^3$ |
| | 沸点 | 低→高（易液化 易挥发 升华） | | | |
| | 熔点 | 低→高 | | | |
| | 溶解性 | | 易溶于水 | 微溶于水，易溶于汽油、苯、酒精、$CCl_4$等 | 微溶于水，易溶于汽油、苯、酒精、$CCl_4$等 |
| 化学性质 | 与水反应 | 使水迅速分解，放出氧气 | 光照下缓慢放出氧气 | 极其缓慢 | 不反应 |

（续上表）

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 化学性质 | 与氢气反应情况 | $H_2+F_2=2HF$<br>冷暗处能剧烈化合而爆炸，生成的HF稳定 | $H_2+Cl_2 \xrightarrow{光照} 2HCl$<br>光照下剧烈化合而爆炸，生成的HCl较稳定 | $H_2+Br_2 \xrightarrow{\triangle} 2HBr$<br>加热缓慢化合，生成的HBr不很稳定 | $H_2+I_2=2HI$<br>高温时很缓慢化合，生成的HI很不稳定，部分分解 |
| | 和金属反应情况 | 能和所有金属化合，生成物很稳定 | 加热能跟所有金属反应，生成物稳定 | 能跟除贵金属外的所有金属反应，但有的反应要加热，生成物较稳定 | 也能跟除贵金属外的金属反应，但不少反应要加热，生成物不够稳定 |
| | 单质的氧化性 | $F_2>Cl_2>Br_2>I_2$ | | | |
| | 阴离子的还原性 | $F^-<Cl^-<Br^-<I^-$ | | | |
| | 氢卤酸和含氧酸的酸性 | $HCl>HBr>HI$<br>$HClO_4>HBrO_4>HIO_4$ | | | |
| | 特性 | (1) 能跟氙、氪等反应，生成$XeF_2$、$KrF_2$等；<br>(2) HF能腐蚀玻璃，用于雕刻玻璃 | 易溶于水，生成的氯水有较强的消毒、杀菌、漂白作用 | 与皮肤接触会引起剧痛，并形成难以治愈的创伤 | (1) 单质能升华；<br>(2) 单质遇淀粉变蓝色 |

## 2.氯气

| 性　质 | 用　途 | 制　法 |
| --- | --- | --- |
| (1)黄绿色，剧毒，易溶于水，易液化；<br>(2) 能跟所有金属和大部分非金属反应<br>$Cu + Cl_2 \xrightarrow{\triangle} CuCl_2$<br>$2P + 5Cl_2 = 2PCl_5$<br>(3) 与水反应<br>$Cl_2 + H_2O = HClO + HCl$<br>(4) 与碱的反应(常温)<br>$2Cl_2 + 2Ca(OH)_2 = Ca(ClO)_2 + CaCl_2 + 2H_2O$<br>$Cl_2 + 2NaOH = NaClO + NaCl + H_2O$<br>(5) 与有机物反应<br>$Cl_2 + C_6H_6 \longrightarrow C_6H_6Cl_6$<br>六六六 | (1) 杀菌、消毒剂，漂白剂；<br>(2) 制农药，制氯丁橡胶、塑料；<br>(3) 合成盐酸<br>$Cl_2 + H_2 \xrightarrow{点燃} 2HCl$<br>HCl溶于水即成盐酸 | 实验室：<br>$4HCl + MnO_2 \xrightarrow{\triangle} MnCl_2 + Cl_2 + 2H_2O$<br>工业：<br>$2NaCl + 2H_2O \xrightarrow{电解} 2NaOH + H_2\uparrow + Cl_2\uparrow$ |

# 四、氧族元素

**包括氧、硫、硒、碲四种元素。位于周期表ⅥA族。最外层电子构型为$ns^2np^4$。**

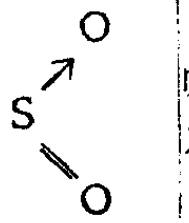
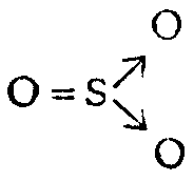
**1.氧族元素性质比较**

| 化学式 | | $O_2$ | S | Se | Te |
|---|---|---|---|---|---|
| 核电荷数 | | 8 | 16 | 34 | 52 |
| 外层电子构型 | | $2s^22p^4$ | $3s^23p^4$ | $4s^24p^4$ | $5s^25p^4$ |
| 原子半径 | | 小→大 | | | |
| 电负性 | | 大→小 | | | |
| 单质物理性质 | 颜色，状态 | 无色气体 | 黄色固体 | 灰色固体 | 银白色固体 |
| | 熔点，沸点（℃） | 逐渐增高→ | | | |
| | 密度（克/厘米³） | 逐渐增大→ | | | |
| 化学性质 | 与氢气化合的条件及生成物的稳定性 | 点燃或放电，剧烈化合 | 加热 | 加强热 | 不直接化合 |
| | | $H_2O>H_2S>H_2Se>H_2Te$ | | | |
| | 氢化物水溶液的酸性 | $H_2O<H_2S<H_2Se<H_2Te$ | | | |
| | 最高价氧化物的水化物的酸性 | $H_2SO_4>H_2SeO_4>H_2TeO_4$ | | | |
| | 非金属性 | 强→弱<br>氧能跟一切金属（除Ag、Pt、Au外）、非金属（除卤素外）直接化合，生成氧化物 | | | |

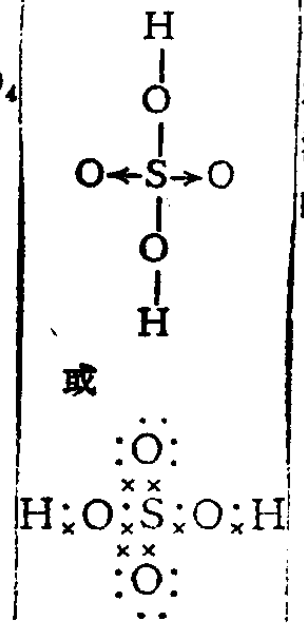
## 2. 硫及其化合物和硫酸

| 名　称 | 结　构 | 物理性质 | 化　学　性　质 | 制　法 | 用　途 |
|---|---|---|---|---|---|
| 硫化氢（$H_2S$） | $S^{2-}$ 最外层电子数为8，构型为 $3s^23p^6$ | 无色、有恶臭的气体，比空气重，能溶于水生成氢硫酸 | (1) 是弱酸，具有酸的通性；<br>(2) 有强还原性<br>$H_2S + Cl_2 = 2HCl + S$<br>(3) 可燃性<br>$2H_2S + 3O_2 \xrightarrow{\text{燃烧}} 2H_2O + SO_2$<br>$2H_2S + O_2 = 2H_2O + 2S$<br>(4) 与某些可溶性盐作用<br>$\begin{cases} Pb^{2+} \\ Zn^{2+} \\ Cu^{2+} \end{cases} + H_2S = \begin{cases} PbS\downarrow \\ ZnS\downarrow \\ CuS\downarrow \end{cases}$（黑色）$+ 2H^+$ | 实验室法：硫化亚铁与盐酸反应 | (1) 制硫化物；<br>(2) 沉淀剂。分析化学上用于检验各种金属离子的存在 |
| 硫（S） | 最外层有6个电子，构型为 $3s^23p^4$ | 黄色晶体，不溶于水，易溶于 $CS_2$，微溶于酒精，有升华现象 | (1) 既有氧化性，又有还原性<br>$H_2 + S \xrightarrow{\triangle} H_2S$<br>$2Na + S = Na_2S$（氧化性）<br>$S + O_2 \xrightarrow{\text{燃烧}} SO_2$（还原性）<br>(2) 跟氧相似，易与大多数金属、非金属和氢气反应 | 工业法：硫铁矿与焦炭焙烧 | (1) 制药；<br>(2) 制火药；<br>(3) 制农药；<br>(4) 制硫酸；<br>(5) 橡胶硫化 |

（续上表）

| 名　称 | 结　构 | 物理性质 | 化　学　性　质 | 制　法 | 用　途 |
|---|---|---|---|---|---|
| 二氧化硫（$SO_2$）亚硫酐） |  | 无色、有刺激性气味的气体，溶于水生成亚硫酸 | (1)既有氧化性，又有还原性<br>氧化性：<br>$SO_2+2H_2S=2H_2O+3S$<br>还原性：<br>$2SO_2+O_2=2SO_3$<br>(2) 有漂白作用（与有机色素形成无色化合物，但受光照或受热则分解） | 实验室法：<br>亚硫酸盐与盐酸反应<br>工业法：<br>燃烧硫铁矿 | (1)杀虫；<br>(2)消毒；<br>(3)漂白 |
| 三氧化硫（$SO_3$，硫酐） |  | 无色挥发性固体，有刺激性气味，溶于水为硫酸 | (1) 具有酸性氧化物的通性；<br>(2) 是强氧化剂 | 实验室法：<br>加热“发烟”硫酸或焦硫酸盐 | |

（续上表）

| 名称 | 结　构 | 物理性质 | 化　学　性　质 | 制　法 | 用　途 |
|---|---|---|---|---|---|
| 硫酸<br>$H_2SO_4$ |  <br>或<br> | 无色油状液体，比水重，能以任何比例溶于水，并放出大量的热 | （1）稀硫酸具有酸的通性；<br>（2）浓硫酸特性：<br>①吸水性；<br>②脱水性<br>$C_{12}H_{22}O_{11}\xrightarrow{浓H_2SO_4}12C+11H_2O$<br>③氧化性<br>$Cu+2H_2SO_4(浓)\xrightarrow{\triangle}CuSO_4+2H_2O+SO_2\uparrow$<br>$C+H_2SO_4(浓)=2H_2O+2SO_2\uparrow+CO_2\uparrow$ | 工业法：<br>$FeS_2\rightarrow SO_2$<br>$SO_2\rightarrow SO_3$<br>$SO_3\rightarrow H_2SO_4$ | （1）精炼石油；<br>（2）做干燥剂；<br>（3）冶炼金属 |

说明：在常温下浓硫酸使铁、铝等金属钝化；

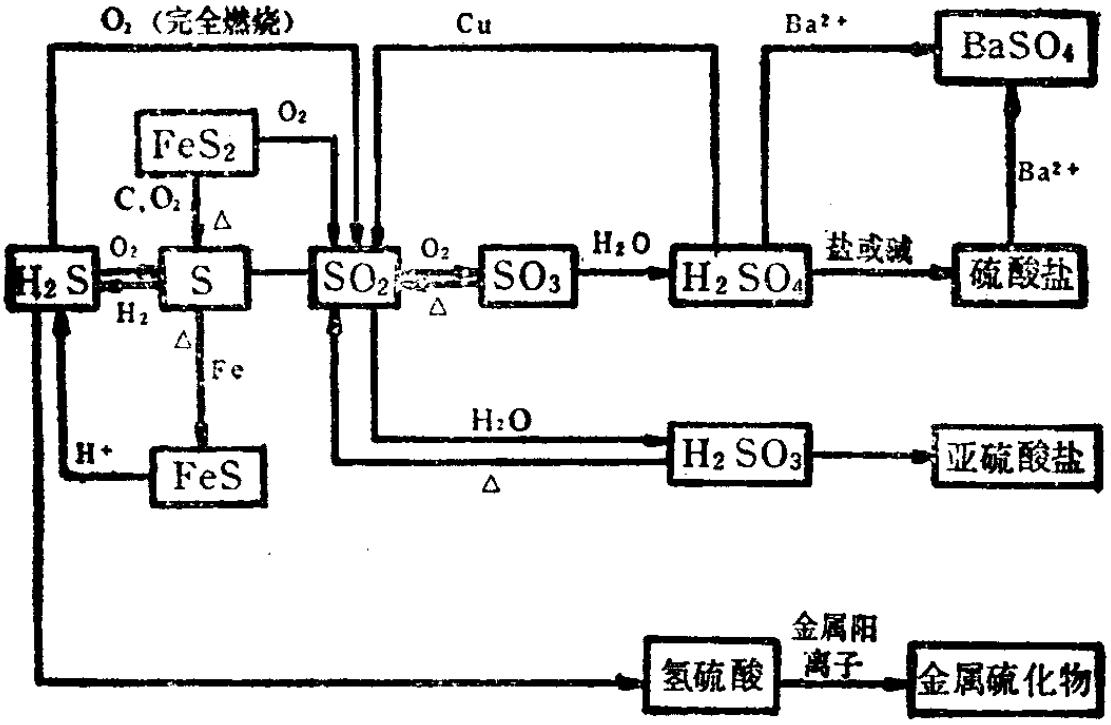
硫铁矿与焦炭焙烧制硫的化学方程式：

$$3FeS_2+12C+8O_2=Fe_3O_4+12CO+6S$$

硫铁矿制二氧化硫的化学方程式：

$$4FeS_2+11O_2=2Fe_2O_4+8SO_2\uparrow$$

### 3. 硫及其化合物的相互关系




## 五、氮族元素

包括氮、磷、砷、锑、铋五种元素，位于周期表ⅤA族，最外层电子构型为$ns^2np^3$。非金属性较卤族、氧族元素弱。

N原子有较高的电负性（仅次于F、O、Cl），有很强的共价倾向。氮分子是由两个N原子通过三个未成对$p$电子形成共价叁键（:N≡N:），键能很大，故氮分子性质很稳定。

**1.氮族元素性质比较**

见下页表。

| 元素符号 | N | P | As | Sb | Bi |
|---|---|---|---|---|---|
| 外层电子构型 | $2s^2 2p^3$ | $3s^2 3p^3$ | $4s^2 4p^3$ | $5s^2 5p^3$ | $6s^2 6p^3$ |
| 原子半径 | 小 → | | | | 大 |
| 电负性 | 大 → | | | | 小 |
| 化合价 | −3<br>+1, +2, +3<br>+4, +5 | −3<br>+1, +3, +5 | −3<br>+3, +5 | +3, +5 | +3, +5 |
| 单质的颜色和状态 | 白色气体 | 白色固体赤色粉末 | 灰色固体 | 灰色固体 | 灰色固体 |
| 氢化物及其生成条件 | $NH_3$<br>高温、高压、催化剂 | $PH_3$<br>不直接化合 | $AsH_3$<br>不直接化合 | $SbH_3$<br>不直接化合 | $BiH_3$<br>不直接化合 |
| 高价氧化物 | $N_2O_5$ | $P_2O_5$ | $As_2O_5$ | $Sb_2O_5$ | $Bi_2O_5$ |
| 高价氧化物的水化物的酸性 | $HNO_3$<br>强 → | $H_3PO_4$ | $H_3AsO_4$ | $Sb(OH)_3$ | $Bi(OH)_3$<br>弱 |
| 非金属性 | 强 → | | | | 弱 |

## 2. 氮和磷

| | | N | P | |
|---|---|---|---|---|
| 物理性质 | 状态 | 无色，无味，气体无毒 | 白磷为黄色蜡状质脆固体 | 红磷为暗红色粉末 |
| | 毒性 | | 剧毒 | 无毒 |
| | 溶解性 | 难溶于水 | 不溶于水，能溶于$CS_2$ | 不溶于水，也不溶于$CS_2$ |
| | 着火点 | | 低 | 240℃、可燃但不自燃 |
| 化学性质 | 跟氧的反应 | $N_2+O_2 \xrightarrow{放电} 2NO$ | $4P+5O_2 \xrightarrow{燃烧} 2P_2O_5$ | |
| | 跟氢气的反应 | $N_2+3H_2 \xrightarrow[催化剂]{高温高压} 2NH_3$ | 不直接反应 | |
| | 跟某些金属反应 | $N_2+3Mg \xrightarrow{点燃} Mg_3N_2$ | | |
| | 跟卤素反应（还原性） | | $2P+3Cl_2(不足) \xrightarrow{点燃} 2PCl_3$ | |
| | | | $2P+5Cl_2(充足) \xrightarrow{点燃} 2PCl_5$ | |
| 制法 | | 实验室法：亚硝酸盐受热分解<br>$NH_4NO_2 \xrightarrow{\triangle} N_2\uparrow+2H_2O$<br>工业法：由空气液化再分馏 | 将石英砂、磷酸钙和炭粉混合在电炉中熔烧：<br>$2Ca_3(PO_4)_2+SiO_2+10C=6CaSiO_3+P_4+10CO$ | |
| 用途 | | 合成氨和制硝酸、氮肥的基本原料 | 制磷酸、农药、火柴，军事上制烟幕弹、火药、燃烧弹 | |

3.氨气与铵盐

①氨分子结构

氮原子的三个未成对2$p$电子，分别与3个H原子的1$s$电子形成三个共价键（$H:\overset{H}{\underset{\times}{\overset{\times\bullet}{N}}}:H$）。氨分子的结构呈三角锥形，键角为107°18′，是极性分子。氨分子中还有一孤对电子，故可与其它分子或离子形成配位键。

②氨气与铵盐的比较（见下页表）

4.硝酸和硝酸盐

由于硝酸分子中的$\overset{+5}{N}$原子处于最高价态，氧化性很强，易被还原为低价态（+4，+2，0，-3等），没有还原性。

硝酸的实验室制法：

$$NaNO_3 + H_2SO_4(浓) \xrightarrow{\triangle} NaHSO_4 + HNO_3\uparrow$$

硝酸的工业制法：氨氧化法

$$4NH_3 + 5O_2 \xrightarrow[加热]{Pt} 4NO + 6H_2O$$

$$2NO + O_2 = 2NO_2$$

$$3NO_2 + H_2O = 2HNO_3 + NO\uparrow$$

硝酸与硝酸盐的比较见第374页表。此外，硝酸的性质还有：

①Fe、Al等不与冷的浓硝酸反应，因发生钝化现象；

②Pt、Au不与硝酸反应，但与王水反应。王水是1体积浓硝酸与3体积浓盐酸的混和液。

氨气与铵盐的比较

| | 氨　　气 | 铵　　盐 |
|---|---|---|
| 物理性质 | 无色、有刺激性臭味的气体，易液化，易溶于水(常温时，1体积水能溶700体积的氨) | 都是晶体，易溶于水 |
| 化学性质 | (1)跟水反应：溶于水，大部分成一水合氨并部分电离<br>$NH_3+H_2O\rightleftharpoons NH_3\cdot H_2O\rightleftharpoons NH_4^++OH^-$<br>(2)跟酸反应生成铵盐<br>$NH_3+HCl=NH_4Cl$<br>(3)跟氧气反应<br>$4NH_3+3O_2\xrightarrow{点燃}2N_2\uparrow+6H_2O$<br>(燃烧形成淡绿色火焰)<br>$4NH_3+5O_2\xrightarrow{Pt}4NO\uparrow+6H_2O$<br>(氨的催化氧化反应) | (1)溶于水发生水解<br>$NH_4^++H_2O\rightleftharpoons NH_3\cdot H_2O+H^+$<br>(2)与碱作用放出氨气<br>$NH_4^++OH^-\xrightarrow{\triangle}NH_3\uparrow+H_2O$<br>(3)不稳定，受热易分解<br>$NH_4HCO_3\xrightarrow{\triangle}NH_3\uparrow+CO_2\uparrow+H_2O$ |
| 制法 | 实验室法：铵盐与碱反应<br>$2NH_4Cl+Ca(OH)_2\xrightarrow{\triangle}CaCl_2+2NH_3\uparrow+2H_2O$<br>工业法：$N_2$与$H_2$合成<br>$N_2+3H_2\xrightarrow[催化剂]{高温高压}2NH_3$ | |
| 用途 | 做致冷剂，制硝酸、氮肥 | 做氮肥、试剂 |

硝酸与硝酸盐的比较

| | 硝　　酸 | 硝　酸　盐 |
|---|---|---|
| 物理性质 | 无色有刺激臭味的液体，易挥发(浓度在98%以上称发烟硝酸)。沸点83℃，凝固点－42℃，易溶于水 | 晶体，极易溶于水 |
| 化学性质 | (1)不稳定性<br>$4HNO_3 \xrightarrow{光、热} 2H_2O + O_2\uparrow + 4NO_2\uparrow$ ($HNO_3$越浓越易分解)<br>(2)强氧化性<br>浓、稀硝酸都具有氧化性，但浓硝酸氧化性大于稀硝酸。<br>①与金属反应<br>能氧化除Pt、Au以外的所有金属，都不产生氢气：<br>$Cu + 4HNO_3(浓) \xrightarrow{\triangle} Cu(NO_3)_2 + 2NO_2\uparrow + 2H_2O$<br>$3Cu + 8HNO_3(稀) = 3Cu(NO_3)_2 + 2NO\uparrow + 4H_2O$<br>$4Zn + 10HNO_3(冷，稀) = 4Zn(NO_3)_2 + N_2O\uparrow + 5H_2O$<br>②跟非金属的反应<br>$C + HNO_3(浓) \xrightarrow{\triangle} CO_2\uparrow + 4NO_2\uparrow + 2H_2O$<br>$S + 6HNO_3 \xrightarrow{\triangle} H_2SO_4 + 6NO_2\uparrow + 2H_2O$ | 不稳定，受热易分解放出氧，是强氧化剂<br>①在金属活动顺序表里Mg以前的金属硝酸盐的分解<br>$NaNO_3 \xrightarrow{\triangle} 2NaNO_2 + O_2\uparrow$<br>②Mg～Cu之间的金属硝酸盐的分解<br>$2Mg(NO_3)_2 \xrightarrow{\triangle} 2MgO + 4NO_2\uparrow + 2O_2\uparrow$<br>$2Cu(NO_3)_2 \xrightarrow{\triangle} 2CuO + 4NO_2\uparrow + O_2\uparrow$<br>③Cu以后的金属硝酸盐的分解<br>$AgNO_3 \xrightarrow{\triangle} 2Ag + 2NO_2\uparrow + O_2\uparrow$<br>④硝酸铵高温分解<br>$2NH_4NO_3 \xrightarrow{高温} 2N_2\uparrow + 4H_2O + O_2\uparrow$ |

# 六、碳族元素

包括C、Si、Ge、Sn、Pb五种元素，位于周期表第ⅣA族，外层电子构型为$ns^2np^2$，可形成4个共价键。碳族元素的电负性比同周期的卤族、氧族小。

**1.碳族元素性质比较**

| 元素符号 | C | Si | Ge | Sn | Pb |
|---|---|---|---|---|---|
| 外层电子构型 | $2s^22p^2$ | $3s^23p^2$ | $4s^24p^2$ | $5s^25p^2$ | $6s^26p^2$ |
| 原子半径 | 小→大 | | | | |
| 电负性 | 大→小 | | | | |
| 氢化物 | $CH_4$ | $SiH_4$ | $GeH_4$ | $SnH_4$ | $PbH_4$ |
| 氢化物稳定性 | 大→小 | | | | |
| 高价氧化物 | $CO_2$ | $SiO_2$ | $GeO_2$ | $SnO_2$ | $PbO_2$ |
| 最高价氧化物水化物及其酸性 | $H_2CO_3$ | $H_2SiO_3$ | $Ge(OH)_4$ | $Sn(OH)_4$ | $Pb(OH)_4$ |
| | （弱酸）→ 酸性逐渐减弱 → （碱） | | | | |
| 金属性 | 弱→强 | | | | |
| 单质的颜色状态 | 黑色固体 | 深灰色晶体 | 银灰色晶体 | 银白色固体 | 灰色固体 |

**2.碳的同素异形体及化学性质**

见下页表。

**3.一氧化碳和二氧化碳**

见第377页表。

| 类别 | 结晶形碳 | | 无定形碳 | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 名称 | 金刚石 | 石墨 | 焦炭 | 炭黑 | 木炭 |
| 结构 | 正四面体型的空间网状结构，晶体内原子以共价键结合，键能大，无自由电子 | 六角形的层状结构，层与层间结合力弱，有自由电子 | 与石墨的结构近似，但晶粒很细小，排列也很不规则，无一定形状 | | |
| 物理性质 | 无色透明晶体，硬度最大，折光性极强，导电性差 | 深灰色不透明鳞片状晶体，质软滑腻，电的良导体 | 浅灰色多孔性坚硬物质 | 黑色细腻粉状物质 | 黑色，性脆多孔，有吸附性 |
| 化学性质 | 常温时不活泼，高温时能跟其它物质作用：<br>①跟氧反应<br>$C+O_2=CO_2$　　$2C+O_2=2CO$<br>②跟某些氧化物反应<br>$2C+CO_2\xrightarrow{高温}2CO$　　$C+2CuO\xrightarrow{\triangle}2Cu+CO_2\uparrow$<br>$CaO+3C\xrightarrow[2700\,^\circ C]{电炉}CaC_2+CO\uparrow$ | | | | |
| 用途 | 作切割、钻孔、研磨材料，装饰用 | 作润滑剂、电极材料，制耐火材料造铅笔芯 | 冶金用作还原剂 | 制造墨汁、油墨、颜料，作橡胶填充剂 | 用作燃料、还原剂、吸附剂，制造黑火药 |

一氧化碳和二氧化碳的比较

| | CO | $CO_2$ |
|---|---|---|
| 结构 | $:C::\ddot{O}$　C═O　极性分子 | $\ddot{O}::C::\ddot{O}$　O═C═O　非极性分子 |
| 物理性质 | 无色、无臭、无味气体，剧毒。比空气轻，不溶于水 | 无色、无臭、无味气体，比空气重，易液化，液态二氧化碳迅速气化变成固态，称为干冰。微溶于水 |
| 化学性质 | (1) 可燃性(在空气中燃烧生成淡蓝色火焰)<br>$2CO + O_2 \xlongequal{点燃} 2CO_2$<br>(2) 有还原性，是强还原剂<br>$2CO + Fe_2O_3 \xlongequal{\triangle} 3CO_2\uparrow + 2Fe$<br>(CO是不成盐氧化物，不跟石灰水作用) | (1) 不能燃烧，也不能支持燃烧；<br>(2) 活泼金属如Mg、Na能夺取它的氧原子，使C游离出来<br>$2Mg + CO_2 \xlongequal{点燃} 2MgO + C$<br>(3) 具有酸性氧化物的通性，能使澄清的石灰水变混浊<br>$CO_2 + H_2O = H_2CO_3$<br>$CO_2 + CaO = CaCO_3$<br>$CO_2 + 2NaOH = Na_2CO_3 + H_2O$<br>$CO_2 + Ca(OH)_2 = CaCO_3\downarrow + H_2O$ |
| 制法 | 实验室制法：<br>$HCOOH \xlongequal[\triangle]{H_2SO_4(浓)} CO + H_2O$<br>工业制法：<br>① $C + H_2O(气) \xlongequal{\triangle} CO + H_2$<br>② $CO_2 + C = 2CO$ | 实验室制法：强酸与碳酸盐(大理石)反应<br>$CaCO_3 + 2HCl = CaCl_2 + H_2O + CO_2\uparrow$<br>工业制法：煅烧石灰石<br>$CaCO_3 \xlongequal{煅烧} CaO + CO_2\uparrow$ |
| 用途 | 气体燃料，还原剂 | 灭火剂，致冷剂(干冰)，清凉饮料 |

**4.碳酸和碳酸盐**

(1) 碳酸

是很弱的二元酸，具有酸的通性。很不稳定，易分解，只有在极稀溶液中存在。

$$CO_2 + H_2O \rightleftharpoons H_2CO_3 \rightleftharpoons H^+ + HCO_3^- \rightleftharpoons 2H^+ + CO_3^{2-}$$

(2) 碳酸盐的特性

①不稳定，高温易分解

$$CaCO_3 \xrightarrow{\text{高温}} CaO + CO_2\uparrow$$

$$NaHCO_3 \xrightarrow{150℃} Na_2CO_3 + H_2O + CO_2\uparrow$$

$$Na_2CO_3 \xrightarrow{850℃} Na_2O + CO_2\uparrow$$

②与酸反应生成$CO_2$

$$CaCO_3 + 2HCl = CaCl_2 + H_2O + CO_2\uparrow$$

③可溶性碳酸盐在水溶液中都发生水解。

(3) 几种重要的碳酸盐

①碳酸钙($CaCO_3$)：不溶于水的固体。若水中有足量的$CO_2$，则形成易溶性的$Ca(HCO_3)_2$

$$CaCO_3 + CO_2 + H_2O = Ca(HCO_3)_2$$

$Ca(HCO_3)_2$溶液受热易分解

$$Ca(HCO_3)_2 \xrightarrow{\triangle} CaCO_3\downarrow + H_2O + CO_2\uparrow$$

②碳酸钠($Na_2CO_3$)：俗称纯碱、苏打。溶于水呈碱性，用于制玻璃、肥皂等。

③碳酸氢钠($NaHCO_3$)：俗称小苏打。溶于水呈碱性，受热易分解。用作发酵粉，灭火剂。

**5.硅及其化合物**

见下页表。

| 存在形式 | 结　构 | 性　质 | | 用途 |
|---|---|---|---|---|
| | | 物理性质 | 化学性质 | |
| 晶体硅 | 正四面体结构的原子晶体 | 灰色光泽固体、硬度大，熔点高，性脆。是半导体 | (1) 化学性质稳定，常温下，除氟、氢氟酸和强碱外，对其余强酸、氧气、氯气均不与之反应<br>(2) 高温下有一定的还原性<br>$Si + O_2 \xrightarrow{\text{高温}} SiO_2$<br>$Si + 2Mg \xrightarrow{500\sim600℃} Mg_2Si$<br>$Si + 2Cl_2 = SiCl_4$<br>$Si + 2NaOH + H_2O = Na_2SiO_3 + 2H_2\uparrow$ | 半导体材料 |
| 二氧化硅 ($SiO_2$) | 原子晶体立体网状结构，Si—O键长为 | 坚硬白色固体，不溶于水 | (1) 很稳定，除氢氟酸外，所有的酸均不与之反应<br>$SiO_2 + 4HF = SiF_4\uparrow + 2H_2O$ | 水晶可做光学仪器、工艺品。石英可制 |

（续上表）

| 存在形式 | | 结　构 | 性　质 | | 用　途 |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | 物理性质 | 化学性质 | |
| 二氧化硅（$SiO_2$） | | $1.62\times10^{-10}$米，键能高 | | （2）具有酸性氧化物的通性，但只在加热情况下表现出来<br>$SiO_2+CaO\xrightarrow{高温}CaSiO_3$<br>$SiO_2+2NaOH\xrightarrow{熔化}Na_2SiO_3+H_2O$<br>$SiO_2+Na_2CO_3\xrightarrow{熔化}Na_2SiO_3+CO_2\uparrow$ | 玻璃和耐火材料 |
| 硅酸 | 硅酸 $H_2SiO_4$ | | 白色胶体，几乎不溶于水 | 很不稳定，失去部分水成偏硅酸 | 聚合度大的硅酸叫硅胶，可做吸附剂、干燥剂 |
| | 偏硅酸 $H_2SiO_3$ | | 白色粉末，不溶于水 | 是一种弱酸、其酸性比碳酸还弱 | |
| 偏硅酸钠 $Na_2SiO_3$ | | | 无色透明液体，又名泡花碱或水玻璃 | 化学性质稳定 | 工业上作粘结剂、防火材料，制肥皂的发泡剂、填充剂 |

# 七、碱金属元素

包括锂、钠、钾、铷、铯五种元素.位于周期表ⅠA族.最外层电子构型为$ns^1$。碱金属是典型的金属元素，强还原剂。主要化学性质有：

(1) 跟卤素的反应，生成卤化物；

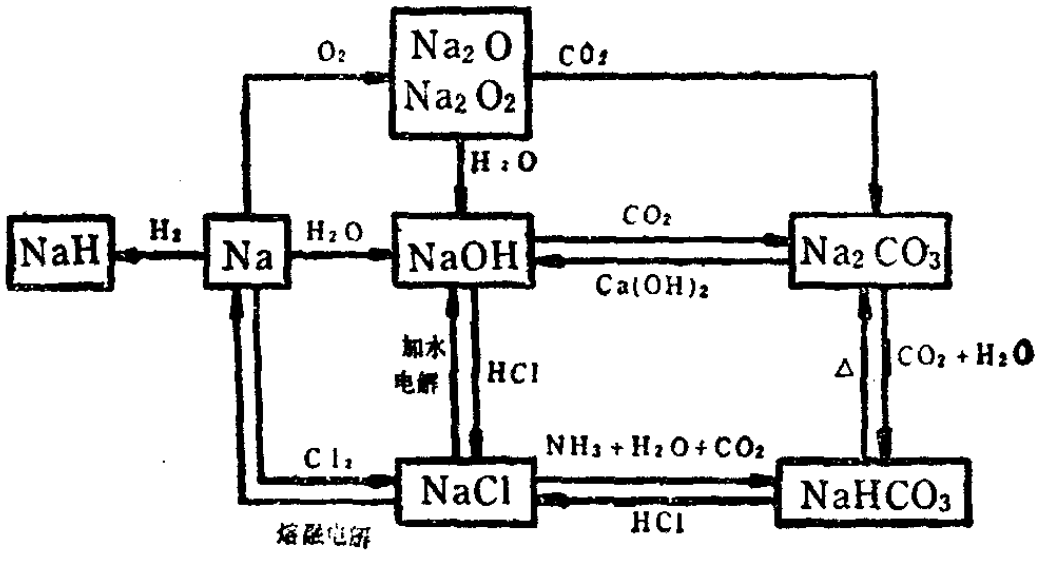
(2)跟氧气的反应，生成可溶性的碱性氧化物(还可能生成过氧化物或超氧化物)；

(3) 跟水反应，生成氢氧化物(强碱)，放出氢气。

**1.碱金属元素性质比较**

见下页表。

**2.钠及其化合物的相互关系**



碱金属元素性质比较

| 元素符号 | | Li | Na | K | Rb | Cs |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 外层电子构型 | | $2s^1$ | $3s^1$ | $4s^1$ | $5s^1$ | $6s^1$ |
| 原子半径 | | 小——→大 | | | | |
| 电负性 | | 大——→小 | | | | |
| 密度 | | 小——→大 | | | | |
| 单质的颜色和状态 | | 具有金属光泽的银白色固体，柔软 | | | | |
| 氢化物 | | LiH | NaH | KH | RbH | CsH |
| 氢化物的稳定性 | | LiH>NaH>KH>RbH>CsH | | | | |
| 与水反应情况 | | 剧烈 | 剧烈（熔化） | 很剧烈（燃烧） | 爆炸 | 爆炸 |
| 跟氧反应的产物 | 缓慢 | $Li_2O$ | $Na_2O$ | $K_2O$ | $Rb_2O$ | $Cs_2O$ |
| | 燃烧（氧过量） | $Li_2O$ | $Na_2O_2$ | $KO_2$ | $RbO_2$ | $CsO_2$ |
| 氧化物的水化物的碱性 | | ——逐渐增强——→ | | | | |
| 金属性 | | ——逐渐增强——→ | | | | |
| 原子的还原能力 | | ——逐渐增强——→ | | | | |
| 离子的氧化能力 | | ——逐渐减弱——→ | | | | |
| 焰色反应 | | 红色 | 黄色 | 紫色 | 紫色 | 紫色 |

# 八、钙、镁、铝

## 1.钙和镁

钙和镁位于周期表ⅡA族，原子最外层电子构型是$ns^2$，易失去2个电子成+2价阳离子。钙质软，新切面呈光亮的银白色。镁在空气中逐渐氧化生成一层暗色氧化膜。

钙、镁的主要化学性质：

(1) 与氧气反应

$$2Mg + O_2 \xrightarrow{\text{燃烧}} 2MgO\text{(火焰呈亮白色)}$$

$$2Ca + O_2 \xrightarrow{\text{燃烧}} 2CaO\text{(火焰呈砖红色)}$$

(2)镁能在二氧化碳中燃烧，使碳还原出来

$$2Mg + CO_2 \xrightarrow{\text{燃烧}} 2MgO + C$$

(3)与卤素或硫的反应

$$Mg + Cl_2 \xrightarrow{\text{燃烧}} MgCl_2$$

$$Ca + Cl_2 \xrightarrow{\text{燃烧}} CaCl_2$$

$$Mg + S \xrightarrow{\text{高温}} MgS$$

$$Ca + S \xrightarrow{\triangle} CaS$$

(4) 与水的反应

$$Mg + 2H_2O \xrightarrow{\triangle} Mg(OH)_2\downarrow + H_2\uparrow$$

$$Ca + 2H_2O = Ca(OH)_2 + H_2\uparrow$$

(5) 与酸的反应

$$Mg + 2HCl = MgCl_2 + H_2\uparrow$$

$$Ca + 2HCl = CaCl_2 + H_2\uparrow$$

## 2.铝

铝是周期表ⅢA族元素，最外层电子构型为$3s^23p^1$，性质较活泼，有较强的还原性，也有较明显的非金属性，是典型的两性元素。化合物有共价型的如$AlCl_3$，也有离子型的如氟化铝。

| | 物理性质 | 化学性质 | 用途 |
|---|---|---|---|
| 铝(Al) | 银白色有光泽的金属，质轻，密度小，可塑性强，延展性好 | (1) 与氧反应生成致密的保护膜<br>$4Al + 3O_2 = 2Al_2O_3$<br>(2) 与金属氧化物反应<br>$8Al + 3Fe_3O_4 \xrightarrow{高温} 4Al_2O_3 + 9Fe$<br>(3) 与水反应<br>$2Al + 6H_2O \xrightarrow[\triangle]{沸} 2Al(OH)_3\downarrow + 3H_2\uparrow$<br>(4) 与酸的反应<br>$2Al + 6HCl = 2AlCl_3 + 3H_2\uparrow$<br>(5) 与碱溶液的反应<br>$2Al + 2H_2O + 2NaOH = 2NaAlO_2 + 3H_2\uparrow$ | (1) 制合金铝和日用品；<br>(2) 代替铜做电线；<br>(3) 照明弹、燃烧弹、闪光灯等的材料；<br>(4) 制铝热剂，冶炼难溶金属；<br>(5) 做脱氧剂、还原剂 |
| 氧化铝($Al_2O_3$) | 难熔的白色固体，硬度大（仅次于金刚石），不溶于水 | 两性氧化物，能跟酸或碱发生反应<br>$Al_2O_3 + 3H_2SO_4 = Al_2(SO_4)_3 + 3H_2O$<br>$Al_2O_3 + 2NaOH = 2NaAlO_2 + H_2O$ | (1) 冶炼金属铝的原料；<br>(2) 做人造宝石或钻石；<br>(3) 做耐高温材料 |
| 氢氧化铝[$Al(OH)_3$] | 白色胶状物质，难溶于水 | (1) 典型的两性氢氧化物，在水溶液中有两种电离趋势<br>$Al(OH)_3 \begin{cases} \rightarrow Al^{3+} + 3OH^- \\ \rightarrow AlO_2^- + H^+ + H_2O \end{cases}$<br>故既跟酸又跟碱起反应<br>$Al(OH)_3 + 3H^+ = Al^{3+} + 3H_2O$<br>$H_3AlO_3 + OH^- = AlO_2^- + 2H_2O$<br>(2) 受热易分解<br>$2Al(OH)_3 \xrightarrow{\triangle} Al_2O_3 + 3H_2O$ | 医药上作中和胃酸用 |
| 硫酸铝[$Al_2(SO_4)_3$] | 无色晶体，易溶于水 | 溶于水即水解，溶液呈酸性 | (1)做媒染剂；<br>(2)做净化剂；<br>(3)灭火器的原料 |

# 九、过 渡 元 素

元素周期表ⅢB族到ⅡB族包括镧系和锕系的十个纵行共62种元素。

**1.过渡元素原子结构和性质的特点**

(1) 过渡元素原子结构特点

过渡元素外层电子构型是$(n-1)d^{1-10}ns^{1-2}$，即最外层都有1～2个$s$电子($pd$除外)。随着原子序数递增，电子填充在次外层的$d$轨道或倒数第三层的$f$轨道(镧系、锕系)上。价电子为$s$电子和部分$d$电子。

(2) 过渡元素的特性

①全是金属，且密度、硬度都较大，熔点、沸点较高，延展性、导电性、导热性较好；

②有多种化合价。若达到最高正价，则跟其族数相等；

③化合物大多数具有颜色；

④阳离子易形成络合物，因它们的离子一般具有高电荷、半径小及空原子轨道等特点。

**2.铁和钢铁冶炼**

(1) 铁及其化合物

铁位于元素周期表第四周期第Ⅷ族，外层电子构型是$3d^64s^2$，最外层$4s$轨道有两个电子，次外层$3d$轨道未充满。当遇到弱氧化剂（如S、$Cu^{2+}$、$Ag^+$、$H^+$等)时，铁原子会失去2个$4s$电子而显+2价。当遇到强氧化剂(如强氧化性酸或卤素)时，它还能再失去次外层一个$3d$电子而显+3价。其中以+3价铁比较稳定(因+3价铁的$3d$轨道为半充满状态)。

①铁及铁盐、亚铁盐的主要性质

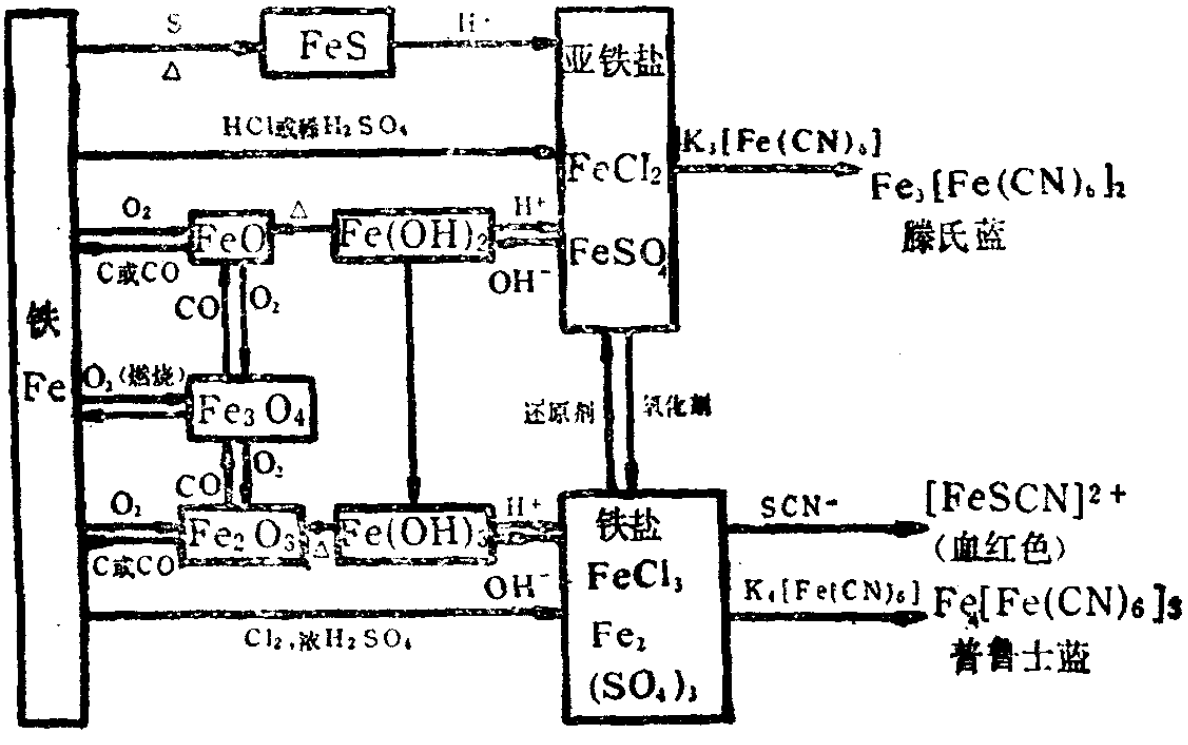
见下页表。

| 类别 | 主　　要　　性　　质 | 用途 |
| --- | --- | --- |
| 铁(Fe) | (1) 与氧的反应<br>$3Fe+2O_2 \xrightarrow{燃烧} Fe_3O_4$<br>(2) 与其他非金属反应：能把S原子还原为$S^{2-}$，而铁原子被氧化为$Fe^{2+}$；能把$Cl_2$还原为$Cl^-$，而铁原子被氧化为$Fe^{3+}$<br>$Fe+S \xrightarrow{\triangle} FeS$　　$2Fe+3Cl_2 \xrightarrow{\triangle} 2FeCl_3$<br>(3) 与$H_2O$的反应：高温下把$H_2O$(汽)中的$H^+$还原为$H_2$，在潮湿空气里铁易生锈<br>$3Fe(灼热)+6H_2O(汽)=Fe_3O_4+4H_2\uparrow$<br>(4) 与酸的反应<br>$Fe+2HCl=FeCl_2+H_2$<br>$Fe+4HNO_3(热、稀)=Fe(NO_3)_3+NO\uparrow+2H_2O$<br>(5) 与活动性较差的金属盐类反应<br>$Fe+CuSO_4=FeSO_4+Cu$ | 作还原剂，冶炼铁合金 |
| 亚铁盐($Fe^{2+}$) | (1) 呈浅绿色。易氧化成铁盐，具有还原性<br>$2FeCl_2+Cl_2=2FeCl_3$<br>$FeS+4HNO_3=Fe(NO_3)_3+NO\uparrow+S\downarrow+2H_2O$<br>(2) $Fe^{2+}$能与铁氰化钾作用，生成铁氰化亚铁（滕氏蓝）<br>$3Fe^{2+}+K_3[Fe(CN)_6]=Fe_3[Fe(CN)_6]_2\downarrow+6K^+$<br>(3) 遇$SCN^-$不显红色 | 作媒染剂、杀虫剂，制蓝黑墨水 |

（续上表）

| | | |
|---|---|---|
| 铁盐（$Fe^{3+}$） | （1）呈棕黄色，能被还原为亚铁盐，有氧化性<br>$2FeCl_3 + H_2 = 2FeCl_2 + 2HCl$<br>$2FeCl_3 + Fe = 3FeCl_2$<br>（2）溶于水发生水解<br>$Fe^{3+} + 3H_2O \rightleftharpoons Fe(OH)_3 + 3H^+$<br>（3）与亚铁氰化钾作用，生成亚铁氰化铁（普鲁士蓝）<br>$4Fe^{3+} + 3K_4[Fe(CN)_6] = Fe_4[Fe(CN)_6]_3\downarrow + 12K^+$<br>（4）遇$CNS^-$能生成血红色的$Fe(CNS)_3$<br>$Fe^{3+} + 3CNS^- = Fe(CNS)_3$ | 作氧化剂、试剂 |

②铁和铁的化合物的相互关系




（2）钢铁的冶炼

①生铁的冶炼

A.主要原料：铁矿石，焦炭(用作热源和还原剂)，石灰石(作助熔剂和除去铁矿石中的脉石)，空气(助燃、提高炉温)。

B.原理：用一氧化碳做还原剂，把铁的氧化物还原为铁。

C.主要化学反应

还原剂的生成

$$C + O_2 \xrightarrow{\text{燃烧}} CO_2$$

$$CO_2 + C \xrightarrow{\text{高温}} 2CO$$

铁矿石的还原

$$Fe_2O_3 \xrightarrow[\text{高温}]{CO} Fe_3O_4 \xrightarrow[\text{高温}]{CO} FeO \xrightarrow[\text{高温}]{CO} Fe$$

即 $$Fe_2O_3 + 3CO \xrightarrow{\text{高温}} 2Fe + 3CO_2\uparrow$$

铁在高温下跟C、Si、Mn、S、P形成合金——生铁。

炉渣的生成

$$CaCO_3 \xrightarrow{\text{高温}} CaO + CO_2\uparrow$$

$$CaO + SiO_2 = CaSiO_3$$(浮于铁水上)

(2) 钢的冶炼

A. 原理：先以氧气、铁的氧化物等作氧化剂，将生铁里过多的碳和其他杂质氧化变成气体或炉渣除去，再用还原剂除去钢中的氧化物，使生铁转化为钢。

B.主要化学反应

生铁里杂质的氧化

$$2Fe + O_2 \xrightarrow{\text{高温}} 2FeO$$

$$Si + FeO \xrightarrow{\text{高温}} 2Fe + SiO_2$$

$$Mn + FeO \xrightarrow{\text{高温}} Fe + MnO$$

$$C + FeO \xrightarrow{\text{高温}} Fe + CO$$

加入石灰石，以除铁水中的S、P

$$CaO + FeS \xrightarrow{\text{高温}} CaS + FeO$$

$$3CaO + Fe_3(PO_4)_2 \xrightarrow{\text{高温}} Ca_3(PO_4)_2 + 3FeO$$

钢水脱氧(排渣后加入少量脱氧剂，即还原剂——锰铁、硅铁或铝，

跟氧化亚铁反应）

$$FeO + Mn \xrightarrow{\text{高温}} MnO + Fe$$

$$2FeO + Si \xrightarrow{\text{高温}} SiO_2 + 2Fe$$

$$3FeO + 2Al \xrightarrow{\text{高温}} 3Fe + Al_2O_3$$

**3.铜及其化合物**

铜原子（ⅠB，$3d^{10}4s^1$）的次外层有18个电子，因核电荷数较多，而原子半径较小，不易失去电子，故其化学性质较不活动。化合价有+1、+2两种（因其3*d*轨道跟4*s*轨道能级相近，*d*电子也可参与成键），以+2价为主。

| | 主要性质 | 用途 |
|---|---|---|
| 铜(Cu) | (1) 紫红色光泽的金属，导热性、导电性、延展性、韧性均良好，耐腐蚀性较好；<br>(2) 在干燥空气里稳定，但在潮湿空气里能生成碱式碳酸铜<br>$2Cu + O_2 + H_2O + CO_2 = Cu_2(OH)_2CO_3$<br>(3) 高温时能跟氧、硫、卤素等化合<br>(4) 能跟氧化性酸（如硝酸、热浓硫酸）反应，生成+2价铜盐 | 电器材料，冶炼合金的原料 |
| 氧化铜(CuO) | (1) 黑色粉末，不溶于水；<br>(2) 有较强的氧化性<br>$CuO + H_2 \xrightarrow{\triangle} Cu + H_2O$<br>(3) 与酸反应生成盐和水<br>$CuO + H_2SO_4 = CuSO_4 + H_2O$ | 制铜盐 |
| 氧化亚铜($Cu_2O$) | 呈红色，有还原性<br>$2Cu_2O + O_2 = 4CuO$ | 制玻璃、搪瓷的红色颜料 |
| 硫酸铜($CuSO_4$) | (1) 无水物为白色，溶于水成蓝色。<br>(2) 具有一定的氧化性<br>$Cu^{2+} + Zn = Zn^{2+} + Cu$<br>(3) 与过量氨水作用，生成氢氧化四氨合铜 | 杀虫剂，电解铜或镀铜的电解液 |

**4.锌及其化合物**

锌位于元素周期表ⅡB族，外层电子构型为$3d^{10}4s^2$。原子结构的特点是次外层已填充满，成为18电子构型，而最外层上有2个s电子。化合价显+2价，金属活泼性比ⅡA族小，熔点、沸点也低于ⅡA族。

锌是白色微带蓝色的金属，在潮湿的空气中，表面形成一层氧化物薄膜而失去光泽。

(1) 锌的主要化学性质

①在加热的条件下能与绝大多数非金属发生化学反应。

$$2Zn + O_2 \overset{1000℃}{\rightleftharpoons} 2ZnO$$

$$Zn + S = ZnS$$

锌与含有$CO_2$的潮湿空气接触，可生成碱式碳酸锌：

$$4Zn + 2O_2 + 3H_2O + CO_2 = ZnCO_3 \cdot 3Zn(OH)_2$$

②与强酸反应

$$Zn + 2HCl = ZnCl_2 + H_2\uparrow$$

$$Zn + H_2SO_4(稀) = ZnSO_4 + H_2\uparrow$$

③与碱起反应

$$Zn + 2NaOH + 2H_2O = Na_2[Zn(OH)_4] + H_2\uparrow$$

锌能溶于氨水，形成络离子：

$$Zn + 4NH_3 + 4H_2O = [Zn(NH_3)_4](OH)_2 + 2H_2O + H_2\uparrow$$

(2) 锌的氧化物、氢氧化物

ZnO为白色粉末，难溶于水，易溶于酸和碱。氧化锌和氢氧化锌都是两性化合物。

$$ZnO + H_2SO_4 = ZnSO_4 + H_2O$$

$$Zn(OH)_2 + H_2SO_4 = ZnSO_4 + 2H_2O$$

$$ZnO + 2NaOH = Na_2ZnO_2 + H_2O$$

$$Zn(OH)_2 + 2NaOH = NaZnO_2 + 2H_2O$$

氧化锌用于制造药膏敷料、收敛剂，氢氧化锌用作造纸填料。

**5.铬和锰**

铬位于元素周期表的ⅥB族、锰为ⅦB族，外层电子构型：铬为$3d^54s^1$、锰为$3d^54s^2$。它们可以失去最外层的s电子和次外层的d电子，

故铬有+2、+3、+6价，锰有+2、+3、+4、+6、+7等多种价态。

| 名称 | 铬 (Cr) | 锰 (Mn) |
|---|---|---|
| 物理性质 | 银白色金属，质硬(仅次于金刚石) | 银白色金属，质硬而脆 |
| 化学性质 | (1) 性质稳定(因常温下表面易生成一层致密的$Cr_2O_3$保护膜)；<br>(2) 高温下能跟卤素、氧、硫、氮、碳化合；<br>(3) 能与盐酸、稀硫酸起反应($Cr^{2+}$不稳定，易被氧化为$Cr^{3+}$)<br>$Cr + 2H^+ = Cr^{2+} + H_2\uparrow$<br>$Cr^{2+} - e = Cr^{3+}$<br>但遇硝酸呈钝态 | (1) 性质活泼，还原性强，常温下易被氧、氯气氧化；<br>(2) 高温下能被硫、氮等非金属单质氧化；<br>(3) 易与稀酸反应<br>$Mn + 2HCl = MnCl_2 + H_2\uparrow$ |
| 用途 | 制齿轮、滚珠及其他机械零件，制造不锈钢设备，做电镀材料 | 制造钢轨、破碎机等的材料，炼钢的脱氧剂 |

重铬酸钾($K_2Cr_2O_7$)和高锰酸钾($KMnO_4$)都是强氧化剂。$KMnO_4$受热分解产生氧气

$$2KMnO_4 \xrightarrow{\triangle} K_2MnO_4 + MnO_2 + O_2\uparrow$$

这就是实验室制氧气的一种方法。

**6.镧系元素和钶系元素**

从57号元素La到71号元素Lu共15种元素，统称镧系元素；从89号到103号共15种元素称为钶系元素。前者的外层电子构型为$4f^{1-14}6s^2$，后者为$5f^{1-14}7s^2$。它们的最外层、次外层电子排布极相似，故性质也极相似。

| 类别 | 镧 系 元 素 | 锕 系 元 素 |
|---|---|---|
| 性质 | (1) 银白色金属，熔点较高，有延展性和顺磁性；<br>(2) 化学性质活泼．在空气中易氧化，加热200℃～400℃时会着火，粉末铈在空气中会自燃；<br>(3) 能置换水中的氢；<br>(4) 易溶于酸，但不与碱反应，其氢氧化物呈碱性；<br>(5) 盐类均难溶于水 | (1) 银白色金属，密度较大；<br>(2) 化性活泼，与镧系相似；<br>(3) 原子核不稳定，具有放射性 |
| 用途 | 炼钢的脱氧剂、脱硫剂，玻璃工业的着色剂和抛光剂，做火石，石油化工催化剂 | 原子能和尖端科技的原料 |

## 十、惰性元素

| 元素符号 | He | Ne | Ar | Kr | Xe | Rn |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 外层电子构型 | $1s^2$ | $2s^22p^6$ | $3s^23p^6$ | $4s^24p^6$ | $5s^25p^6$ | $6s^26p^6$ |
| 原子半径〈Å〉 | 0.93 | 1.12 | 1.54 | 1.69 | 1.90 | —— |
| 熔 点（℃） | −272.2 | −248.67 | −189.2 | −156.6 | −112 | −71 |
| 沸 点（℃） | −268.9 | −245.9 | −185.7 | −152.9 | −107.1 | −65 |
| 第一电离能（千卡/摩尔） | 567 | 487 | 364 | 323 | 280 | 248 |
| 在水中的溶解度（毫升/升·20℃） | 13.8 | 14.7 | 37.9 | 73 | 110.9 | —— |
| 临界温度(℃) | −267.9 | −228.7 | −120 | −62.5 | +16.6 | +104.5 |

包括氦、氖、氩、氪、氙、氡六种元素，位于周期表零族，它们都是单原子分子，最外层电子构型为$ns^2np^6$(氦为$1s^2$)，即最外电子层为稳定的八电子构型。化学性质极不活泼，故称之为惰性元素。由于多种惰性气体化合物的发现，说明了这些元素并非绝对不参加化学反应，惰性是相对的。

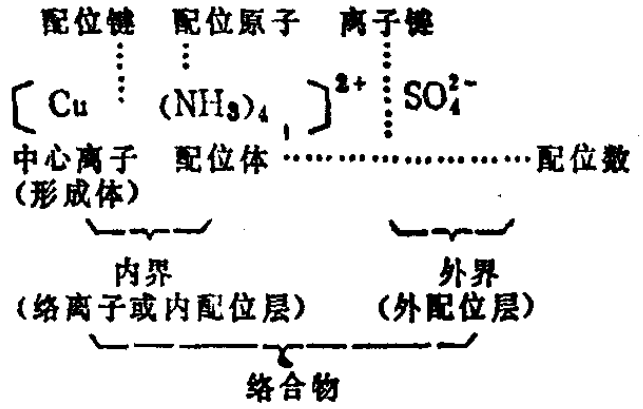
惰性元素由于原子间存在着微弱的色散力，熔点和沸点都很低，因而在工业、医学上有重要应用。

氦的临界温度最低，是最难液化的气体。液氦可用于超低温技术实验。气体氦可用于填充灯泡、气球、宇宙飞船及配制供潜水员用的压缩气体(He与$O_2$的混合气体)。氖的导电性比空气大75倍，在放电管里发射红光，管内含汞蒸气时则发射蓝光，故氖、氩等常用于霓虹灯、灯塔等照明工程。氙、氪用于医学上和制造具有特殊性能的电光源。惰性气体由于化学性质不活泼，故可作焊接活泼金属(如铝)或制备还原性极强物质的保护气。

## 十一、络 合 物

由一种阳离子、原子或分子跟中性分子或阴离子以配位键结合而形成的复杂离子，叫络离子。由络离子或络分子组成的化合物叫络合物。如硫酸四氨合铜和亚铁氰化钾，分别含有$[Cu(NH_3)_4]^{2+}$和$[Fe(CN)_6]^{4-}$络离子。

1.络合物的组成




一般地说，在络离子中，中心离子提供空轨道，配位体里的配位原子提供孤对电子，形成配位键。中心离子的元素通常是过渡元素，如

Cu、Fe、Zn、Ag等。配位体中直接同中心离子络合的原子叫配位原子，如$[Cu(NH_3)_4]^{2+}$中$NH_3$的N原子。它是具有孤对电子的高电负性的原子，如N、O、S、C及卤素。一个配位体跟中心离子只以一个配位键结合时，配位原子的数目就是配位数。

在书写络合物分子时，内界写在方括号内，外界写在方括号外。

**2.络离子在水溶液里的平衡**

络合物溶于水发生电离生成络离子和其它离子。如

$$[Cu(NH_3)_4]^{2+}SO_4 \rightleftharpoons [Cu(NH_3)_4]^{2+} + SO_4^{2-}$$

络离子进一步部分电离，并达到离解平衡。

$$[Cu(NH_3)_4]^{2+} \rightleftharpoons Cu^{2+} + 4NH_3$$

$$K_{不稳} = \frac{[Cu^{2+}][NH_3]^4}{[Cu(NH_3)_4]^{2+}}$$

$K_{不稳}$称为络离子电离的不稳定常数。其数值越大，表示络离子越不稳定。

络离子的电离平衡移动，同样服从于化学平衡移动原理。

**3.络合物的主要用途**

①提炼贵金属(如Au、Pt等)。如用氰化法提炼金：

$$4Au + 8NaCN + 2H_2O + O_2 = 4Na[Au(CN)_2] + 4NaOH$$

$$Zn + 2[Au(CN)_2]^- = 2Au + [Zn(CN)_4]^{2-}$$

②应用络合物的特殊颜色来鉴定离子的存在。如用$CNS^-$、$[Fe(CN)_6]^-$来鉴定$Fe^{3+}$。

③利用络合物的生成，使某些沉淀物质溶解而进行物质分离。常见的$Ag_2O$、AgCl、$Zn(OH)_2$等都能溶于氨水形成络离子进入溶液，由此可使它们与其它杂质分离。例如在$Fe(OH)_3$和$Cu(OH)_2$混和物中，若要除去$Cu(OH)_2$，可把混和物放入氨水中，使$Cu(OH)_2$溶解生成$[Cu(NH_3)_4]^{2+}$进入溶液，而$Fe(OH)_3$不溶于氨水，经过滤，冲洗得纯净的$Fe(OH)_3$。

# 有机化合物

## 一、有机化合物概述

**1.有机化合物的特点**

含碳的化合物称为有机化合物，简称有机物。组成有机物的元素除碳外，通常还有氢、氧、氮、硫、卤素等。

有机物的主要特点：①易溶于有机溶剂，难溶于水；②熔点、沸点较低；③易燃；④多数是非电解质；⑤种类繁多；⑥反应速度较慢，常有副反应发生。

**2.基团、同系物、同分异构体**

(1) 取代基团

有机物分子在反应中仍保持一定组成的原子团叫做基。决定有机物性质特点的原子或原子团叫做官能团。

基和官能团统称为取代基团。常见取代基团见下页表。

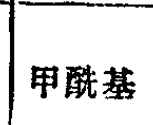
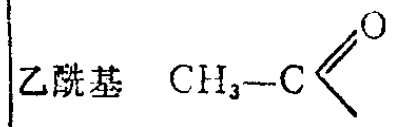
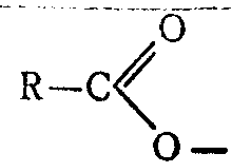
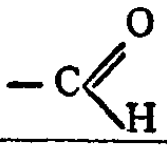
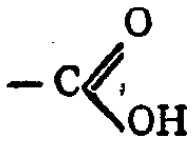
(2) 同系物

在分子组成上相差一个或若干个$CH_2$原子团的结构相似的物质，称为同系物。例如，甲烷、乙烷、丙烷是烷烃的同系物，通式为$C_nH_{2n+2}$；乙烯、丙烯、丁烯是烯烃的同系物，通式为$C_nH_{2n}$。

(3) 同分异构体

分子式相同，因结构式不同致使性质不同的物质，称为同分异构体。主要类别如第397页表。

常见的取代基团

| 基团 | | 化学式 | 基团 | 化学式 |
|---|---|---|---|---|
| 烃基 | 链烃基 | 甲基 $CH_3-$ | 酰基 | 甲酰基  |
| | | 乙基 $C_2H_5-$ | | 乙酰基  |
| | | 烷基 R– | 酯基 |  |
| | | 乙烯基 $CH_2=CH-$ | 烷氧基 | 甲氧基 $CH_3O-$ |
| | | 乙炔基 $HC\equiv C-$ | | 乙氧基 $C_2H_5O-$ |
| | 芳烃基 | 苯基 $C_6H_5-$ | 硝基 | $-NO_2$ |
| 羟基 | | $-OH$ | 亚硝基 | $-NO$ |
| 羰基 | | $>C=O$ | 氨基 | $-NH_2$ |
| 醛基 | |  | 磺酸基 | $-SO_3H$ |
| 羧基 | |  | 氰基 | $-CN$ |

| 分类 | | 产生原因 | 实例 |
|---|---|---|---|
| 结构异构 | 碳链异构 | 碳原子在分子中排列顺序不同 | $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$ 正戊烷<br>$CH_3-CH_2-CH(CH_3)-CH_3$ 2-甲基丁烷<br>$CH_3-C(CH_3)_2-CH_3$ 2,2-二甲基丙烷 |
| | 位置异构 | 双键、叁键或取代基在碳链上的位置不同 | $CH_3-CH_2-CH=CH_2$ 1-丁烯<br>$CH_3-CH=CH-CH_2$ 2-丁烯<br>邻—硝基甲苯　间—硝基甲苯　对—硝基甲苯 |
| | 官能团异构 | 分子中官能团不同 | $C_2H_5CHO$ 丙醛　$CH_3COCH_3$ 丙酮<br>$C_2H_5OH$ 乙醇　$CH_3OCH_3$ 甲醚<br>$C_2H_5COOH$ 丙酸　$CH_3COOCH_3$ 乙酸甲酯　$HCOOC_2H_5$ 甲酸乙酯 |
| 其它异构 | | 碳链种类及其联接方式不同 | ① $CH_3CH_2CH_2CH_2CH=CH_2$ 己烯<br>$H_2C(CH_2-CH_2)_2CH_2$ 环己烷<br>② $CH_2=CH-CH=CH_2$ 丁二烯<br>$CH\equiv C-CH_2-CH_3$ 丁炔 |

### 3.有机高分子化合物

它是指分子量很大(几千至几千万)的有机化合物，简称高分子。天然高分子有淀粉、纤维素、蛋白质等，合成高分子有塑料(如聚乙烯)、合成纤维、合成橡胶等.

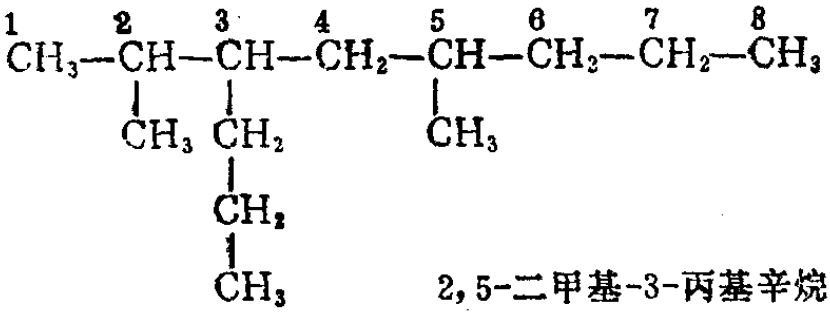
高分子虽然分子量很大，但结构往往比较简单，它们是由结构单元(链节)重复构成的。纤维素分子〔$(C_6H_{10}O_5)_n$〕的结构单元是$C_6H_{10}O_5$，聚乙烯分子〔$(C_2H_4)_n$〕的结构单元是$C_2H_4$。

### 4.有机化合物的命名

(1) 烷烃的命名

①普通命名法：在"烷"字前加上分子里所含碳原子数。含碳原子数在十以下的用甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸依次表示；十以上的直接用数字十一、十二、十三……表示.

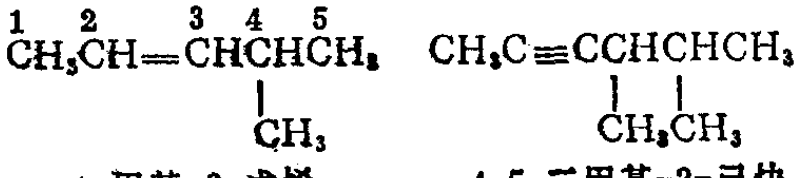
②系统命名法：A.选定分子里最长的碳链为主链，按普通命名法命名；B.在主链里，要以离支链较近的一端为起点，并用1、2、3……等数字标定碳原子的位置；C.把取代基作为支链，将取代基的位置、个数和名称写在烷烃名称的前面，并在数字后面连一短线；D.有几个取代基时，简单的写在前，复杂的写在后；几个取代基相同时，则合并命名，用二、三等数字表示.



2,5-二甲基-3-丙基辛烷

(2) 烯烃和炔烃的命名

烯烃和炔烃的命名和烷烃相似，步骤是：A.选定含有双键或叁键的最长的碳链为主链；B.要从离双键或叁键较近的一端为起点；C.双键或叁键的位置用1、2、3……数字标在烯的名称前面.



4-甲基-2-戊烯　　4,5-二甲基-2-己炔

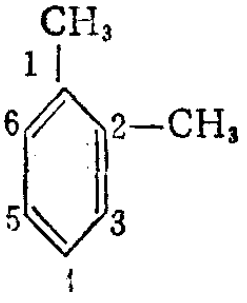
二烯烃分子有两个双键，它的命名和烯烃类似。

$$CH_2=\underset{\displaystyle CH_3}{\overset{|}{C}}CH=CH_2$$

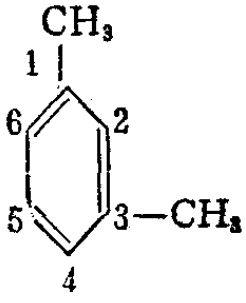
2-甲基-1,3-丁烯

(3) 苯的同系物的命名

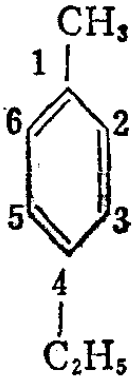
把取代基的名称写在苯的前面，如苯环上有二、三个取代基时，常用邻位、对位、间位或数字表示取代基的位置，并写在苯的同系物名称的前面。



邻-二甲苯
或1,2-二甲苯



间-二甲苯
或1,3-二甲苯



对-甲,乙苯
或1-甲基-4-乙基苯

(4) 烃的衍生物的命名

①脂肪烃衍生物的命名

以分子中含有官能团的最长碳链为主链，以靠近官能团的碳为端点，注明官能团的位置和名称(碳链部分的命名与烷烃的相似)。

$$\overset{1}{C}H_2Cl-\overset{2}{C}HCl-CH_3$$

1,2-二氯丙烷

$$\overset{3}{C}H_3-\overset{2}{C}H(CH_3)-\overset{1}{C}HOH$$

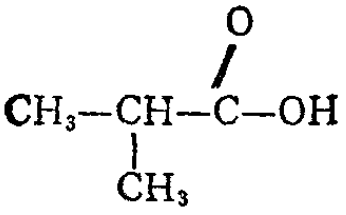
2-甲基-1-丙醇

$$CH_3-CH_2-CH_2-CHO$$

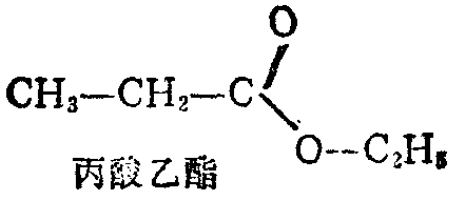
丁醛

$$CH_3-\overset{\displaystyle O}{\overset{\|}{C}}-CH_2-CH_3$$

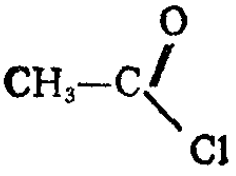
2-丁酮



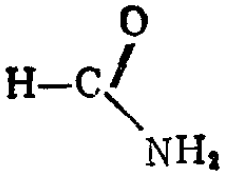
2-甲基丙酸



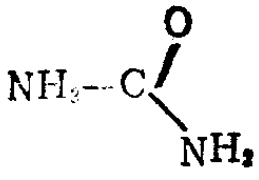
丙酸乙酯



乙酰氯



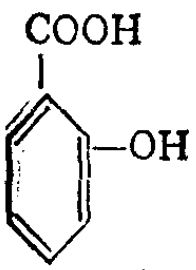
甲酰胺



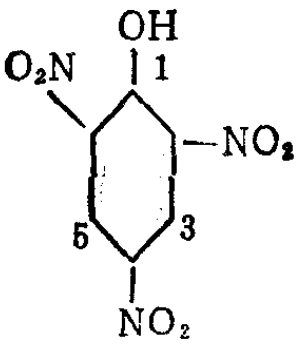
碳酰胺

②芳香烃衍生物的命名

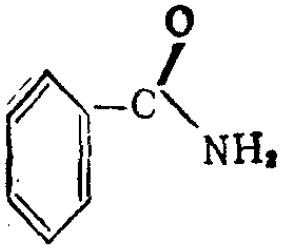
按官能团在苯环上的位置命名。



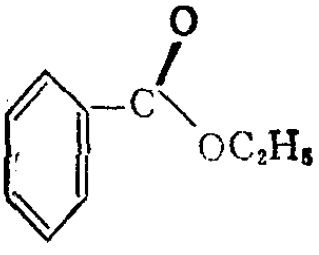
邻-羟基苯甲酸



2,4,6-三硝基苯酚



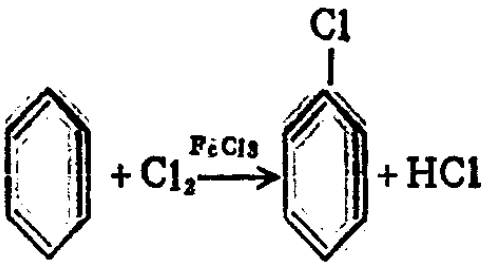
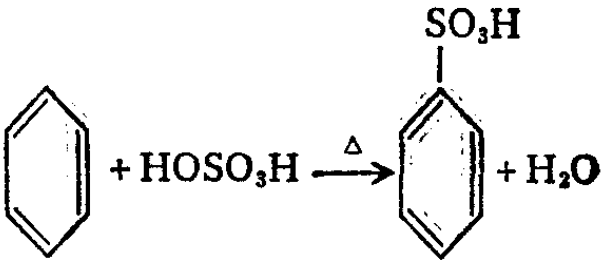
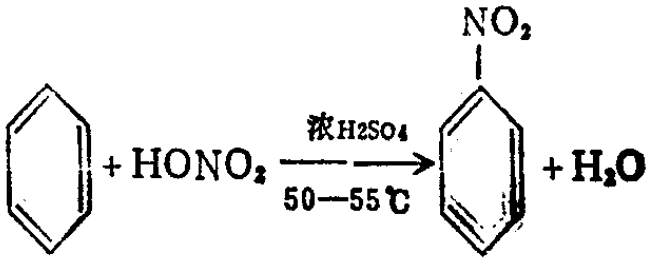
苯甲酰胺



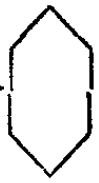
苯甲酸乙酯

# 二、有机化学反应

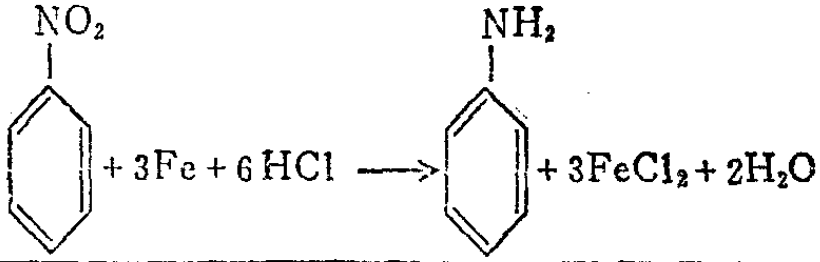
## 1.重要的有机反应类型

| 类型 | 涵　义 | 实　　例 |
|---|---|---|
| 取代反应 | 有机物分子中的某些原子或原子团被其它原子或原子团所代替的反应 | (1) 卤代：$CH_4 + Br_2 \xrightarrow{Fe} CH_3Br + HBr$<br>  <br>(2) 磺化：  <br>(3) 硝化：  <br>(4) 卤代烃水解：<br>$RX + HOH \xrightarrow[\triangle]{NaOH溶液} ROH + HX$ |

（续上表）

| 类型 | 涵　义 | 实　　例 |
|---|---|---|
| 加成反应 | 有机物分子中的不饱和碳原子与其它原子或原子团直接结合生成新的物质的反应 | (1)与卤素：$CH_2=CH_2+Cl_2\rightarrow CH_2Cl-CH_2Cl$<br> $+3Cl_2 \xrightarrow{光} C_6H_6Cl_6$<br>(2) 与氢：$CH_3CHO+H_2 \xrightarrow[\triangle]{Ni} C_2H_5OH$<br>$CH_3CH=CH_2+H_2 \xrightarrow{Pt} CH_3CH_2CH_3$<br> $+3H_2 \xrightarrow{Pt}$  <br>(3) 与卤化氢：$CH_2=CH_2+HX\longrightarrow CH_3CH_2X$<br>$CH\equiv CH+HCl \xrightarrow[150\sim160℃]{HgCl_2} CH_2=CHCl$<br>(4)与水：$CH_2=CH_2+H_2O \xrightarrow[加热，加压]{H_3PO_4} CH_3CH_2OH$<br>$CH\equiv CH+H_2O \xrightarrow{HgSO_4} CH_3C(=O)H$ |
| 氧化反应 | 有机物分子中加进氧或去掉氢的反应 | (1) 燃烧：$2C_2H_6+7O_2\longrightarrow 4CO_2+6H_2O$<br>(2) 部分氧化：<br>$2CH_2=CH_2+O_2 \xrightarrow[加热，加压]{氯化钯，氯化铜} 2CH_3CHO$<br>$2CH_3CHO+O_2 \xrightarrow{醋酸锰} 2CH_3COOH$<br>(3) 脱氢：$C_6H_{12} \xrightarrow{Pt} C_6H_6+3H_2$ |

（续上表）

| 类型 | 涵义 | 实例 |
|---|---|---|
| 还原反应 | 有机物分子中加进氢或去掉氧的反应 | (1) 不饱和烃、芳烃加氢<br>(2) 醛加氢：$RCHO + H_2 \xrightarrow{Ni} RCH_2OH$<br>(3) 硝基化合物还原：<br>  |
| 消去反应 | 从分子中相邻的两个原子上脱去水、卤化氢而形成不饱和化合物的反应 | (1) 脱卤化氢：<br>$CH_2(H)-CH_2(Cl) + NaOH \xrightarrow{C_2H_5OH} CH_2=CH_2 + NaCl + H_2O$<br>$RCH(H)-CH(Cl)-CH_3 + KOH \xrightarrow{C_2H_5OH} RCH=CHCH_3 + KCl + H_2O$<br>(2) 脱水：$CH_2(H)-CH_2(OH) \xrightarrow[170℃]{浓H_2SO_4} CH_2=CH_2 + H_2O$ |
| 酯化反应 | 醇和酸起作用生成酯和水的反应 | $CH_3C(=O)OH + HOC_2H_5 \xrightarrow{浓H_2SO_4} CH_3C(=O)OC_2H_5 + H_2O$<br>$C_2H_5OH + HONO_2 \longrightarrow C_2H_5ONO_2 + H_2O$ |
| 水解反应 | 酯类和水起作用生成酸和醇的反应或糖类等和水的反应 | $CH_3COOC_2H_5 + H_2O \xrightarrow[或碱]{无机酸} CH_3COOH + C_2H_5OH$<br>$(C_{17}H_{35}COO)_3C_3H_5 + 3H_2O \rightleftharpoons^{H_2SO_4} C_{17}H_{35}COOH + 3C_3H_5(OH)_3$<br>$(C_6H_{10}O_5)_n + nH_2O \xrightarrow{酶} nC_6H_{12}O_6$ |

（续上表）

| 类型 | 涵　义 | 实　　例 |
| --- | --- | --- |
| 聚合反应 | 由简单分子（单体）结合成高分子的反应 | (1) 加聚反应<br>$n CH_2=CH_2 \xrightarrow[\text{加热，加压}]{\text{催化剂}} \{CH_2-CH_2\}_n$<br>$n CH_2=CHCl \xrightarrow{\text{光，热}} \{CH_2-\underset{\displaystyle Cl}{\underset{\vert}{CH}}\}_n$<br>$3\,CH\equiv CH \xrightarrow[\text{加热，加压}]{\text{催化剂}} C_6H_6$<br>(2) 缩聚反应<br>$n\,H_2N(CH_2)_5\overset{\displaystyle O}{\overset{\Vert}{C}}OH \longrightarrow \{\overset{\displaystyle H}{\overset{\vert}{N}}(CH_2)_5\overset{\displaystyle O}{\overset{\Vert}{C}}\}_n$ |
| 裂化反应（裂解反应） | 较大的烃分子变成较小的烃分子的反应 | $C_{16}H_{34} \xrightarrow{\triangle} C_8H_{18}+C_8H_{16}$<br>$C_8H_{18} \xrightarrow{\triangle} C_4H_{10}+C_4H_8$<br>$C_4H_{10} \xrightarrow{\triangle} C_2H_4+C_2H_6$<br>$C_2H_6 \xrightarrow{\triangle} C_2H_2+2H_2$ |

• 油脂在碱性条件下的水解反应也叫皂化反应

**2.一些重要的有机反应**

除了上表所列外，还有下列重要的有机化学反应。

(1) 烃(包括个别制备方法)

①$CH_4 \xrightarrow{\text{高温}} C + 2H_2\uparrow$

$CH_3COONa + NaOH \xrightarrow{\triangle} CH_4 + Na_2CO_3$

$CaC_2 + 2H_2O \longrightarrow CH{\equiv}CH + Ca(OH)_2$

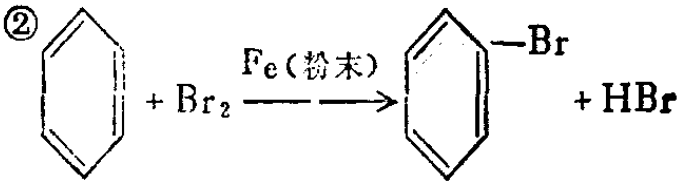
$$CH{=}CH + Br_2 \longrightarrow \overset{Br}{\underset{Br}{CH{=}CH}} \xrightarrow{Br_2} Br{-}\overset{Br}{\underset{Br}{CH}}{-}\overset{Br}{\underset{Br}{CH}}{-}Br$$

$$2CH_3CH_2CH_2CH_3 + 5O_2 \xrightarrow[\text{加热加压}]{\text{催化剂}} 2CH_3COOH + 2H_2O$$

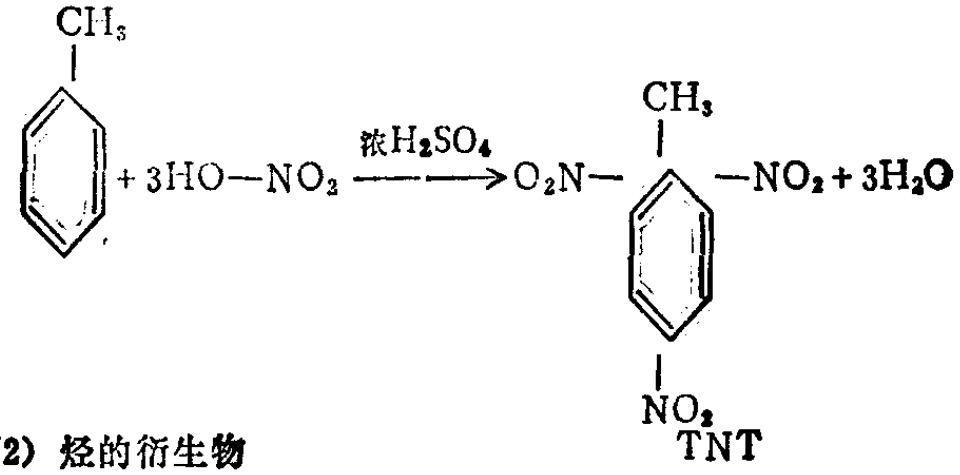
(乙酸制法之一)

$$CH_2{=}CH{-}CH{=}CH_2 + Br_2 \longrightarrow Br{-}CH_2{-}CH{=}CH{-}CH_2{-}Br$$

②



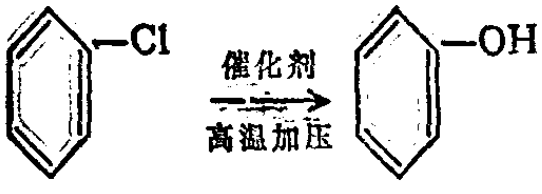

(显现白雾，苯的检验方法之一)




TNT

(2) 烃的衍生物

① $CH_3CH_2Cl + H_2O \xrightarrow{NaOH} CH_3CH_2OH + HCl$

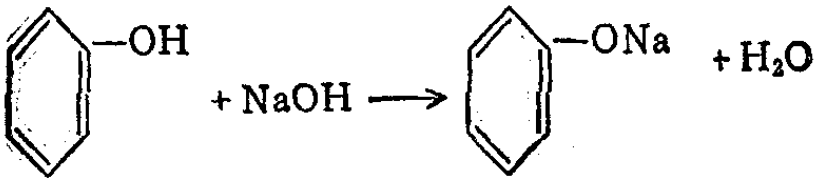


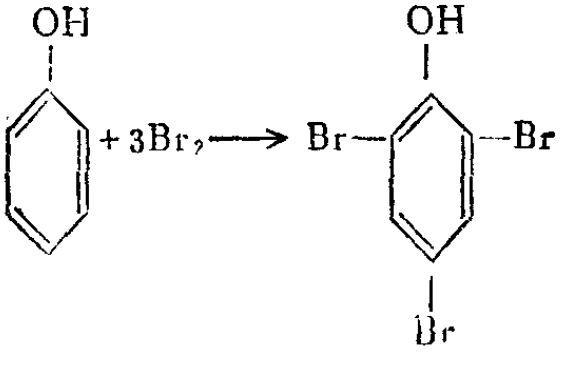

② $2CH_3CH_2OH + 2Na \longrightarrow 2CH_3CH_2ONa + H_2\uparrow$

$CH_3CH_2OH + HBr \xrightarrow{\triangle} CH_3CH_2Br + H_2O$

$2CH_3CH_2OH + O_2 \xrightarrow[\triangle]{\text{催化剂}} 2CH_3CHO + 2H_2O$

$$CH_3CH_2OH \xrightarrow{\text{浓}H_2SO_4} \begin{cases} \xrightarrow{140℃} CH_3CH_2OCH_2CH_3 + H_2O \\ \xrightarrow{170℃} CH_2{=}CH_2 + H_2O \end{cases}$$




（检验苯酚的方法）

③ $CH_3CHO + 2Ag(NH_3)_2OH \longrightarrow CH_3COONH_4 + 2Ag\downarrow + 3NH_3\uparrow + H_2O$

（银镜反应）

$CH_3CHO + 2Cu(OH)_2 \xrightarrow{\triangle} CH_3COOH + Cu_2O + 2H_2O$
（新制的）

④$CH_3COOH + NaOH \longrightarrow CH_3COONa + H_2O$

$$\begin{array}{l} C_{17}H_{35}COOCH_2 \\ | \\ C_{17}H_{35}COOCH \\ | \\ C_{17}H_{35}COOCH_2 \end{array} + 3NaOH \longrightarrow 3C_{17}H_{35}COONa + \begin{array}{l} CH_2-OH \\ | \\ CH-OH \\ | \\ CH_2-OH \end{array}$$

（皂化反应）

$$\begin{array}{l} C_{17}H_{33}COOCH_2 \\ | \\ C_{17}H_{33}COOCH \\ | \\ C_{17}H_{33}COOCH_2 \end{array} + 3H_2 \xrightarrow[\triangle,\text{加压}]{\text{催化剂}} \begin{array}{l} C_{17}H_{35}COOCH_2 \\ | \\ C_{17}H_{35}COOCH \\ | \\ C_{17}H_{35}COOCH_2 \end{array}$$

油酸甘油酯（油）　　硬脂酸甘油酯（脂肪）

⑤$C_6H_5NH_2 + HCl \longrightarrow C_6H_5-NH_3Cl$

盐酸苯胺

$$RCONH_2 + H_2O \xrightarrow{\triangle} RCOOH + NH_3 \longrightarrow RCOONH_4$$

$$RCONH_2 + NaOH \xrightarrow{\triangle} RCOONa + NH_3\uparrow$$

(3) 糖类

$$(C_6H_{10}O_5)_n + nH_2O \xrightarrow{\text{催化剂}} nC_6H_{12}O_6$$

淀粉或纤维素　　葡萄糖

$$C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \xrightarrow{\text{催化剂}} C_6H_{12}O_6 + C_6H_{12}O_6$$

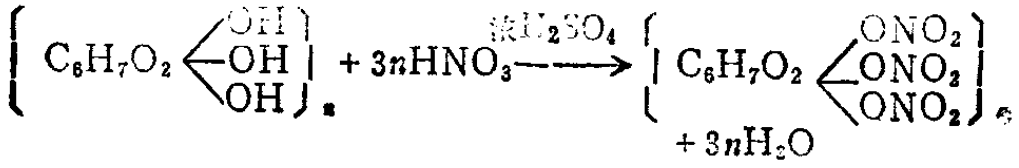
蔗糖　　葡萄糖　　果糖

$$C_{12}H_{22}O_{11} + H_2O \xrightarrow{\text{催化剂}} 2C_6H_{12}O_6$$

麦芽糖　　葡萄糖

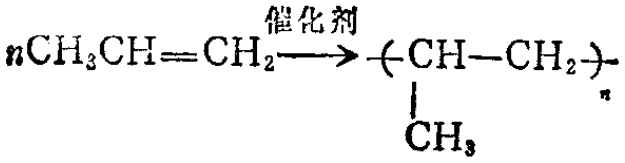
$$C_6H_{12}O_6 \xrightarrow{\text{催化剂}} 2CH_3CH_2OH + 2CO_2$$

葡萄糖

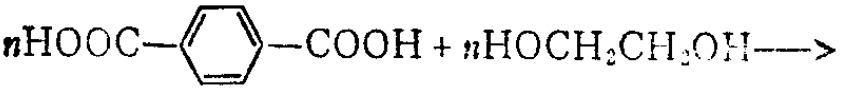


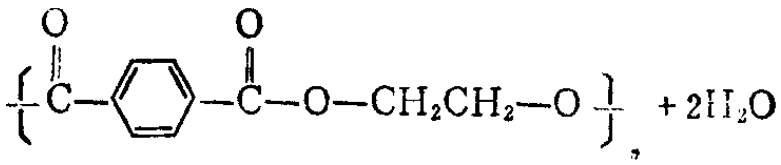
纤维素　　纤维素三硝酸酯

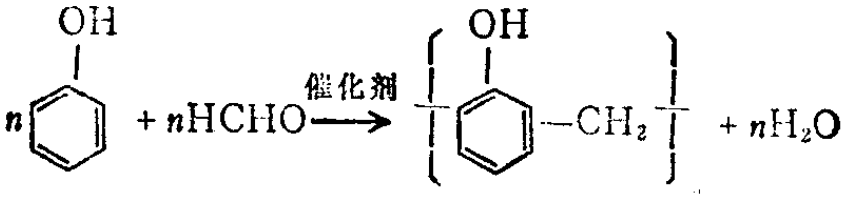
(4) 高分子

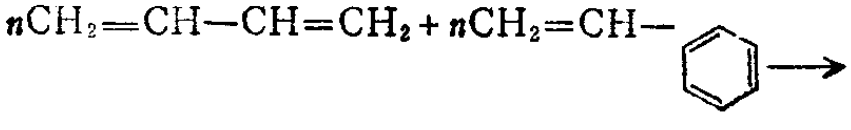


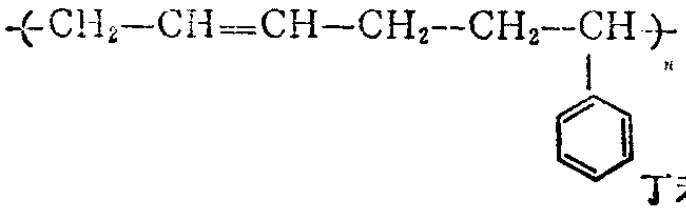
聚丙烯











丁苯橡胶

# 三、烃

## 1.链烃

| 分类 | 饱和烃(烷烃) | 不饱和烃 | |
|---|---|---|---|
| | | 烯烃 | 炔烃 |
| 通式 | $C_nH_{2n+2}$ ($n\geqslant 1$) | $C_nH_{2n}$ ($n\geqslant 2$) | $C_nH_{2n-2}$ ($n\geqslant 2$) |
| 代表物 | $CH_4$ 甲烷 | $C_2H_4$ 乙烯 | $C_2H_2$ 乙炔 |
| 结构特点 | C—C 全是单键($\sigma$键)，能自由旋转 | C=C 有一个易断的$\pi$键，不能自由旋转 | C≡C 有两个易断的$\pi$键，不能自由旋转 |
| 制法 | (1) 实验室：无水醋酸钠和碱石灰混和加热；<br>(2) 工业：取自天然气 | (1) 实验室：酒精受热脱水；<br>(2) 工业：从石油裂解气中提取 | (1) 实验室：电石与水作用；<br>(2) 工业：从甲烷或石油裂解中提取 |
| 主要性质 | (1) 甲烷是无色无味的气体，难溶于水；<br>(2) 可燃；<br>(3) 光照下与卤素发生取代反应；<br>(4) 高温下发生裂解反应 | (1) 乙烯是无色有香味的气体，难溶于水；<br>(2) 可燃，有明亮的火焰；<br>(3) 能使酸性高锰酸钾溶液或溴水褪色；<br>(4) 易进行加成反应和聚合反应 | (1) 乙炔是无色无味的气体，难溶于水；<br>(2) 可燃，有明亮的火焰和黑烟；<br>(3) 能使酸性高锰酸钾溶液或溴水褪色；<br>(4) 易进行加成反应和聚合反应；<br>(5) 与氯化亚铜氨溶液反应，生成红棕色沉淀 |
| 主要用途 | 气体燃料；重要的化工原料，用于制炭黑、氯仿、乙炔和$CCl_4$等 | 重要的化工原料，用于制酒精、氯乙烯等；用于催熟果实 | 氧炔焰；重要的化工原料，用于合成橡胶、醋酸和聚氯乙烯 |

2.环烃

| 分类 | 环烷烃 | 芳香烃 | |
|---|---|---|---|
| | | 苯 | 苯的同系物 |
| 通式 | $C_nH_{2n}(n\geqslant 3)$ | $C_nH_{2n-6}(n\geqslant 3)$ | $C_nH_{2n-6}(n\geqslant 6)$ |
| 代表物 | $C_6H_{12}$(环已烷) | $C_6H_6$ | $C_7H_8$(甲苯) |
| 结构特点 | 全是σ键 | 有大π键 | 有大π键及侧键 |
| 制法 | 石油中提取 | (1) 石油催化重整；<br>(2) 煤焦油分馏；<br>(3) 乙炔合成 | 煤焦油分馏 |
| 主要性质 | (1) 无色液体，易挥发，不溶于水；<br>(2) 化学性质与烷烃相似(略) | (1) 无色有芳香气味的液体，不溶于水；<br>(2) 与卤素起取代反应，与浓硝酸起硝化反应，与浓硫酸起磺化反应；<br>(3) 与氯气或氢气起加成反应；<br>(4) 可燃，并冒浓烟（与纯溴产生白雾，这是检验的方法） | (1) 受侧链影响，能使酸性高锰酸钾溶液褪色（这是区别于苯的方法）；<br>(2) 其它化学性质与苯相似 |
| 主要用途 | 有机溶剂，制锦纶的原料 | 重要的化工原料，用于制橡胶、塑料、合成纤维、农药、炸药、香料、染料等；常作有机溶剂 | 制炸药、染料、农药、医药等的重要原料 |

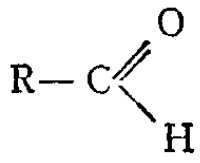
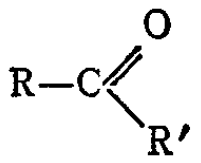
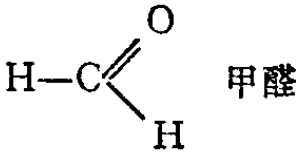
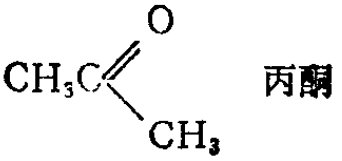
# 四、烃的衍生物

## 1.醇和酚

| 分类 | 醇 | | 酚 |
|---|---|---|---|
| | 一元醇 | 多元醇 | |
| 代表物 | $C_2H_5OH$ 乙醇 | $C_3H_5(OH)_3$ 丙三醇 | $C_6H_5OH$ 苯酚 |
| 结构特点 | —OH中的H原子比其它H原子活泼，但不能电离 | 羟基间相互影响的结果，—OH中的H较活泼 | 由于羟基和苯环的相互影响，羟基中和苯环上的H原子都较活泼 |
| 制法 | (1) 乙烯与水作用；<br>(2) 淀粉发酵 | (1) 油脂皂化（制肥皂的副产品）；<br>(2) 用丙烯合成 | ①用苯合成；<br>②从煤焦油中提取 |
| 主要性质 | (1) 无色有特殊芳香气味的液体，与水任意互溶，能溶解多种物质；<br>(2) 与活泼金属、氢卤酸反应；<br>(3) 能起氧化反应、脱水反应和酯化反应 | (1) 无色粘稠有甜味的液体，与水或酒精任意互溶；<br>(2) 与新制的氢氧化铜反应，生成绛蓝色溶液（这是检验的方法）；<br>(3) 能与硝酸反应；<br>(4) 其它性质类似乙醇 | (1) 无色有特殊气味的晶体，微溶于水，有毒，有腐蚀性，70℃以上与水任意互溶；<br>(2) 与卤素、硝酸、硫酸等发生苯环上的取代反应；<br>(3) 能起氧化反应和缩聚反应；<br>(4) 有弱酸性，能与金属钠等反应 |
| 主要用途 | 作燃料、饮料、有机溶剂、消毒剂；重要的化工原料，用于制合成材料等 | 制炸药、日化产品、防冻剂、润滑剂和合成树脂等 | 重要的化工原料，用于制电木、锦纶、炸药、医药、染料、农药等；用作消毒剂 |

苯酚的检验：与浓溴水反应产生白色沉淀，与$FeCl_3$溶液作用显紫色。

2.醛和酮

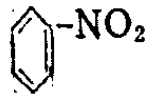
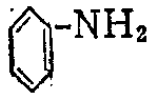
| 分类 | 醛 | 酮 |
| --- | --- | --- |
| 通式 |  |  |
| 代表物 |  甲醛 |  丙酮 |
| 结构特点 | 羰基具有不饱和性；由于羰基的影响，与之相连的氢原子易被氧化 | 羰基具有不饱和性 |
| 制法 | (1) 甲醛：甲醇氧化；<br>(2) 乙醛：①乙醇氧化；<br>② 乙炔水化；③乙烯氧化 | ①丙烯氧化；<br>②干馏醋酸钙 |
| 主要性质 | (1) 无色有刺激性气味的液体，与水、乙醇、乙醚、氯仿等互溶；<br>(2)能与 $H_2$ 或 HCN 起加成反应；<br>(3) 易被氧化成酸。因此能起银镜反应，也能使新制的$Cu(OH)_2$还原成红色的$Cu_2O$（这是检验醛类的方法） | (1) 无色易挥发的液体，与水、乙醇、乙醚互溶；<br>(2) 化学性质与醛相似，但不起银镜反应，没有还原性 |
| 主要用途 | 重要的有机原料，用于制塑料、合成纤维、制革等；常用的防腐剂、消毒剂 | 重要的有机溶剂是制环氧树脂、有机玻璃的原料 |

3.羧酸和酯

| 分类 | 羧　　酸 | 酯 |
|---|---|---|
| 通式 | $R-C(=O)-OH$ | $R-C(=O)-OR'$ |
| 代表物 | $CH_3C(=O)-OH$ 乙酸 | $CH_3C(=O)-OC_2H_5$ 乙酸乙酯 |
| 结构特点 | 羟基受羰基的影响，使羟基中的H原子能电离而显酸性 | 分子中酰基和OR′之间的键容易断裂，发生水解反应。 |
| 制法 | ①乙烯氧化（乙烯→乙醛→乙酸）；<br>②丁烷氧化 | 乙酸与乙醇反应 |
| 主要性质 | (1) 无色有强烈刺激气味的液体，易溶于水和酒精；<br>(2) 有酸的通性；<br>(3) 与醇进行酯化反应；<br>(4) 与$FeCl_3$生成褐色的乙酸铁沉淀（这是检验的方法） | (1) 无色有水果香味的液体，微溶于水；<br>(2) 与水产生水解反应（碱性水解时进行皂化反应）， |
| 主要用途 | 重要的有机原料，用于制合成纤维、香料、染料、医药、农药、照相底片等 | 用作香料和溶剂 |

4.含氮有机化合物

见下页表。

| 分类 | 硝基化合物 | 胺 |
| --- | --- | --- |
| 代表物 |  硝基苯 |  苯胺 |
| 制法 | 苯与硝酸反应 | 硝基苯还原 |
| 主要性质 | (1) 无色有苦杏仁气味的油状液体，易溶于乙醇、乙醚等，不溶于水，有毒；<br>(2) 可还原成苯胺；<br>(3) 加锌粒和盐酸后，加过量的碱中和，再加入新制的漂白粉溶液，即生成紫色溶液（这是检验方法） | (1) 无色有特殊油状的液体，易溶于有机溶剂，微溶于水，有毒；<br>(2) 易被重铬酸钾溶液氧化成苯胺黑(这是检验方法)；<br>(3) 有弱碱性，能与酸反应成盐；<br>(4) 加新制的漂白粉溶液，即生成紫色溶液(这是检验的方法) |
| 主要用途 | 用作香料，制苯胺等 | 用于制染料、炸药和医药等 |

| 分类 | 乙酰胺 $CH_3C(=O)NH_2$ | 尿素 $H_2N-C(=O)NH_2$ (碳酰胺) |
| --- | --- | --- |
| 主要性质 | (1) 白色晶体，易溶于水；<br>(2) 在酸或碱存在下，发生水解反应 | (1)无色晶体，易溶于水、乙醇；<br>(2)化学性质与乙酰胺相似(略) |
| 主要用途 | 做还原剂；医药 | 用作肥料，制树脂、医药的原料 |
| 制法 | (1) 酰卤和氨反应<br>(2) 铵盐受热脱水<br>$CH_3COONH_4 \longrightarrow$<br>$CH_3CONH_2 + H_2O$ | 用$CO_2$和$NH_3$合成 |

# 五、糖　类

| 分类 | 单　糖 | 双　糖 | 多　糖 |
|---|---|---|---|
| 代表物 | $C_6H_{12}O_6$　葡萄糖 | $C_{12}H_{22}O_{11}$　蔗糖 | $(C_6H_{10}O_5)_n$淀粉 |
| 结构特点 | 有醛基，有五个羟基 | 没有醛基，可看作由两分子单糖缩合而成 | 含许多葡萄糖单元的高分子化合物 |
| 制法 | 淀粉水解 | 淀粉水解 | 绿色植物光合作用之产物 |
| 主要性质 | (1) 白色晶体，溶于水；<br>(2) 能发生银镜反应，能与新制的$Cu(OH)_2$作用(斐林反应)；<br>(3) 能起酯化反应；<br>(4) 发酵生成乙醇 | (1) 无色晶体，溶于水；<br>(2) 能水解为单糖；<br>(3) 不起银镜反应和斐林反应 | (1) 直链淀粉能溶于热水；<br>(2) 在酸的作用下水解；<br>(3) 遇碘显蓝色(这是检验的方法) |
| 主要用途 | 重要的营养物质，是制药、制镜和糖果、工业的原料 | 甜味食品的原料 | 制葡萄糖、酒精等的原料 |

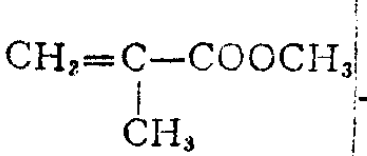
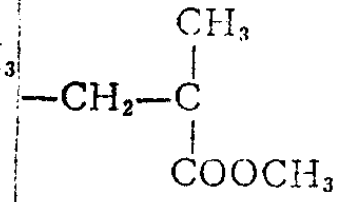
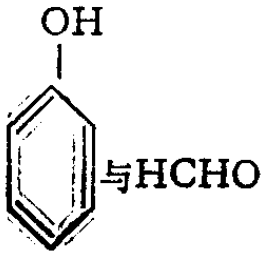
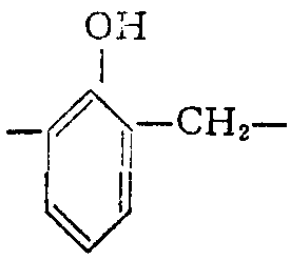
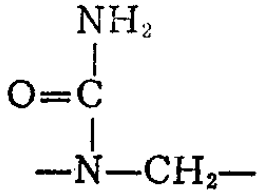
# 六、塑料、合成纤维、合成橡胶

1.塑料

见下页表。

| 名称 | 单体 | 链节 | 性能 | 用途 |
|---|---|---|---|---|
| 聚乙烯 | $CH_2=CH_2$ | $-CH_2-CH_2-$ | 质柔韧，不吸水，电绝缘性很好，耐化学腐蚀，耐寒，无毒性，耐热性较差 | 制薄膜，用作食品、药物的包装材料；制日常用品、绝缘材料、管道、辐射保护衣等 |
| 聚丙烯 | $CH_3CH=CH_2$ | $-CH_2-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{\vert}{CH}}-$ | 机械强度和电绝缘性好，耐化学腐蚀；低温时变脆 | 制薄膜、日常用品 |
| 聚氯乙烯 | $CH_2=CHCl$ | $-CH_2-\underset{\displaystyle Cl}{\underset{\vert}{CH}}-$ | 耐有机溶剂，耐化学腐蚀，抗水性好，易于染色；热稳定性差，冬天变硬 | 硬聚氯乙烯可制管道、绝缘材料等；软聚氯乙烯可制薄膜、电线包皮、软管、日常用品等；可制泡沫塑料 |
| 聚苯乙烯 | | | 电绝缘性很好，透光性好，耐水耐化学腐蚀；耐溶剂性差，在室温时变脆，温度较高时变软 | 高频率绝缘材料，可制电视和雷达的绝缘部件、汽车飞机零件，制造医疗卫生用品、日常用品、离子交换树脂等 |

（续上表）

| 名称 | 单体 | 链节 | 性能 | 用途 |
|---|---|---|---|---|
| 聚甲基丙烯酸甲酯（有机玻璃） |  |  | 质轻，透光性很好，耐水耐酸碱，抗霉，易加工，耐磨性较差，能溶于有机溶剂 | 制飞机、汽车用的玻璃，光学仪器，医疗器械，软管等 |
| 酚醛塑料 |  |  | 电绝缘性好，耐热抗水，能被强酸强碱腐蚀 | 制电工器材、仪表外壳、日用品等；用玻璃纤维增强的塑料用于航空等领域 |
| 脲醛塑料 | $CO(NH_2)_2$ 与 HCHO |  | 易染色，耐溶剂性和抗霉性较好，耐热性较差 | 制器皿与日用品等 |

**2.合成纤维**

| 名　称 | 单　　体 | 链　　节 | 性　　能 | 用　　途 |
|---|---|---|---|---|
| 聚酯类（涤纶，"的确良"） | $HOOCC_6H_4COOH$ 与 $HOCH_2CH_2OH$ | $-OCH_2CH_2O\underset{\underset{O}{\|}}{C}C_6H_4\underset{\underset{O}{\|}}{C}-$ | 抗折皱性强，弹性好，耐光性、耐酸性和耐磨性好，染色性较差，不耐浓酸 | 衣料织品，电绝缘材料，人造血管，渔网，绳索等 |
| 聚酰胺类（锦纶） | $\underline{HN(CH_2)_5CO}$ | $-HN(CH_2)_5CO-$ | 弹性好，耐磨性、耐碱性好，染色性好，耐光性差，不耐浓酸 | 衣料织品，轮胎帘子线，降落伞等 |
| 聚丙烯腈（腈纶、"人造羊毛"） | $CH_2=\underset{\underset{CN}{\mid}}{CH}$ | $-CH_2-\underset{\underset{CN}{\mid}}{CH}-$ | 耐光性极好，耐酸性好，弹性好，保暖性好，染色性差，耐碱性差 | 衣料织品，工业用布，毛毯、天蒂等 |
| 聚丙烯纤维（丙纶） | $CH_3CH=CH_2$ | $-\underset{\underset{CH_3}{\mid}}{CH}-CH_2-$ | 机械强度好，耐腐蚀性极好，耐磨性好，电绝缘性好，染色性差，耐光性差 | 网具，滤布，工作服，帆布，纱布等 |
| 聚乙烯纤维 | $CH_2=CH_2$ | $-CH_2-CH_2-$ | 机械强度好，耐磨性极好，染色性差，耐热性较差 | 渔网，耐酸、碱织物，绳索等 |

### 3.合成橡胶

| 名称 | 单体 | 链节 | 性能 | 用途 |
|---|---|---|---|---|
| 丁苯橡胶 | $CH_2=CHCH=CH_2$ 和 $CH_2=CH$（$C_6H_5$） | $-CH_2CH=CHCH_2-$ $CH_2CH-$（$C_6H_5$） | 热稳定性、电绝缘性、抗老化性均较好，粘合性差，耐寒性差 | 制轮胎、运输带和橡胶制品 |
| 顺丁橡胶 | $CH_2=CHCH=CH_2$ | $-CH_2$ $CH_2$ $CH=CH$ | 弹性、耐热性好，粘合性差 | 制轮胎、胶鞋、电缆包皮等 |
| 氯丁橡胶 | $CH_2=CCH=CH_2$（Cl） | $-CH_2C=CHCH_2-$（Cl） | 耐光、耐气候性极好，耐磨性、耐化学腐蚀好，耐寒性差 | 电线包皮、运输带、防腐蚀衬里胶粘剂，气球等 |
| 丁腈橡胶 | $CH_2=CHCH=CH_2$ 和 $CH_2=CH$（CN） | $-CH_2CH=CHCH_2-$ $CH_2CH-$（CN） | 抗老化性好，耐油性高，耐高温，弹性和耐寒性较差 | 耐油、耐热橡胶制品，飞机油箱衬里 |
| 异戊橡胶 | $CH_2=CCH=CH_2$（$CH_3$） | $-CH_2C=CHCH_2-$（$CH_3$） | 与天然橡胶相似，粘结性良好，耐腐蚀性稍差 | 制汽车内胎、外胎和各种橡胶制品 |

# 化学基本计算

## 一、有关分子式的计算

**1.计算分子量**

(1) 由分子式计算分子量(略)

(2) 由气体密度$d$(克/升)计算分子量$M$

对于理想气体

$$M = 22.4d$$

对于非理想气体

$$M = \frac{W}{V} \cdot \frac{RT}{P} = d\,\frac{RT}{P}$$

(3) 由气体相对密度计算分子量

$$M = 2D_{H_2}$$

$$M = 29D_{空气}$$

$D_{H_2}$为气体对氢气相对密度，$D_{空气}$为气体对空气相对密度。

**2.计算元素或有效成分含量**

(1) 元素百分含量 $= \dfrac{\text{分子中该元素原子个数} \times \text{原子量}}{\text{分子量}} \times 100\%$

(2) 肥料中有效成分含量

氮肥：$$N\% = \frac{\text{分子中氮原子数} \times \text{氮原子量}}{\text{氮肥分子量}} \times 100\%$$

磷肥：$$P_2O_5\% = \frac{\left(\dfrac{\text{分子中磷原子数}}{2}\right) \times P_2O_5\text{分子量}}{\text{磷肥分子量}} \times 100\%$$

$$\text{钾肥：}\quad K_2O\% = \frac{\left(\frac{\text{分子中钾原子数}}{2}\right)\times K_2O\text{分子量}}{\text{钾肥分子量}}\times 100\%$$

**3.求最简式和分子式**

最简式又叫实验式，它是表明化合物中各元素原子个数的最简整数比的式子。

由化合物中元素百分含量比分别除以该元素的原子量，即得各元素的原子数比(最简式)，再由(最简式量)$_n$=分子量，求出$n$，即得分子式。

[例]某化合物含C39.98%，H6.72%，O53.3%，它对氢气的相对密度为30。求化合物的最简式和分子式。

解：(1) 求最简式

$$C:H:O=\frac{39.98}{12}:\frac{6.72}{1}:\frac{53.3}{16}=1:2:1$$

∴ 最简式为$CH_2O$。

(2) 求分子量

$M=2\times 30=60$

(3) 求分子式

$(CH_2O)_n=60$，$30\times n=60$，$n=2$

∴ 分子式为 $C_2H_4O_2$。

答：(略。下同)

## 二、溶解度与溶液浓度的计算

**1.溶解度**

在一定温度下某物质在100克溶剂里达到溶解平衡(饱和)时所溶解的克数。

$$\text{溶解度}=\frac{\text{溶质质量(克)}}{\text{溶液质量(克)}}\times 100\text{(克)}$$

**2.质量百分比浓度**

溶质占溶液的质量百分比表示的浓度。

$$\text{质量百分比浓度} = \frac{\text{溶质质量}}{\text{溶液质量}} \times 100\%$$

百分比浓度溶液的稀释、混和或加入固体溶质的计算：

$$a \times m\% + b \times n\% = (a+b) \times p\%$$

式中$a$、$b$分别为混和前溶液的质量，$m\%$、$n\%$分别为混和前溶液的质量百分比浓度，$(a+b)$为混和后溶液的质量，$p\%$为混和后溶液的质量百分比浓度。

3.ppm浓度

溶质占溶液的质量百万分比表示的浓度。

$$\text{ppm浓度} = \frac{\text{溶质质量}}{\text{溶液质量}} \times 10^6 = \frac{\text{溶质毫克数}}{\text{溶液升数}}$$

4.摩尔浓度

1升溶液中所含溶质摩尔数表示的浓度。

$$\text{摩尔浓度} = \frac{\text{溶质的摩尔数}}{\text{溶液升数}} = \frac{\text{溶质毫摩尔数}}{\text{溶液毫升数}}$$

即 $$M = \frac{m}{V}$$

溶质摩尔数 $= M \cdot V$（升）

溶液毫摩尔数 $= M \cdot V$（毫升）

5.当量浓度

1升溶液中所含溶质的克当量数表示的浓度。

$$\text{当量浓度} = \frac{\text{溶质克当量数}}{\text{溶液升数}} = \frac{\text{溶质毫克当量数}}{\text{溶液毫升数}}$$

即 $$N = \frac{n}{V}$$

克当量数 $= N \cdot V$（升）

毫克当量数 $= N \cdot V$（毫升）

6.各种浓度的换算

(1) 百分比浓度与摩尔浓度

$$\text{摩尔浓度}=\frac{1000\times\text{密度}\times\text{百分比浓度}}{1\text{溶质摩尔质量}}$$

或 $$M=\frac{1000\times d\times C\%}{m}$$

(2) 摩尔浓度与当量浓度

摩尔浓度×$n$=当量浓度

或 $M\cdot n=N$

式中$n$为1摩尔溶质的克当量数。

〔例1〕 在100毫升0.1$M$的$BaCl_2$溶液中加入100毫升0.1$M$的$Al_2(SO_4)_3$溶液，生成$BaSO_4$多少克？溶液中所存在的各种离子的摩尔浓度分别是多少？（设$BaSO_4$完全不溶于水）

解：设反应生成$x$克$BaSO_4$。

$$3BaCl_2+Al_2(SO_4)_3=\!=\!=3BaSO_4\downarrow+2AlCl_3$$

3摩尔　　1摩尔　　3×233克

(0.1×0.1)摩尔　　(0.1×0.1)摩尔　　$x$克

(过量)

$$x=\frac{0.1\times0.1\times3\times233}{3}=2.33(\text{克})$$

反应后溶液中还有$Al^{3+}$、$Cl^-$、$SO_4^{2-}$，根据

$$\text{离子摩尔浓度}=\frac{\text{离子毫摩尔数}}{\text{溶液毫升数}}$$

故 $$[Al^{3+}]=\frac{0.1\times2\times100}{100+100}=0.1(M)$$

$$[Cl^-]=\frac{0.1\times2\times100}{100+100}=0.1(M)$$

$$[SO_4^{2-}]=\frac{0.1\times3\times100-0.1\times100}{100+100}=0.1(M)$$

〔例2〕 为了测定市售氧化锌的纯度，称取1克氧化锌样品，加入

0.5$N$硫酸50毫升，使氧化锌全部溶解，然后用0.5$N$NaOH溶液回滴过量的硫酸，耗去碱液10毫升．求氧化锌的百分含量．

解：ZnO毫克当量数 = $H_2SO_4$毫克当量数 − NaOH毫克当量数

$$ZnO\% = \frac{(N_{酸}\cdot V_{酸} - N_{碱}\cdot V_{碱}) \times \frac{ZnO分子量}{2}}{W_{样}\times 1000} \times 100\%$$

$$= \frac{(0.5\times 50 - 0.5\times 10)\times \frac{81.4}{2}}{1\times 1000} \times 100\% = 81.4\%$$

## 三、根据化学方程式的计算

(1) 计算的根据

①质量守恒定律：反应物的总质量等于生成物的总质量；

②在化学方程式中，各反应物、生成物之间都有一定的质量比、摩尔数比、当量数比(如果是气体，还有一定体积比)．这些量均按照化学方程式中的系数，以正比例关系相互联系．

(2) 计算的一般步骤

①写出有关的化学方程式(必须配平)；

②写出有关反应物或生成物的题量和式量；

③列出比例式，求出未知数；

④验算；

⑤写上答案(本书例题略去此项)．

根据化学方程式计算主要有如下七种类型．

**1.有关纯净物的计算**

〔例〕 6.54克锌与过量稀硫酸反应，产生的氢气在标准状况下体积是多少升？所得的溶液稀释为500毫升，其中硫酸锌的摩尔浓度、当量浓度各为多少？

解：设可生成$x$摩尔$ZnSO_4$，$V$升氢气．

$$Zn + H_2SO_4(稀) = ZnSO_4 + H_2\uparrow$$

| | | |
|---|---|---|
| 65.4克 | | 1摩尔　22.4升 |
| 6.54克 | | $x$摩尔　$V$升 |

$$x=\frac{6.54\times 1}{65.4}=0.1(\text{摩尔})$$

$$V=\frac{6.54\times 22.4}{65.4}=2.24(\text{升})$$

$$ZnSO_4\text{摩尔浓度}=\frac{0.1\text{摩尔}}{0.5\text{升}}=0.2(M)$$

$$ZnSO_4\text{当量浓度}=0.2\times 2=0.4(N)$$

**2.不纯物的计算**

根据方程式计算，物质的量必须是纯净物量．如果反应物或生成物不纯，则必须先换算为纯净物再进行计算．

计算公式为

不纯物质量×纯度＝纯净物质量

〔例〕 2000吨含$Fe_2O_3$80%的赤铁矿，最多可以炼得含杂质5% 的生铁多少吨？

解： 设可炼得生铁$x$吨。

$$Fe_2O_3+3CO\xrightarrow{\text{高温}}2Fe+3CO_2\uparrow$$

160吨　　112吨

2000×80%吨　　$x$·95%吨

$$x=\frac{2000\times 80\%\times 112}{160\times 95\%}=1179(\text{吨})$$

**3.多步反应的计算**

如果原料A必须经过多步反应，才得到最终产物D，则可以根据A与D的摩尔比关系进行计算．

若 $aA\rightarrow bB\rightarrow cC\rightarrow dD$

则 $aA\Longrightarrow dD$

〔例〕 含$FeS_2$80%的黄铁矿100吨，可以制得98%的硫酸多少吨？

解： 设可制得$x$吨98%硫酸．

$$4FeS_2+11O_2=2Fe_2O_3+8SO_2\uparrow$$

$$8SO_2+4O_2=8SO_3$$

$$8SO_3 + 8H_2O = 8H_2SO_4$$

可知 $4FeS_2 \Longrightarrow 8H_2SO_4$

即 $FeS_2 \Longrightarrow 2H_2SO_4$

$$\begin{array}{ll} 120 & 2\times 98 \\ 100\times 80\%\text{吨} & x\text{吨}\times 98\% \end{array}$$

$$x = \frac{100\times 80\%\times 2\times 98}{120\times 98\%} = 133(\text{吨})$$

**4.原料利用率和产品产率的计算**

$$\text{利用率} = \frac{\text{原料理论用量}}{\text{原料实际用量}}\times 100\%$$

$$\text{产率} = \frac{\text{产品实际产量}}{\text{产品理论产量}}\times 100\%$$

〔例〕 800吨含$CaC_2$ 80%的电石，理论上产生多少标准立方米纯乙炔？如果实际制得乙炔量为20万标准立方米，求产率。（设乙炔气体体积均为标准状况下体积）

解：设乙炔理论产量为$x$立方米。

$$CaC_2 + 2H_2O = Ca(OH)_2 + C_2H_2\uparrow$$

$$\begin{array}{ll} 64\text{公斤} & 22.4\text{立方米} \\ 800\times 10^3\times 80\%\text{公斤} & x\text{立方米} \end{array}$$

$$x = \frac{800\times 10^3\times 80\%\times 22.4}{64} = 22.4\times 10^4(\text{立方米})$$

而实际制得乙炔20万立方米，故

$$\text{产率} = \frac{20\times 10^4\text{立方米}}{22.4\times 10^4\text{立方米}}\times 100\% = 89.3\%$$

**5.过量问题**

**已知两种或多种反应物的量，求某种产物的量的问题，谓之过量问题。解此类问题时，应先根据方程式计算哪些反应物过量，然后按不过量的反应物计算产物量。**

〔例〕 在100毫升2$M$ $AlCl_3$溶液中，投入9克NaOH，问可得氢氧

化铝沉淀多少克？

解： $AlCl_3$克当量数$=2\times3\times0.1=0.6$(克当量)

$$NaOH克当量数=\frac{9}{40}=0.225(克当量)$$

∴ NaOH为不过量物。

设生成$Al(OH)_3$沉淀$x$克。

$$AlCl_3+3NaOH=Al(OH)_3+3NaCl$$

$3\times40$克　　78克

9克　　$x$克

$$x=\frac{9\times78}{3\times40}=5.85(克)$$

**6.增减量问题**

将铁片(过量)投入硫酸铜溶液中，部分铁被溶解而置换出铜，由于铜的原子量比铁大，故铁片的质量将增加。同理，锌片(过量)投入硫酸铜溶液中，锌片的质量将减小。根据增减量，可以计算有关物质的反应量。

〔例〕 将50克铁丝投入200毫升硫酸铜溶液中，充分反应后取出烘干，称得铁丝及附在丝上的铜为53克。问反应析出了多少克铜？反应前硫酸铜溶液的摩尔浓度是多少？

解：设析出铜$x$克，反应前溶液中含$CuSO_4$$y$摩尔。

$$Fe+CuSO_4=FeSO_4+Cu$$

| | | | 增量 |
|---|---|---|---|
| 56克 | 1摩尔 | 64克 | 64－56＝8克 |
| | $y$摩尔 | $x$克 | 53－50＝3克 |

$64:8=x:3$

$$\therefore\quad x=\frac{64\times3}{8}=24(克)$$

$1:8=y:3$

$$\therefore\quad y=\frac{1\times3}{8}=0.375(摩尔)$$

$$CuSO_4\text{溶液摩尔浓度} = \frac{0.375\text{摩尔}}{0.2\text{升}} = 1.875(M)$$

**7.反应热的计算**

注明反应条件(温度、压力。若不注明则表示1大气压、25℃)和反应物质的状态以及反应热效应的化学方程式，称为热化学方程式。例如

$$S(\text{固}) + O_2(\text{气}) = SO_2(\text{气}) + 71\text{千卡}$$

$$\frac{1}{2}N_2(\text{气}) + \frac{1}{2}O_2(\text{气}) = NO - 21.6\text{千卡}$$

式中反应热用"+"号的为放热反应，用"-"号的为吸热反应，方程式中的系数表示物质的摩尔数。

〔例〕 黄铁矿燃烧的热化学方程式如下：

$$4FeS_2(\text{固}) + 11O_2(\text{气}) = 2Fe_2O_3(\text{固}) + 8SO_2(\text{气}) + 815\text{千卡}$$

计算焙烧1吨黄铁矿(含$FeS_2$ 85%)可产生热量多少千卡？(设杂质无反应热现象)

解：设反应放出的热量为$x$千卡。

$$4FeS_2(\text{固}) + 11O_2(\text{气}) = 2Fe_2O_3(\text{固}) + 8SO_2(\text{气}) + 815\text{千卡}$$

$4 \times 120$克　　815千卡

$1 \times 10^6 \times 85\%$克　　$x$千卡

$$x = \frac{1 \times 10^6 \times 85\% \times 815}{4 \times 120} = 1.44 \times 10^6(\text{千卡})$$

## 四、关于平衡常数的计算

**1.化学平衡常数**

设可逆反应

$$aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$$

在某温度下达化学平衡时，A、B、C、D的浓度分别为〔A〕、〔B〕、〔C〕、〔D〕摩尔/升，则

$$\frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b} = K$$

$K$称为该反应在该温度时的平衡常数。

此类计算通常包括由平衡浓度计算平衡常数或转化率。

〔例〕 某温度下，在容积为4升的密闭容器中装入0.1摩尔$SO_2$和0.05摩尔$O_2$。已知达化学平衡时，有60%的$SO_2$转化，求平衡时密闭容器中各物质的浓度以及平衡常数。

解：

$$2SO_2(气) + O_2(气) \rightleftharpoons 2SO_3(气)$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 起始浓度 | $\frac{0.1}{4}$ | $\frac{0.05}{4}$ | 0 |

(摩尔/升)

平衡时各物质的浓度是

$$[SO_2] = \frac{0.1 - 0.1 \times 60\%}{4} = 0.01(摩尔/升)$$

$$[O_2] = \frac{0.05 - \frac{0.1}{2} \times 60\%}{4} = 0.005(摩尔/升)$$

$$[SO_3] = \frac{0.1 \times 60\%}{4} = 0.015(摩尔/升)$$

$$平衡常数K = \frac{(0.015)^2}{(0.01)^2(0.005)} = 4.5 \times 10^2$$

**2.电离平衡常数**

弱电解质在溶液中部分离解，并建立电离平衡：

$$AB \rightleftharpoons A^+ + B^-$$

设某温度下平衡时AB、$A^+$、$B^-$的浓度分别为$[AB]$、$[A^+]$、$[B^-]$，则

$$\frac{[A^+][B^-]}{[AB]} = K$$

$K_i$称为AB在该温度时的电离常数。

利用电离常数，可以计算弱酸、弱碱的$H^+$、$OH^-$浓度或酸根的浓度，计算弱电解质的电离度等。

〔例〕 18℃时0.1$M$醋酸的电离度为1.34%，求此溶液中$[H^+]$、

〔$CH_3COO^-$〕和〔$CH_3COOH$〕及电离常数。

解：$CH_3COOH \rightleftharpoons H^+ + CH_3COO^-$

〔$H^+$〕=〔$CH_3COO^-$〕=$0.1 \times 1.34\% = 1.34 \times 10^{-3}(M)$

〔$CH_3COOH$〕=$0.1 - 1.34 \times 10^{-3} = 9.866 \times 10^{-2}(M)$

电离常数$K_i = \dfrac{(1.34 \times 10^{-3})^2}{9.866 \times 10^{-2}} = 1.8 \times 10^{-5}$

## 五、溶液pH值的计算

定义：$pH = -\lg〔H^+〕$ ∴ $〔H^+〕 = 10^{-pH}$

$pOH = -\lg〔OH^-〕$ ∴ $〔OH^-〕 = 10^{-pOH}$

常温时，任何水溶液中 $〔H^+〕\cdot〔OH^-〕 = 1 \times 10^{-14}$

∴ $pH + pOH = 14$

(1) 一元强酸、强碱溶液

当一元强酸、强碱的浓度不很稀(大于$10^{-6}M$)时，可以忽略水的电离，并认为强酸、强碱是全部电离的，于是

$〔H^+〕 = C_{酸}$　　$〔OH^-〕 = C_{碱}$

$C_{酸}$、$C_{碱}$分别为一元强酸、强碱的摩尔浓度。

(2) 一元弱酸、弱碱溶液

一元弱酸：$〔H^+〕 = \sqrt{K_a \cdot C_{酸}}$

一元弱碱：$〔OH^-〕 = \sqrt{K_b \cdot C_{碱}}$

$K_a$、$K_b$分别为一元弱酸、一元弱碱的电离常数。

(3) 多元弱酸

多元弱酸分多步电离，当$K_1 \gg K_2 \gg K_3$时，电离出的$H^+$离子主要由第一步电离决定，即

$〔H^+〕 = \sqrt{K_1 \cdot C_{酸}}$

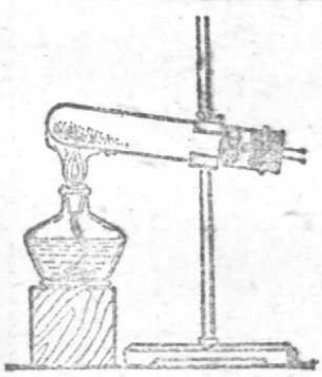
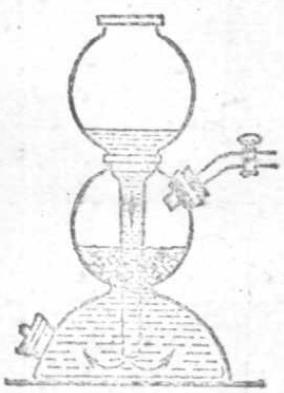
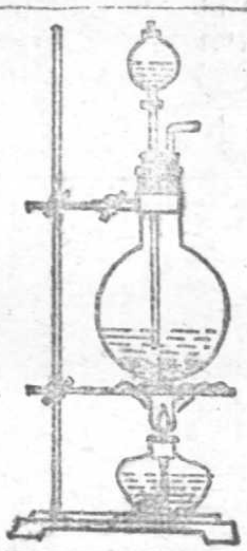
(4) 水解性盐

强碱弱酸盐，如$Na_2CO_3$、$K_3PO_4$、NaAC等的水溶液呈碱性。强酸弱碱盐，如$NH_4Cl$、$CuSO_4$等的水溶液呈酸性。定量计算从略。

# 化学实验

## 一、几种气体的实验制法

### 1.气体发生装置

| 类别 | 装置 | 举例 |
| --- | --- | --- |
| 反应物为固体，加热反应 |  | (1) 氯酸钾与二氧化锰共热制氧气；<br>(2) 氯化铵与熟石灰共热制氨气；<br>(3) 醋酸钠与碱石灰共热制甲烷 |
| 反应物有液体，常温反应 |  | (1) 锌与稀硫酸作用制氢气；<br>(2) 大理石与盐酸作用制二氧化碳；<br>(3) 电石加水制乙炔 |
| 反应物有液体，加热反应 |  | (1) 浓盐酸与二氧化锰共热制氯气；<br>(2) 乙醇与浓硫酸共热制乙烯 |

2.气体收集方法

| 生成的气体的性质 | 收集方法 | 装　　置 | 举　　例 |
|---|---|---|---|
| 难溶于水 | 排水集气法 | | 收集$H_2$，$O_2$，$CH_4$，$C_2H_4$，$C_2H_2$ |
| 比空气重 | 上排空气法 | | 收集$O_2$，$CO_2$，$Cl_2$，HCl |
| 比空气轻 | 向下排空气法 | | 收集$H_2$，$NH_3$ |

注：空气的平均分子量为29，凡是分子量大于29的气体比空气重，分子量小于29的气体比空气轻。

### 3.常见气体的实验室制法

| 气体 | 原　料 | 注　意　事　项 | 收集方法 |
|---|---|---|---|
| $O_2$ | 高锰酸钾<br>氯酸钾与二氧化锰 | (1) 试管口略微向下；<br>(2) 反应物中绝对防止混有可燃物 | 排水法或向上排空气法 |
| $H_2$ | 锌与稀硫酸 | (1) 硫酸浓度小于30%；<br>(2) 点燃氢气前必须用爆鸣法检验纯度 | 排水法或向下排空气法 |
| $CO_2$ | 石灰石与盐酸 | 不能用$H_2SO_4$，因生成的$CaSO_4$微溶，覆盖在$CaCO_3$表面，阻止反应继续进行 | 向上排空气法，也可用排水法 |
| HCl | 食盐与浓硫酸 | 只有强热到500℃以上才生成$Na_2SO_4$ | 向上排空气法 |
| $Cl_2$ | 二氧化锰与浓硫酸 | 盐酸浓度要大 | 向上排空气法 |
| $CH_4$ | 乙酸钠与碱石灰 | 原料必须干燥 | 排水法或向下排空气法 |
| $C_2H_4$ | 酒精与浓硫酸 | 温度需达170℃，在140℃时会生成乙醚 | 排水法或向下排气法 |
| $C_2H_2$ | 电石与水 | 点燃之前必须将$O_2$全部排尽 | 排水法 |

**说明**：上述制法的化学方程式依次列下：

$$2KMnO_4 \xrightarrow{\triangle} K_2MnO_4 + MnO_2 + O_2\uparrow$$

$$2KClO_3 \xrightarrow[MnO_2]{\triangle} 2KCl + 3O_2\uparrow$$

$$Zn + H_2SO_4(稀) = ZnSO_4 + H_2\uparrow$$

$$CaCO_3 + 2HCl = CaCl_2 + H_2O + CO_2\uparrow$$

$$NaCl(固) + H_2SO_4(浓) \xrightarrow{\triangle} NaHSO_4 + HCl\uparrow$$

$$MnO_2 + 4HCl(浓) \xrightarrow{\triangle} MnCl_2 + Cl_2\uparrow + 2H_2O$$

$$CH_3COONa + NaOH \xrightarrow{\triangle} Na_2CO_3 + CH_4\uparrow$$

$$CH_3CH_2OH \xrightarrow[170℃]{浓H_2SO_4} C_2H_4\uparrow + H_2O$$

$$CaC_2 + 2H_2O = C_2H_2\uparrow + Ca(OH)_2$$

## 二、物质的鉴别

**1.几种气体的鉴别**

**见下页表。**

几种常见气体的鉴别

| 气体 | 物　性 | 鉴　别　方　法 |
|---|---|---|
| $H_2$ | 无色，无味 | 将集气试管移至火焰上点燃，发生"噗"声或爆鸣声，并在管口上燃烧 |
| $O_2$ | 无色，无味 | 将木条的余烬插入集气瓶中，木条剧烈燃烧 |
| $CO_2$ | 无色，无味 | 使澄清石灰水变浊 |
| $SO_2$ | 无色刺激气味 | 使一品红或高锰酸钾溶液褪色 |
| $NH_3$ | 无色，刺激性臭味 | 使酚酞试液变红或湿润的红色石蕊试纸变蓝 |
| $H_2S$ | 无色，臭鸡蛋气味，剧毒 | 硝酸铅试纸变黑 |
| $Cl_2$ | 绿色，刺激气味 | 使碘化钾-淀粉试纸变蓝 |
| $C_2H_4$ | 无色，无味 | 使高锰酸钾溶液或溴水褪色，点燃时火焰明亮，但无黑烟 |
| $C_2H_2$ | 无色，往往因含杂质而有恶臭 | 使高锰酸钾溶液或溴水褪色，点燃时火焰明亮，且有黑烟 |

2.几种离子的检验

| 离子 | 检 验 方 法 | 离子方程式 |
|---|---|---|
| $H^+$ | 使紫色的石蕊试液变红，使甲基橙试液变红 | |
| $OH^-$ | 使紫色的石蕊试液变蓝，使酚酞试液变红，使甲基橙试液变黄 | |
| $Cl^-$<br>$Br^-$<br>$I^-$ | 滴入硝酸银溶液，分别产生白色、淡黄色、黄色沉淀，沉淀不溶于稀硝酸 | $Ag^+ + Cl^- = AgCl\downarrow$（白色）<br>$Ag^+ + Br^- = AgBr\downarrow$（淡黄色）<br>$Ag^+ + I^- = AgI\downarrow$（黄色） |
| $PO_4^{3-}$ | 加入硝酸银溶液，生成黄色沉淀，沉淀溶于稀硝酸 | $3Ag^+ + PO_4^{3-} = Ag_3PO_4\downarrow$（黄色）<br>$Ag_3PO_4 + 3H^+ = 3Ag^+ + PO_4^{3-}$ |
| | 先加少量稀硝酸，再加钼酸铵溶液，生成黄色晶状沉淀 | $12MoO_4^{2-} + PO_4^{3-} + 24H^+ + 3NH_4^+ = (NH_4)_3PO_4 \cdot 12MoO_3 \cdot 6H_2O + 6H_2O$ |
| $SO_4^{2-}$ | 加氯化钡溶液生成白色沉淀，沉淀不溶于稀硝酸 | $Ba^{2+} + SO_4^{2-} = BaSO_4\downarrow$（白色） |
| $CO_3^{2-}$ | 加入盐酸，产生无刺激气味的$CO_2$气体，通入澄清的石灰水变浊 | $CO_3^{2-} + 2H^+ = H_2O + CO_2\uparrow$<br>$CO_2 + Ca^{2+} + 2OH^- = CaCO_3\downarrow + H_2O$ |
| $SO_3^{2-}$ | 加入盐酸，产生无色刺激气味$SO_2$气体，$SO_2$使一品红溶液褪色 | $SO_3^{2-} + 2H^+ = H_2O + SO_2\uparrow$ |
| $NO_3^-$ | 加铜片、浓硫酸共热，产生棕色的$NO_2$气体 | $KNO_3 + H_2SO_4 = KHSO_4 + HNO_3\uparrow$<br>$Cu + 4H^+ + 2NO_3^- = Cu^{2+} + 2NO_2\uparrow + 2H_2O$ |

（续上表）

| 离 子 | 检 验 方 法 | 离子方程式 |
| --- | --- | --- |
| $NO_3^-$ | 注入硫酸亚铁溶液，再小心地注入浓硫酸，两液界面间出现棕色环 | $3Fe^{2+}+3NO_3^-+4H^+=NO+2H_2O+3Fe^{3+}$<br>$Fe^{2+}+NO=[Fe(NO)]^{2+}$ |
| $S^{2-}$ | 加入盐酸，放出无色臭鸡蛋气味气体，气体使硫酸铜或醋酸铅试纸变黑 | $S^{2-}+2H^+=H_2S$<br>$Cu^{2+}+H_2S=CuS\downarrow+2H^+$ |
| $NH_4^+$ | 加入氢氧化钠溶液并加热，产生无色刺激臭味气体，气体使润湿的红色石蕊试纸变蓝 | $NH_4^++OH^-\xrightarrow{\triangle}NH_3\uparrow+H_2O$ |
| $Fe^{3+}$ | 加入硫氰化钾溶液，立即呈现血红色 | $Fe^{3+}+3SCN^-=Fe(SCN)_3$ |
| $Fe^{2+}$ | 先加硫氰化钾溶液，混和液无色，再滴入氯水，即显血红色 | $2Fe^{2+}+Cl_2=2Fe_3^++2Cl^-$<br>$Fe^{3+}+3SCN^-=Fe(SCN)_3$ |
| $Cu^{2+}$ | 加浓氨水，生成蓝色沉淀，再加过量氨水，沉淀溶解，溶液呈深蓝色 | $Cu^{2+}+2NH_3\cdot H_2O=Cu(OH)_2\downarrow+2NH_4^+$<br>$Cu(OH)_2+4NH_3\cdot H_2O=Cu(NH_3)_4^{2+}+4H_2O+2OH^-$ |
| $K^+$, $Na^+$, $Ca^{2+}$ | 焰色反应：用铂丝蘸试液在火焰上灼烧，观察焰色 | $K^+$——紫色（用钴玻璃观察）<br>$Na^+$——黄色<br>$Ca^{2+}$——粉红色 |

3.几类有机物的鉴别

| 鉴别物 | 使用试剂与试验现象 |
| --- | --- |
| 烷　烃 | (1)$KMnO_4$溶液不褪色；<br>(2)点燃时生成的气体能使澄清的石灰水变浑 |
| 烯　烃 | (1)使$KMnO_4$酸性溶液或溴的$CCl_4$溶液褪色；<br>(2)与银氨溶液无反应 |
| 炔　烃<br>(R－C≡CH型) | (1)使$KMnO_4$酸性溶液或溴的$CCl_4$溶液褪色；<br>(2)与银氨溶液作用，生成白色沉淀(R－C≡CAg) |
| 芳香烃 | (1)与溴、铁屑激烈反应，产生白雾；<br>(2)苯不能使$KMnO_4$酸性溶液褪色，苯的同系物则能使之褪色 |
| 卤代烷 | 与碱溶液共热后加稀硝酸中和，再滴入$AgNO_3$溶液，即生成卤化银沉淀 |
| 多元醇 | 使新制的$Cu(OH)_2$溶解，生成绛蓝色溶液 |
| 苯　酚 | (1)溴水法：与溴水作用，生成白色沉淀（三溴苯酚)；<br>(2)三氯化铁法：与$FeCl_3$溶液作用显示紫色 |
| 醛　类 | (1)银镜反应：与银氨溶液共热，产生银镜；<br>(2)斐林反应：与新制的$Cu(OH)_2$悬浊液共热，生成红色$Cu_2O$沉淀 |
| 羧　酸 | (1)中和法：以酚酞为指示剂，与NaOH溶液发生中和反应；<br>(2)酯化法：与醇、浓硫酸共热，生成有香味的酯 |
| 还原糖<br>(如葡萄糖) | 与新制的$Cu(OH)_2$作用，先生成绛蓝色溶液，加热时生成红色$Cu_2O$沉淀 |
| 淀　粉 | 与碘溶液作用显示蓝色 |

## 三、物质的分离提纯及保存

1.物质的分离提纯

| 混和物 | 分离方法 | 举例 |
|---|---|---|
| 液+固或气+固 | 澄清、过滤 | 用过滤法除去盐水中的泥沙 |
| 固体物质的溶液 | 蒸发、结晶 | 蒸发盐水，使食盐结晶 |
| 液$_1$+液$_2$(不互溶) | 分液法 | 用分液漏斗将油水分离 |
| 液$_1$+液$_2$(互溶) | 分馏法 | 用分馏法提纯酒精，分馏石油 |
| 溶液 | 萃取 | 加四氯化碳于碘水中，将碘萃取出来 |
| 溶液中微量溶质 | 纸上层析 | 用纸上层析法分离溶液中的甲基橙、酚酞 |
| 含$H_2S$混和气体 | 洗涤吸收 | 用碱溶液或$CuSO_4$溶液吸收混入$H_2$中的$H_2S$ |
| 含水蒸气气体 | 干燥法 | 用浓硫酸或氯化钙吸收$H_2$中的水蒸气 |

2.几种特殊药品的保存

| 药品 | 保存方法要点 |
|---|---|
| 钾、钠、钙 | 浸没于无水煤油中 |
| 白磷 | 浸没于水中 |
| 溴 | 密封，取用时于通风橱内，带胶手套 |
| 氢氧化钠 | 密封，不能用玻璃瓶塞 |
| 硝酸银 | 棕色玻璃瓶盛装 |
| 氢氟酸 | 塑料瓶盛装，不能用玻璃瓶 |

3.仪器污迹的洗涤

| 污迹类别 | 洗涤方法 | 洗涤原理 |
| --- | --- | --- |
| 油污，有机物 | ①肥皂或去污粉洗涤；<br>②铬酸溶液洗涤 | 乳化作用<br>氧化作用 |
| 二氧化锰污迹 | 浓盐酸加热 | $MnO_2 + 4HCl \xrightarrow{\triangle} MnCl_2 + Cl_2\uparrow + 2H_2O$ |
| 银盐污迹 | 加$Na_2S_2O_3$ | $AgBr + 2Na_2S_2O_3 = Na_3[Ag(S_2O_3)_2] + NaBr$ |
| 银镜，铜镜迹 | 加稀硝酸 | $3Ag + 4HNO_3 = 3AgNO_3 + NO\uparrow + 2H_2O$ |
| 硫 黄 迹 | 加石灰乳共热 | $3Ca(OH)_3 + 12S = 2CaS_5 + CaS_2O_3 + 3H_2O$ |
| 碳酸盐，氢氧化物 | 加酸 | 与酸反应或被酸溶解 |

# 附录一、元素的存在及其性质

## 1.几种重要元素在地壳中所占的质量百分比

| 元素 | 质量百分比(%) | 元素 | 质量百分比(%) | 元素 | 质量百分比(%) |
|---|---|---|---|---|---|
| Ag | $1\times10^{-5}$ | O | 49.13 | Ra | $2\times10^{-10}$ |
| Al | 7.45 | N | 0.04 | Si | 26.0 |
| Au | $5\times10^{-7}$ | Na | 2.40 | S | 0.10 |
| C | 0.35 | Mg | 2.35 | Ti | 0.61 |
| Cl | 0.20 | H | 1.00 | U | $4\times10^{-4}$ |
| Cu | 0.01 | Hg | $5\times10^{-6}$ | W | $7\times10^{-3}$ |
| Fe | 4.2 | Ge | $1\times10^{-4}$ | | |

## 2.常见元素的电负性、第一电离能、原子半径、离子半径

| 原子序数 | 元素符号 | 电负性 | 第一电离能(电子伏) | 原子半径($10^{-10}$米) | 离子半径 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | 电荷数 | 半径($10^{-10}$米) |
| 1 | H | 2.1 | 13.595 | 0.32 | +1 | $10^{-5}$ |
| 2 | He | | 24.431 | 1.22 | +1(气) | 0.93 |
| 3 | Li | 1.0 | 5.39 | 1.52 | +1 | 0.68 |
| 4 | Be | 1.5 | 9.32 | 0.89 | +2 | 0.31 |
| 5 | B | 2.0 | 8.296 | 0.82 | +3 | 0.20 |
| 6 | C | 2.5 | 11.256 | 0.77 | −4<br>+4 | 2.60<br>0.15 |
| 7 | N | 3.0 | 14.53 | 0.70 | +5 | 0.11 |
| 8 | O | 3.5 | 13.611 | 0.66 | −2 | 1.40 |
| 9 | F | 4.0 | 17.418 | 0.64 | −1 | 1.36 |
| 10 | Ne | | 21.559 | 1.60 | +1(气) | 1.12 |
| 11 | Na | 0.9 | 5.138 | 1.54 | +1 | 0.95 |
| 12 | Mg | 1.2 | 7.611 | 1.36 | +2 | 0.65 |
| 13 | Al | 1.5 | 5.984 | 1.18 | +3 | 0.50 |
| 14 | Si | 1.8 | 8.149 | 1.17 | −4 | 2.71 |
| 15 | P | 2.1 | 10.484 | 1.10 | +5 | 0.34 |
| 16 | S | 2.5 | 10.357 | 1.04 | −2<br>+6 | 1.84<br>0.29 |
| 17 | Cl | 3.0 | 13.01 | 0.99 | −1 | 1.81 |
| 18 | Ar | | 15.755 | 1.91 | +1(气) | 1.54 |

3.常见元素的沸点、熔点、密度、硬度和晶体颜色

| 元　素 | 沸点(℃) | 熔点(℃) | 密　度<br>(克/厘米$^3$) | 硬　度 | 晶体颜色 |
|---|---|---|---|---|---|
| H | -252.7 | -259.2 | 0.071 | — | 无色 |
| C | 4830 | 3727(石墨) | 2.26 | 10.0<br>(金刚石) | 黑色 |
| N | -159.8 | -210 | 0.81 | — | 无色 |
| O | -183 | -218.8 | 1.14 | — | 无色 |
| F | -188.2 | -219.6 | 1.505 | — | 淡黄色 |
| He | -268.9 | -269.7 | 0.126 | — | 无色 |
| Ne | -246 | -248.6 | 1.20 | — | 无色 |
| Na | 892 | 97.8 | 0.97 | 0.4 | 银白色 |
| Mg | 1107 | 650 | 1.74 | 2.0 | 银白色 |
| Al | 2450 | 660 | 2.70 | 2.9 | 银白色 |
| Si | 2680 | 1410 | 2.33 | 7.0 | 灰色 |
| P | 280(白磷) | 44.2(白磷) | 1.82(白磷) | 0.5 | 白色红色 |
| S | 444.6 | 119.0 | 2.07 | 2.0 | 黄色 |
| Pb | 1725 | 327.4 | 11.4 | 1.5 | 银白色 |
| Cl | -34.7 | -101.0 | 1.56 | — | 黄色 |
| K | 760 | 63.7 | 0.86 | 0.5 | 银白色 |
| Ca | 1487 | 838 | 1.55 | 1.5 | 银白色 |
| Cr | 2665 | 1875 | 7.19 | 9.0 | 钢灰色 |
| Fe | 3000 | 1536 | 7.86 | 4.5 | 银白色 |
| Cu | 2595 | 1083 | 8.96 | 3.0 | 红色 |
| Zn | 906 | 419.5 | 7.14 | 2.5 | 青白色 |
| Br | 58 | -7.2 | 3.12 | — | 红棕色 |
| Ba | 1640 | 714 | 3.5 | — | 银白色 |
| W | 5930 | 3410 | 19.3 | 7.0 | 灰黑色 |
| Pt | 4530 | 1769 | 21.4 | 4.3 | 银色 |
| Au | 2970 | 1063 | 19.3 | 2.5 | 黄色 |
| Hg | 357 | -38.4 | 13.6 | — | 银白色 |
| Ag | 2212 | 961.93 | 10.5 | | 银白色 |

注：①表中气态元素的密度，是以标准状况下每升气体的克数来表示的；

②表中硬度是以十进标度表示的。十进标度是：1.滑石，2.石膏或岩盐，3.方解石(石灰石)，4.萤石，5.磷灰石，6.正长石(钾长石)，7.石英，8.黄晶(黄玉)，9.刚玉，10.金刚石。

4.常见离子的颜色

| 离　　子 | 颜　色 | 离　　子 | 颜　　色 |
|---|---|---|---|
| $Li^+$, $Na^+$, $K^+$, $Rb^+$, $Cs^+$, $NH_4^+$, $Be^{2+}$, $Mg^{2+}$, $Ca^{2+}$, $Sr^{2+}$, $Ba^{2+}$, $Ra^{2+}$, $Al^{3+}$, $Zn^{2+}$, $Ag^+$, $Pb^{2+}$, $Hg^{2+}$, $Hg_2^{2+}$, $Sn^{2+}$, $Sn^{4+}$ | 均为无色 | $SO_3^{2-}$, $SO_4^{2-}$, $S_2O_3^{2-}$, $CO_3^{2-}$, $Ac^-$, $PO_4^{3-}$, $SiO_3^{2-}$, $NO_3^-$, $NO_2^-$, $F^-$, $Cl^-$, $Br^-$, $I^-$, $S^{2-}$ | 均为无色 |
| $Cu^{2+}$ | 蓝　色 | $MnO_4^-$ | 紫　色 |
| $Fe^{2+}$ | 浅绿色 | $MnO_4^{2-}$ | 深绿色 |
| $Fe^{3+}$ | 淡紫色 | $[Fe(CN)_6]^{4-}$ | 黄　色 |
| $Co^{2+}$ | 粉红色 | $[Fe(CN)_6]^{3-}$ | 溶液中深黄色，晶体中红色 |
| $Ni^{2+}$ | 苹果绿色 | | |
| $Cr^{3+}$(六水) | 蓝紫色 | $Fe(NCS)^{2+}$ | 血红色 |
| $Mn^{2+}$ | 肉粉红色 | $Cr_2O_7^{2-}$ | 橙色 |

## 5.元素在火焰上的着色

| 焰色 | | 检出元素 | 焰色 | | 检出元素 |
|---|---|---|---|---|---|
| 蓝色 | 天蓝 | Pb, Se, $CuCl_2$（或用HCl浸过的其它铜盐），$CuBr_2$(天蓝色，随后呈绿色) | 红色 | 胭红 | Li的化合物（Na和Ba干扰）。透过钴玻璃为紫色，透过绿玻璃为无色 |
| | 浅蓝 | As及其某些化合物，P, Se | | 深红 | Sr的化合物(Ba干扰)。透过钴(蓝)玻璃为紫色，透过绿玻璃为黄色 |
| | 绿蓝 | Pb, As, Sb及$CuBr_2$ | | 黄红 | Ca的化合物(Ba干扰)，透过黄玻璃为绿色，透过绿玻璃为绿色 |
| 绿色 | 玉绿 | Cu的化合物(不用盐酸浸过的卤化物除外)，Ti | 紫色 | | K的化合物（其硼酸盐、磷酸盐、硅酸盐除外），Rb和Cs的化合物（Li和Na干扰）。透过钴玻璃为紫红色，透过绿玻璃为蓝绿色 |
| | 蓝绿 | $B_2O_3$，磷酸盐混和硫酸 | | | |
| | 纯绿 | Fe和Ti的化合物 | | | |
| | 灰绿 | 铵盐和Sb的化合物 | | | |
| | 黄绿 | Ba的化合物（$BaSO_4$除外），硼酸盐，Mo的某些化合物(当有Cu存在时失效) | 黄色 | | Na的化合物(痕量时也如此)。透过钴玻璃为无色 |
| | 白绿 | Zn | | | |

# 附录二、无机物和有机物

## 1.常见无机物的物理性质

| 名　　称 | 熔点(℃) | 沸点(℃) | 20℃时在水中的溶解度(克) | 颜色和状态 |
|---|---|---|---|---|
| AgCl | 455 | 1550 | $1.5\times10^{-4}$ | 白色固体 |
| $AgNO_3$ | 212 | 444,分解 | 218 | 无色固体 |
| $FeCl_3$ | 306 | 315,分解 | 91.9 | 棕黑色固体 |
| HCl | −114.8 | −84.9 | 72.1 | 无色气体 |
| KCl | 776 | 1500,升华 | 34.7 | 无色固体 |
| NaCl | 801 | 1413 | 35.7 | 无色固体 |
| $NH_4Cl$ | 340,升华 | 520 | 37.5 | 无色固体 |
| $KClO_3$ | 356 | 400,分解 | 7.3 | 无色固体 |
| $HNO_3$ | −42 | 86 | ∞ | 无色液体 |
| $KNO_3$ | 334 | 400,分解 | 31.6 | 无色固体 |
| $NH_4NO_3$ | 169.6 | 分解 | 178 | 无色固体 |
| $NaNO_3$ | 303.8 | 380,分解 | 87.5 | 无色固体 |
| $Pb(NO_3)_2$ | 470,分解 | / | 52.2 | 无色固体 |
| $H_2SO_4$ | 10.36 | 338(98.3%) | ∞ | 无色油状液体 |
| $BaSO_4$ | 1580 | / | $2.3\times10^{-4}$ | 白色固体 |
| $CaSO_4\cdot2H_2O$(石膏) | 128(−1.5 $HO_2$) | 163($-2H_2O$) | 0.241(0℃) | 无色固体 |
| $CuSO_4$ | 200 | 650,分解 | 20.7 | 白色固体 |
| $CuSO_4\cdot5H_2O$(胆矾) | 110(−4$H_2O$) | 150(−5$H_2O$) | 31.6(0℃) | 蓝色固体 |
| $FeSO_4\cdot7H_2O$(绿矾) | 64 | 300(−7$H_2O$) | 15.65 | 浅绿色固体 |

（续上表）

| 名　　称 | 熔点(℃) | 沸点(℃) | 20℃时在水中的溶解度(克) | 颜色和状态 |
|---|---|---|---|---|
| $(NH_4)_2SO_4$ | 235,分解 | / | 75.4 | 无色固体 |
| $Na_2SO_4 \cdot 10$ $H_2O$(芒硝) | 32.38 | 100(－10 $H_2O$) | 可溶 | 无色固体 |
| $ZnSO_4 \cdot 7H_2O$ | 100 | 280(－$7H_2O$) | 96.5 | 无色固体 |
| $CaCO_3$ | / | 898.6,分解 | 难溶 | 无色固体 |
| $K_2CO_3$ | 891 | 分解 | 111.5 | 无色固体 |
| $NH_4HCO_3$ | 分解 | 升华 | 21.6 | 无色固体 |
| $Na_2CO_3$ | 851 | 分解 | 21.5 | 白色粉末 |
| $NaHCO_3$ | 270(－$CO_2$) | / | 9.6 | 白色固体 |
| $Al_2O_3$ | 2045 | 2980 | $9.8\times10^{-5}$ | 白色粉末 |
| CaO | 2580 | 2850 | 反应 | 白色固体 |
| CuO | 1320 | / | 难溶 | 黑色固体 |
| $Fe_2O_3$ | 1565 | / | 难溶 | 红棕色固体 |
| MgO | 2800 | 3600 | $6.2\times10^{-4}$ | 无色固体 |
| $P_2O_5$ | 580～585 | 300,升华 | 反应 | 白色粉末 |
| $SO_3$ | 16.8 | 44.8 | 反应 | 无色固体 |
| $SiO_2$ | 1610(石英) | 2230 | 难溶 | 无色固体 |
| $Al(OH)_3$ | 300(－$H_2O$) | / | 0.0001 | 白色固体 |
| $Ba(OH)_2$ $8H_2O$ | 78 | 780(－$8H_2O$) | 5.6(15℃) | 无色固体 |
| $Ca(OH)_2$ | 580(－$H_2O$) | 分解 | 0.165 | 白色固体 |
| $Cu(OH)_2$ | 分解 | / | 难溶 | 蓝色粉末或固体 |
| $Fe(OH)_3$ | 500(－1.5 $H_2O$) | / | 难溶 | 红色固体 |
| KOH | 360 | 1320 | 112 | 白色固体 |

（续上表）

| 名　　称 | 熔点(℃) | 沸点(℃) | 20℃时在水中的溶解度(克) | 颜色和状态 |
|---|---|---|---|---|
| $Mg(OH)_2$ | 分解 | ／ | 0.0009(18℃) | 无色固体 |
| NaOH | 318.4 | 1390 | 109 | 白色固体 |
| $Zn(OH)_2$ | 125,分解 | ／ | 0.00052 (18℃) | 无色固体 |
| $H_3PO_4$ | 42.35 | 213(-0.5 $H_2O$) | 548 | 无色液体 |
| $Ca_3(PO_4)_2$ | 1670 | ／ | 0.002 | 白色粉末 |
| CO | -199 | -191.5 | 2.3ml | 无色气体 |
| $CO_2$ | -56.0 | -78.5,升华 | 88ml | 无色气体 |
| $NH_3$ | -77.7 | -33.35 | 89.9 | 无色气体 |
| NO | -163.6 | -151.8 | 4.7ml | 无色气体 |
| $NO_2$ | -11.2 | 21.2 | 反应 | 棕色气体 |
| $SO_2$ | -72.7 | -10 | 3.37ml | 无色气体 |
| $CaC_2$ | 2300 | ／ | 反应 | 白色固体 |
| $KAl(SO_4)_2\cdot 12H_2O$(明矾) | 92.5(-9 $H_2O$) | 200(-12$H_2O$) | 11.4 | 无色固体 |
| $H_2O_2$ | -0.41 | 150.2 | ∞ | 无色液体 |

2、常见化学键的键能

| 化学键 | 键能(千卡/摩尔) | 化学键 | 键能(千卡/摩尔) |
|---|---|---|---|
| H—F | 135.9±0.3 | O=O | 117.97±0.1 |
| H—Cl | 103.2±0.1 | N=N | 100 |
| H—Br | 87.4±0.4 | N≡N | 225.07±0.1 |
| H—I | 71.4±0.2 | C—C | 82.6 |
| H—O | 102.3±0.5 | C=C | 144±5 |
| H—S | 82.3±2.9 | C≡C | 199.6 |
| H—N | 75±4 | C—O | 85.5 |
| H—P | 82±7 | C=O | 190.9±0.1 |
| H—C | 80.6±0.2 | C≡N | 212 |
| H—H | 104.207 | C—S | 65 |
| F—F | 37.0±1 | C—N | 72.8 |
| Cl—Cl | 57.3±0.1 | C—Cl | 95±7 |
| Br—Br | 45.45±0.01 | O—S | 127.2 |
| I—I | 35.60±0.01 | O—N | 48 |
| O—O | 34 | | |

3. 常见物质的电离平衡常数

| 物　质 | 温度(℃) | 级 | $K_a$ | $pK_a$ |
|---|---|---|---|---|
| $H_2CO_3$ | 25 | 1 | $4.3\times10^{-7}$ | 6.37 |
| | 25 | 2 | $5.61\times10^{-11}$ | 10.25 |
| $H_3PO_4$ | 25 | 1 | $7.52\times10^{-3}$ | 2.12 |
| | 25 | 2 | $6.23\times10^{-8}$ | 7.21 |
| | 18 | 3 | $2.2\times10^{-13}$ | 12.66 |
| $H_2S$ | 18 | 1 | $9.1\times10^{-8}$ | 7.04 |
| | 18 | 2 | $1.1\times10^{-12}$ | 11.96 |
| HF | 25 | 1 | $3.53\times10^{-4}$ | 3.45 |
| $HNO_2$ | 25 | 1 | $4.6\times10^{-4}$ | 3.34 |
| HClO | 18 | 1 | $2.95\times10^{-8}$ | 7.53 |
| $H_2SO_3$ | 25 | 1 | $1.7\times10^{-2}$ | 1.8 |
| | 25 | 2 | $6.3\times10^{-8}$ | 7.2 |
| $CH_3COOH$ | 25 | 1 | $1.76\times10^{-5}$ | 4.75 |
| HCOOH | 20 | 1 | $1.77\times10^{-4}$ | 3.75 |
| $C_6H_5OH$ | 20 | | $1.28\times10^{-10}$ | 9.89 |
| HCN | 25 | 1 | $4.93\times10^{-10}$ | 9.31 |

（续上表）

| 物　质 | 温度（℃） | 级 | $K_b$ | $pK_b$ |
|---|---|---|---|---|
| $NH_3 \cdot H_2O$ | 25 | 1 | $1.79\times10^{-5}$ | 4.75 |
| $Ca(OH)_2$ | 25 | 1 | $3.74\times10^{-3}$ | 2.43 |
| | 30 | 2 | $4.0\times10^{-2}$ | 1.40 |
| $Pb(OH)_2$ | 25 | | $9.6\times10^{-4}$ | 3.02 |
| $Zn(OH)_2$ | 25 | | $9.6\times10^{-4}$ | 3.02 |
| AgOH | 25 | | $1.1\times10^{-4}$ | 3.96 |
| $C_6H_5NH_2$ | 25 | | $4.67\times10^{-10}$ | 9.33 |

| 酸　类　别 | $K_a$范围 |
|---|---|
| 强酸 | $K_a>10^3$ |
| 中强酸 | $10^{-3}>K_a>10^{-2}$ |
| 弱酸 | $10^{-2}>K_a>10^{-7}$ |
| 极弱酸 | $K_a<10^{-7}$ |

4.常见酸、碱、盐的电离度(18℃，0.1*N*)

| 名　称 | α(%) | 名　称 | α(%) |
|---|---|---|---|
| HCl | 92 | NaOH | 84 |
| HBr | 92 | $Ba(OH)_2$ | 92 |
| HI | 92 | $NH_3 \cdot H_2O$ | 1.3 |
| $HNO_3$ | 92 | HCl | 86 |
| $H_2SO_4$ | 58 | $NH_4Cl$ | 85 |
| $H_2SO_3$ | 34 | NaCl | 84 |
| $H_3PO_4$ | 27 | $KNO_3$ | 83 |
| HF | 8.5 | $AgNO_3$ | 81 |
| $CH_3COOH$ | 1.3 | $CH_3COONa$ | 79 |
| $H_2CO_3$ | 0.17 | $ZnCl_2$ | 73 |
| $H_2S$ | 0.07 | $Na_2SO_4$ | 69 |
| HCN | 0.01 | $ZnSO_4$ | 40 |
| $H_3BO_3$ | 0.01 | $CuSO_4$ | 40 |
| KOH | 89 | | |

注：多元酸指一级电离

**5.某些反应的中和热(单位：千卡)**

| | HF | HCl | $H_2S$ | $H_2SO_3$ | $H_2SO_4$ | $HNO_3$ | $H_3PO_4$ | $H_2CO_3$ | $CH_3COOH$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| NaOH | 16.27 | 13.75 | 8.2 | 16.6 | 15.89 | 13.68 | 14.83 | 11.11 | 13.23 |
| KOH | 16.1 | 13.75 | — | 16.6 | 14.7 | 13.77 | — | 11.0 | 13.4 |
| $NH_3 \cdot H_2O$ | 15.2 | 12.27 | — | 14.8 | 13.6 | 12.32 | 13.5 | 9.73 | — |
| $Mg(OH)_2$ | 15.1 | 13.8 | — | — | 15.6 | — | — | — | — |
| $Ca(OH)_2$ | 18.6 | 13.95 | — | — | 15.6 | 13.9 | 14.8 | 9.15 | — |
| $Ba(OH)_2$ | 16.2 | 13.89 | — | — | 18.4 | 14.1 | 15.0 | 10.9 | — |
| $Al(OH)_3$ | 11.7 | 9.3 | — | — | 10.5 | — | — | — | — |
| $Fe(OH)_2$ | 13.3 | 10.7 | — | — | 12.45 | 10.7 | — | 5.0 | — |
| $Fe(OH)_3$ | 7.9 | 5.55 | — | — | 5.7 | 5.9 | — | — | — |
| CuO | — | 7.6 | — | — | 9.4 | 7.6 | — | 2.4 | — |
| $Ag_2O$ | 7.9 | 21.2 | — | — | 7.25 | 5.44 | — | 7.1 | — |
| $Zn(OH)_2$ | 12.55 | 9.9 | — | — | 11.7 | 9.9 | — | 8.1 | — |
| PbO | 11.1 | 7.7 | — | — | 11.7 | 8.9 | — | 8.3 | — |

6.常见有机物的燃烧热 （标准状况下）

| 化合物 | $\Delta H$ (298千卡/摩尔) | 化合物 | $\Delta H$ (298千卡/摩尔) |
|---|---|---|---|
| $CH_4$ | -212.79 | 丙酮 | 430.9 |
| $C_2H_2$ | -310.62 | 乙酸乙酯 | -533.77 |
| $C_2H_4$ | -337.23 | 乙醚 | -652.7 |
| $C_2H_6$ | -372.82 | 甲酸 | -61.5 |
| 正丁烷 | -687.98 | 乙酸 | -208.3 |
| 异丁烷 | -686.34 | 苯甲酸 | -771.4 |
| 苯 | -781.0 | 硬酯酸 | -2694.7 |
| 环已烷 | -936.88 | $CCl_4$ | -37.3 |
| 甲苯 | -934.5 | $CHCl_3$ | -89.2 |
| 对二甲苯 | -1088.16 | $CH_3Cl$ | -164.7 |
| $CH_3OH$ | -173.67 | 氯苯 | -750.7 |
| $C_2H_5OH$ | -326.66 | 硝基苯 | -740.4 |
| 乙二醇 | -285.1 | 硝化甘油 | -368.4 |
| 丙三醇 | -397.8 | 三硝基甲苯 | -821 |
| 苯酚 | -732 | 葡萄糖 | -673.0 |
| 甲醛 | -134.7 | 蔗糖 | -1350 |
| 乙醛 | -285.0 | | |

## 7.常见物质的俗名和别名

| 类别 | 俗名和别名 | 主要化学成分 |
|---|---|---|
| 钠的化合物 | 食盐 | NaCl |
| | 小苏打、焙烧苏打、重碱 | $NaHCO_3$ |
| | 苏打、纯碱、碱面 | $Na_2CO_3$ |
| | 苛性钠、烧碱、火碱 | NaOH |
| | 芒硝、盐硝、皮硝、马牙硝 | $Na_2SO_4\cdot 10H_2O$ |
| | 智利硝石、钠硝石 | $NaNO_3$ |
| | 大苏打、海波 | $Na_2S_2O_3\cdot 5H_2O$ |
| | 碱石灰 | NaOH和$Ca(OH)_2$的混和物 |
| | 硼砂 | $Na_2B_4O_7\cdot 10H_2O$ |
| 钾的化合物 | 钾碱、草碱 | $K_2CO_3$ |
| | 苛性钾 | KOH |
| | 火硝、硝石、土硝 | $KNO_3$ |
| | 钾石盐 | $KCl\cdot NaCl$ |
| | 灰锰氧 | $KMnO_4$ |
| 钙的化合物 | 生石灰 | CaO |
| | 熟石灰、消石灰 | $Ca(OH)_2$ |
| | 漂白粉 | $Ca(ClO)_2$ 与$CaCl_2\cdot Ca(OH)_2\cdot H_2O$ |
| | 石灰石、大理石、方解石、石坚 | $CaCO_3$ |
| | 白云石 | $CaCO_3\cdot MgCO_3$ |
| | 萤石、氟石 | $CaF_2$ |
| | 石膏、生石膏 | $CaSO_4\cdot 2H_2O$ |
| | 熟石膏、煅石膏、烧石膏 | $2CaSO_4\cdot H_2O$ |
| | 醋石 | $Ca(CH_3COO)_2$ |
| | 普钙 | $Ca(H_2PO_4)_2$ 与$CaSO_4\cdot 2H_2O$ |
| | 重钙 | $Ca(H_2PO_4)_2$ |
| | 电石 | $CaC_2$ |

（续上表）

| 类别 | 俗名和别名 | 主要化学成分 |
|---|---|---|
| 镁的化合物 | 泻盐、泻利盐、苦盐 | $MgSO_4 \cdot 7H_2O$ |
| | 卤盐 | $MgCl_2$ |
| | 苦土、烧苦土 | $MgO$ |
| | 菱苦土矿 | $MgCO_3$ |
| 铝的化合物 | 矾土 | $Al_2O_3$ |
| | 冰晶石 | $Na_3AlF_6$ |
| | 刚玉、白玉、刚石 | $Al_2O_3$ |
| | 水铝石 | $Al_2O_3 \cdot H_2O$ |
| | 明矾、钾明矾 | $KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ |
| | 烧明矾、枯矾 | $KAl(SO_4)_2$ |
| | 铵矾、铵铝矾 | $NH_4Al(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ |
| 硅的化合物 | 石英、马牙石、沙子 | $SiO_2$ |
| | 水晶、玛瑙 | $SiO_2$ |
| | 硅胶 | $mSiO_2 \cdot nH_2O$ |
| | 水玻璃、泡花碱 | $Na_2SiO_3$ |
| | 金刚砂 | $SiC$ |
| 硫的化合物 | 保险粉 | $Na_2S_2O_4$ |
| | 立德粉，锌钡白 | $ZnS \cdot BaSO_4$ |
| | 臭碱、硫化碱 | $Na_2S \cdot 9H_2O$ |
| | 钡白 | $BaSO_4$ |
| | 皓矾 | $ZnSO_4 \cdot 7H_2O$ |
| 铜的化合物 | 黄铜矿 | $CuFeS_2$ |
| | 赤铜矿 | $Cu_2O$ |
| | 辉铜矿 | $Cu_2S$ |
| | 胆矾、蓝矾、胆石、铜矾 | $CuSO_4 \cdot 5H_2O$ |
| | 孔雀石，铜绿、石绿 | $CuCO_3 \cdot Cu(OH)_2$ |

（续上表）

| 类别 | 俗名和别名 | 主要化学成分 |
|---|---|---|
| 锌的化合物 | 蓝粉 | Zn |
| | 闪锌矿 | ZnS |
| | 锌白、锌氧粉 | ZnO |
| | 锌黄、锌铬黄 | $ZnCrO_4$ |
| | 菱锌矿 | $ZnCO_3$ |
| 汞的化合物 | 三仙丹 | HgO |
| | 朱砂、辰砂、丹砂、银米 | HgS |
| | 甘汞 | $Hg_2Cl_2$ |
| | 升汞 | $HgCl_2$ |
| | 雷汞 | $Hg(ONC)_2$ |
| 铁的化合物 | 赤铁矿 | $Fe_2O_3$ |
| | 褐铁矿 | $2Fe_2O_3 \cdot 3H_2O$ |
| | 磁铁矿 | $Fe_3O_4$ |
| | 菱铁矿 | $FeCO_3$ |
| | 黄铁矿 | $FeS_2$ |
| | 绿矾、苦矾、皂矾 | $FeSO_4 \cdot 7H_2O$ |
| | 铁矾、钾铁矾 | $KFe(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ |
| | 亚铁矾、钾亚铁矾 | $K_2Fe(SO_4)_2 \cdot 6H_2O$ |
| | 黄血盐 | $K_4[Fe(CN)_6]$ |
| | 赤血盐 | $K_3[Fe(CN)_6]$ |
| | 普鲁士蓝 | $Fe_4[Fe(CN)_6]_3$ |
| | 滕氏蓝 | $Fe_3[Fe(CN)_6]_2$ |
| 有机化合物 | 沼气、燃气、坑气 | $CH_4$ |
| | 电石气 | $C_2H_2$ |
| | 福尔马林 | HCHO（40%水溶液） |
| | 蚁酸 | HCOOH |
| | 樟脑丸、卫生丸 | 萘 |
| | 六六六 | $C_6H_6Cl_6$ |

（续上表）

| 类别 | 俗名和别名 | 主要化学成分 |
|---|---|---|
| 有机化合物 | TNT | $C_6H_2(NO_2)_3CH_3$ |
| | 甘油 | $C_3H_5(OH)_3$ |
| | 酒精 | $C_2H_5OH$ |
| | 醋酸、食醋、水醋酸(无水) | $CH_3COOH$ |
| | 肥皂(普通肥皂，硬肥皂) | $C_{17}H_{35}COONa$ |
| | 火棉 | 纤维素硝酸酯 |
| | 透明纸 | 粘胶纤维素薄膜 |
| | 赛璐珞 | 胶棉（低氮含量的纤维素硝酸酯）和增塑剂 |
| | 电木 | 酚醛塑料 |
| | 味精、味素 | $HOOCCH(NH_2)CH_2CH_2COONa$ |
| | 石炭酸 | $C_6H_5OH$ |
| | 苦味酸 | $C_6H_2(NO_2)_3OH$ |
| | 木精 | $CH_3OH$ |
| | 草酸 | $H_2C_2O_4$ |
| | 硬脂酸 | $C_{17}H_{35}COOH$ |
| | 软脂酸 | $C_{15}H_{31}COOH$ |
| | 肥皂粉 | $R\cdot C_6H_4\cdot SO_3Na$ |
| 其它 | 铁锈 | $Fe(OH)_2$和$Fe(OH)_3$及铁的碱式碳酸盐等 |
| | 铜绿 | $CuCO_3\cdot Cu(OH)_2$ |
| | 波尔多液 | 由$CuSO_4$、CaO和水按1:1:100比例配成，主要成分是$Ca(OH)_2$、$CuSO_4$ |
| | 玻璃 | 无定形硅酸盐的混合熔体，钠玻璃（普通玻璃）的主要成分是$Na_2O\cdot CaO\cdot 6SiO_2$ |

（续上表）

| 类别 | 俗名和别名 | 主要化学成分 |
| --- | --- | --- |
| 其它 | 硅酸盐水泥（普通水泥） | 主要成分是硅酸三钙（$3CaO\cdot SiO_2$）、硅酸二钙（$2CaO\cdot SiO_2$）、铝酸三钙（$3CaO\cdot Al_2O_3$）和铝铁酸四钙（$4CaO\cdot Al_2O_3\cdot Fe_2O_3$） |
| | 香[illegible]、[illegible]水 | 酯（如醋酸乙酯、醋酸丁酯）、酮（如丙铜、环已酮）、醇（如乙醇、丁醇）、醚和芳香烃（如苯、甲苯）等的混合物 |
| | 黑色火药 | $KNO_3$（75%），木炭（15%），硫磺（10%） |

# 附录三、指示剂、气体干燥剂及酸碱浓度

## 1.常用酸碱指示剂及其变色范围

| 名称 | 本身性质 | 在酸性环境的颜色 | 在碱性环境中的颜色 | 室温时变色的范围(pH) | 配制方法 | 用量(滴/10 ml) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 石蕊 | 酸 | 红 | 蓝 | 5.0～8.0 | 1克石蕊，溶于50毫升水中，静置一昼夜后过滤，在滤液中加30毫升95%乙醇，再加水稀释至100毫升 | 5～7 |
| 酚酞 | 酸 | 无色 | 深红 | 8.2～10.0 | 每升90%乙醇中溶解1克 | 1～3 |
| 甲基橙 | 碱 | 红 | 黄 | 3.1～4.4 | 每升热水中溶解1克 | 1 |

## 2.常用试纸及其用途

| 试纸名称及颜色 | 制备方法 | 用途 |
|---|---|---|
| 淀粉碘化钾试纸(白色) | 将3克淀粉与25毫升水混和，倾入225毫升沸水中，加1克KI及1克$Na_2CO_3 \cdot 10H_2O$，用水稀释至500毫升，将滤纸条浸入，取出晾干 | 用于检出氧化剂(特别是游离卤素)，作用时变蓝色 |
| 石蕊试纸（红色及蓝色） | 用热的酒精处理石蕊，以除去红色素，倾出浸液。残渣1份与6份水浸煮，滤去不溶物。滤液分成两份，1份加稀$H_3PO_4$或$H_2SO_4$至显红色，另1份加稀NaOH至变蓝。然后把滤纸条分别浸入这两种溶液中，取出后在无酸、碱蒸气处晾干 | 用于检出溶液或气体的酸碱性，蓝色变红色时为酸性，红色变蓝色时为碱性，不变色为中性 |
| 酚酞试纸(白色) | 将1克酚酞溶于100毫升95%乙醇溶液中，加入100毫升水，将滤纸条浸入，置于无氨蒸气处晾干 | 用于检出碱性溶液(气体)，作用时变红色 |
| 醋酸铅试纸(白色) | 将滤纸浸于3%醋酸铅溶液中，取出后在无$H_2S$处晾干 | 用于检出微量的$H_2S$(气)，作用时变黑 |

## 3.常用气体干燥剂及其用途

| 干燥剂 | 可干燥的气体 |
|---|---|
| $CaCl_2$ | $N_2$, $O_2$, $H_2$, HCl, $CO_2$, CO, $SO_2$, $CH_4$ |
| $P_2O_5$ | $N_2$, $O_2$, $H_2$, $CO_2$, CO, $SO_2$, $CH_4$ |
| 浓$H_2SO_4$ | $N_2$, $O_2$, $Cl_2$, $CO_2$, CO |
| CaO | $NH_3$ |
| KOH | $NH_3$ |

## 4.实验室常用酸碱溶液的浓度

| 酸碱溶液 | 密度(克/厘米³) | 质量百分比浓度(%) | 当量浓度(N) | 波美度 | 说明 |
|---|---|---|---|---|---|
| 浓硫酸 | 1.84 | 95～96 | 36 | 66 | 试剂规格 |
| 稀硫酸溶液 | 1.18 | 25 | 6 | 21.9 | 稀释配制 |
| | 1.06 | 9 | 2 | 8.1 | 稀释配制 |
| 浓硝酸 | 1.39 | 65 | 14 | 40.8 | 试剂规格 |
| 稀硝酸溶液 | 1.19 | 32 | 6 | 23.5 | 稀释配制 |
| | 1.07 | 12 | 2 | 9 | 稀释配制 |
| 浓盐酸 | 1.19 | 38 | 12 | 23 | 试剂规格 |
| 稀盐酸溶液 | 1.09 | 20.2 | 6 | 12.9 | 稀释配制 |
| | 1.03 | 7 | 2 | 4.6 | 稀释配制 |
| 冰醋酸 | 1.05 | 99～100 | 17.5 | 7.2 | 试剂规格 |
| 稀醋酸溶液 | 1.04 | 34.5 | 6 | 6.1 | 稀释配制 |
| | 1.02 | 12 | 2 | 2.2 | 稀释配制 |
| 浓氨水 | 0.91 | 25 | 13.5 | 24 | 试剂规格 |
| 稀氨水溶液 | 0.96 | 10.7 | 6 | 17 | 稀释配制 |
| | 0.98 | 3.5 | 2 | 13 | 稀释配制 |
| 浓NaOH溶液 | 1.36 | 33 | 11 | 39 | 用NaOH固体配制 |
| 稀NaOH溶液 | 1.22 | 20 | 6 | 26.1 | 用NaOH固体配制 |
| | 1.09 | 8 | 2 | 11.6 | 用NaOH固体配制 |
| $Ca(OH)_2$溶液 | | 0.15 | | | 饱和水溶液 |
| $Ba(OH)_2$溶液 | | 2 | | | 饱和水溶液 |

Document generated by Anna’s Archive around 2023-2024 as part of the DuXiu collection (https://annas-blog.org/duxiu-exclusive.html).

Images have been losslessly embedded. Information about the original file can be found in PDF attachments. Some stats (more in the PDF attachments):

{
  "filename": "MTEyMTU2MTUuemlw",
  "filename_decoded": "11215615.zip",
  "filesize": 19268528,
  "md5": "3b699a21bd413e8390224b6f70d0920b",
  "header_md5": "36e84e60ad46a95309f2e25d747668ab",
  "sha1": "c64666d70503e685e1b765dcb0a5f731e9a0c1b9",
  "sha256": "678e85b1f3287054122403a15ee68fb1a00151131be6f3dff5d8d79cf2a77c46",
  "crc32": 3331929953,
  "zip_password": "",
  "uncompressed_size": 19877960,
  "pdg_dir_name": "",
  "pdg_main_pages_found": 462,
  "pdg_main_pages_max": 462,
  "total_pages": 468,
  "total_pixels": 1534674048,
  "pdf_generation_missing_pages": false
}